

21 февраля

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. Б. А. Казанский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

27-й ГОД ИЗДАНИЯ

1959

ТОМ 124, № 6

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

М. С. Агранович. Об аналитических решениях уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами	1183
М. Бокштейн. О формуле Кюннета в гомологической алгебре	1187
Б. М. Будак и А. Д. Горбунов. Об устойчивости вычислительных процессов, возникающих при решении многоточечными разностными методами задач Коши для уравнения $dy/dx = f(x, y)$	1191
Э. И. Гольденгершель. О спектре вольтеррова оператора в некоторых банаховых пространствах	1195
Ф. И. Карпелевич. Геодезические линии и гармонические функции на симметрических пространствах	1119
П. И. Коваль. Асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений	1203
Н. М. Коробов. О приближенном вычислении кратных интегралов	1207
Н. Н. Мейман. О нулях одного класса неоднозначных функций	1211
Р. М. Минц. Характеристика некоторых негрубых состояний равновесия в трехмерном пространстве с помощью грубых состояний равновесия близких систем	1215
О. А. Олейник. Решение основных краевых задач для уравнений второго порядка с разрывными коэффициентами	1219
Ся До-шин. О полуформированных кольцах с инволюцией	1223

ГИДРОМЕХАНИКА

В. Н. Жигулов. Теория электрического разряда в движущейся проводящей среде	1226
--	------

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. А. Славнов и А. Д. Суханов. К вопросу о причинности в теории с инфинитной метрикой	1229
---	------

ФИЗИКА

В. Л. Бонч-Бруевич. О связи между константами взаимодействия электронов с фононами и с примесями в металлах	1233
---	------

Т. К. Зилова, Н. И. Петрухина и Я. Б. Фридман. О закономерностях кинетики деформации в зависимости от податливости нагружения	1236
Р. С. Минц. Исследование кинетики спекания никеля, меди и молибдена дилатометрическим методом	1240

ХИМИЯ

Н. В. Елагина, Т. В. Стабникова и Б. А. Казанский. Синтез 6,9-эндометилен-спиро-(4,5)-декана	1243
П. Т. Коломыцев. О фазовом составе сплавов системы кобальт — бор	1247
А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко, З. С. Крайц и А. П. Боковой. Виниловые эфиры фосфористой кислоты	1251
А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, Н. А. Покатило и Е. Л. Ерасова. О полимеризации α -бутиена с комплексным металлоорганическим катализатором $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$	1255

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Р. Ф. Васильев, О. Н. Карпухин, В. Я. Шляпинтох и Н. М. Эмануэль. Газовое инициирование озоном в реакции окисления изодекана и связанная с ним хемилюминесценция	1258
В. И. Гольданский. Роль туннельного эффекта в кинетике химических реакций при низких температурах	1261
А. Ф. Капустинский. Эффективный радиус электрона в кристаллических решетках	1265
А. И. Китайгородский. К теории напряжения органических молекул	1267
Л. А. Ловачев. Теория цепочечно-теплового распространения пламени с двумя активными центрами	1271
В. И. Попов и С. З. Рогинский. Кинетический изотопный эффект окисления водорода на платине	1275
В. А. Шарпатый, В. Д. Орехов и М. А. Прокурин. О характере и роли промежуточных продуктов при радиолитическом восстановлении нитрата	1279

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. И. Окунев, А. К. Кирьянов и Б. И. Сергин. Равновесные условия восстановления окиси цинка металлическим железом	1282
Н. Д. Томашов и Ю. Н. Михайловский. Механизм анодного растворения металлов в почвах	1285

ГЕОЛОГИЯ

Л. А. Русинов. Структурно-техническая классификация фосфоритовых месторождений	1289
Г. П. Тамразян. Об одной особенности распределения нефтегазовых месторождений АзербАССР и газовых месторождений РСФСР	1292

ГЕОХИМИЯ

А. М. Лурье. К вопросу о генезисе баритов Сумсарского цинково-свинцового месторождения	1296
--	------

ОКЕАНОЛОГИЯ

А. П. Жузе, В. П. Петелин и Г. Б. Удинцев. К вопросу о происхождении диатомовых илов с <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey	1301
Е. А. Романкевич. О составе и распределении растительных пигментов в отложениях северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки	1305
Г. И. Семина. Распределение диатомовой водоросли <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey в планктоне	1309

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

М. Н. Королева. Новые роды трилобитов из среднего и верхнего ордовика Северного Казахстана	1313
--	------

ЦИТОЛОГИЯ

Л. Б. Левинсон, Л. Д. Попова и Д. А. Сахаров. Гистохимия нервных клеток слухового ганглия в связи с формированием их функций в онтогенезе зародышей аксолотля	1317
---	------

ГИСТОЛОГИЯ

Стр.

В. Н. Майоров. Прижизненные наблюдения над перицеллюлярными аппаратами 1321
П. А. Мотовкин и С. Н. Смирнова. О некоторых гистофизиологических особенностях вегетативных нейронов мозгового ствола 1324

БИОХИМИЯ

Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт, З. Л. Байдакова и Г. И. Степанченок-Рудник. Органоспецифический антиген печени, отсутствующий в гепатоме 1328
З. Г. Броновицкая. Окислительное фосфорилирование в печени при действии высокого давления кислорода и введении J^{131} 1331
Н. П. Максютина и Д. Г. Колесников. Фурокумарины плодов пастернака посевного *Pastinaca sativa* L. 1335
М. С. Резниченко, В. П. Моисеева, Л. И. Полотнова и С. Е. Тукачинский. Некоторые данные об N-концевых группах гамма-глобулина кролика в норме и патологии 1339
Н. М. Сисакян и Е. А. Пинус. О митохондриальных факторах, влияющих на гликолиз 1342
С. М. Стрепков. Исследование ангидридов фруктозы вегетативных органов *Hebiantus tuberosus* L. 1344
А. И. Шульмина и П. В. Афанасьев. О каталазном процессе 1347

АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

И. А. Борзова. К вопросу о структуре экзины у сем. губоцветных 1350

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. С. Кружилин и З. М. Шведская. Влияние листьев и корневой системы на дифференциацию почек и рост семенников двухлетних растений 1353

МОРФОЛОГИЯ

Т. П. Лукашевич. Развитие морфологического субстрата периферического отдела тактильно-кинестетического анализатора человека 1357

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Ю. К. Богоявленский. Влияние степени разрушения лимфатических узлов белых крыс и кроликов на последующую регенерацию при их трансплантации 1361

ФИЗИОЛОГИЯ

Р. А. Дуринян. О представительстве тазового нерва в *Thalamus opticus* кошки
К. М. Кулланда. Представительство п.п. *pelvici et pudendi* в коре мозжечка кошек 1367
Г. И. Мчедлишвили. Исследования локализации «замыкательных механизмов» на регионарных артериях мозга (внутренних сонных и позвоночных артериях) 1371

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

Л. Г. Волгарь. О приспособляемости нематоды *Thelandros tba* Dinnik, 1930 к особенностям жизненного цикла хозяев 1375

Указатель статей к тому 124:

Систематический I—XI
Алфавитный указатель XII—XV

CONTENTS

MATHEMATICS

	Pages
M. S. Agranovich. On analytic solutions of partial differential equations with constant coefficients	1183
M. Bockstein. On Künneth formula in homological algebra	1187
B. M. Budak and A. D. Gorbunov. Stability of calculation processes involved in the solution of Cauchy problem for the equation $dy/dx = f(x, y)$ by multipoint difference methods	1191
E. I. Gol'dengershel'. On the spectrum of the Volterra operator in certain Banach spaces	1195
F. I. Karpelevich. Geodesics and harmonic functions on symmetric spaces	1199
P. I. Koval'. Asymptotic behaviour of the solutions of almost triangular systems of differential and difference linear equations	1203
N. M. Korobov. Approximate evalution of repeated integrals	1207
N. N. Meiman. Zeroes of a certain class of no single-valued functions	1211
R. M. Minz. Characteristic of certain not rough equilibrium states in three-dimensional space by means of rough equilibrium states of closely similar systems	1215
O. A. Oleinik. Solution of main boundary value problems for second degree equations with discontinuous coefficients	1219
Shah Tao-Shing. On semi-normed rings with involution	1223

FLUID MECHANICS

V. N. Zhigulev. Theory of the electric discharge in a moving conducting medium	1226
---	------

MATHEMATICAL PHYSICS

D. A. Slavnov and A. D. Sukhanov. On causality in a theory with an indefinite metric	1229
---	------

PHYSICS

V. L. Bonch-Bruevich. Relation between the constants characterizing the interaction of electrons with phonons and impurities in metals	1233
---	------

TECHNICAL PHYSICS

T. K. Zilova, N. I. Patrukhina and Ia. B. Fridman. Deformation kinetics as related to the flexibility of the loading system	1236
R. S. Mints. Investigation of the caking kinetics of nickel, copper and molybdenum powders by dilatometry	1240

CHEMISTRY

N. V. Elagina, T. V. Stabnikova and B. A. Kazansky. The synthesis of 6,9-endo-methylenespiro-(4.5)-decane	1243
P. T. Kolomytsev. Phase composition of alloys in the cobalt-boron system	1247
A. N. Nesmeyanov, I. F. Lutsenko, Z. S. Kraits and A. P. Bokovoi. Vinyl esters of phosphorous acid	1251
A. V. Topchiev, B. A. Krentsel', N. A. Pokotilo and E. L. Erasova. Polimerization of butene with a complex organometallic catalyst $Al(C_2H_5)_3+TiCl_4$	1255

PHYSICAL CHEMISTRY

R. F. Vasil'ev, O. N. Karpukhin, V. Ia. Shliapintokh and N. M. Emanuel'. Ozone initiation of the oxidation of isodecane and the chemiluminescence associated with this process	1258
V. I. Gol'danskii. The rôle of the tunnel effect in the kinetics of chemical reactions at low temperatures	1261
A. F. Kapustinskii. The effective radius of the electron in crystal lattices	1265
A. I. Kitaigorodsky. On stress theory for organic molecules	1267
L. A. Lovachev. Theory of thermal chain propagation of flame with two active centres	1271
V. I. Popov and S. Z. Roginskii. Kinetic isotope effect of hydrogen oxidation platinum	1275
V. A. Sharpatyi, V. D. Orekhov and M. A. Proskurnin. Nature and rôle of intermediate products in the radiolytic reduction of nitrate	1279

CHEMICAL TECHNOLOGY

A. I. Okunev, A. K. Kiriakov and B. I. Sergin. Equilibrium conditions in the reduction of zinc oxide by metallic iron	1282
--	------

	Pages
N. D. Tomashov and Iu. N. Mikhailovskii. Mechanism of anodic dissolution of metals in soils	1285
GEOLOGY	
L. A. Rusinov. Structural-tectonic classification of phosphorite deposits	1289
G. P. Tamrazian. On a peculiar trait in the distribution of the oil-and gas accumulations of Azerbaijan and of the gas fields of Russia	1292
GEOCHEMISTRY	
A. M. Lurie. On the problem of the genesis of barytes from the Sumsar zinc-lead deposits	1296
OCEANOLOGY	
A. P. Juze, V. P. Petelin and G. B. U dintsev. On the problem as to the origin of diatomaceous silts containing <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey	1301
E. A. Romankevich. On the composition and distribution of vegetable pigments in the deposits of the North-Western part of the Pacific, east of Kamchatka	1305
G. I. Semina. The distribution of the diatom <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey among the plankton	1309
PALAEONTOLOGY	
M. N. Koroleva. New genera of Trilobites from the Middle and Upper Ordovician of North Kazakhstan	1313
CYTOTOLOGY	
L. B. Levinson, L. D. Popova and D. A. Sakharov. Histochemistry of the nerve cells of the auditory ganglion in connection with the development of their function in the course of ontogeny in axolotl embryos	1317
HISTOLOGY	
V. N. Maiorov. Vital observations of pericellulal apparatus	1321
P. A. Motavkin and S. N. Smirnova. On certain histophysiological peculiarities of the autonomic neurons of the brain stem	1324
BIOCHEMISTRY	
G. I. Abelev, Z. A. Avenirova, N. W. Engelgardt, Z. L. Baydakova and G. I. Stepanchenok-Rudnik. An organospecific antigen of the liver, absent in the hepatoma	1328
Z. G. Bronovitskaia. Oxidation-phosphorylation in the liver when subjected to high oxygen pressure and J^{131} administration	1331
N. P. Maxutina and D. G. Kolesnikov. Furocumarines in the fruit of <i>Pastinaca sativa</i> L.	1335
M. S. Reznichenko, V. P. Moiseeva, L. I. Polotnova and S. E. Tukachinsky. Certain data on the N-end groups of rabbit gamma-globulin under normal and pathological conditions	1339
N. M. Sisakyan and E. A. Pinus. On the mitochondrial factors affecting glycocolisis	1342
S. M. Strepkov. A study of the anhydrides in the fructose of vegetative organs of <i>Helianthus tuberosis</i> L.	1344
A. I. Shul'mina and P. V. Afanas'ev. On the catalase process	1347
PLANT ANATOMY	
I. A. Borzova. A contribution to the problem of the structure of the exine in Labiateae	1350
PLANT PHYSIOLOGY	
A. S. Kruzhilin and Z. M. Shwedskaja. The effect of leaves and root system on the differentiation of buds and growth of 2-year-old seed plants	1353
MORPHOLOGY	
T. P. Lukashevich. The development of a morphological substratum of the peripheral region of a tactile-kinaesthetic analyser of man	1357
	1181

Iu. K. Bogojavlevsky. The influence of the degree of destruction of lymphatic ganglia of white rats and rabbits upon the subsequent regeneration in the case of their transplantation 1361

PHYSIOLOGY

P. A. Durinian. On the representation of the pelvic nerve in Thalamus opticus of the cat 1363
 K. M. Kullanda. Representation of the nn. pelvici and pudendi in the cerebellum cortex of the cat 1367
 G. I. Mchedlishvili. A study of the localization of the locking mechanisms on the regional arteries of the brain (internal carotids and vertebral arteries) 1371

PARASITOLOGY

L. G. Volgar. On the adaptability of the nematode Thelanderos tba Dinnik, 1930 to the peculiarities of its host life cycle 1375

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В моей заметке «О классе насыщения для метода Гельдера суммирования рядов Фурье», опубликованной в ДАН, т. 121, № 6, 1958 г., имеется ссылка на теорему 8 работы С. Б. Стечкина (Изв. АН СССР, сер. матем., 15, № 3, 219 (1951)).

По моему недосмотру не указано, что эта теорема независимо от С. Б. Стечкина была доказана А. Ф. Тиманом. Подобные теоремы для пространства L_2 были ранее доказаны А. Ф. Тиманом и М. Ф. Тиманом (ДАН, 71, № 1 (1950)).

A. X. Turetskii

(214)

М. С. АГРАНОВИЧ

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 31 X 1958)

Мы будем рассматривать уравнение в частных производных с постоянными комплексными коэффициентами

$$P(D)u(x) \equiv \sum_{0 \leq v \leq m} a_v D^v u(x) \equiv \sum_{0 \leq v_k \leq m_k} a_{v_1 \dots v_n} \frac{\partial^{v_1 + \dots + v_n} u(x)}{\partial x_1^{v_1} \dots \partial x_n^{v_n}} = f(x) \quad (1)$$

($x = (x_1, \dots, x_n)$ — точка вещественного n -мерного пространства), предполагая, что правая часть f и решение u выражаются рядами Тейлора

$$f(x) = \sum b_\mu x^\mu, \quad u(x) = \sum c_\mu x^\mu \equiv \sum c_{\mu_1 \dots \mu_n} x_1^{\mu_1} \dots x_n^{\mu_n}. \quad (2)$$

Здесь

$$|c_\mu| \leq C_\varepsilon (a + \varepsilon)^\mu \mu^{-p\mu} \equiv C_{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_n} \prod (a_k + \varepsilon_k)^{\mu_k} \mu_k^{-p_k \mu_k} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}); \quad (3)$$

отсюда следует, что такие же неравенства справедливы для b_μ . В (3) a_j и p_j — фиксированные числа; всюду в заметке $a_j \geq 0$ и $0 \leq p_j \leq 1$.

Поясним смысл условия (3). Если $p_j = 0$ и $a_j = 0$ или $p_j > 0$, то ряды (2) сходятся при всех x_j , а если $p_j = 0$ и $a_j > 0$, то они сходятся при $|x_j| < a_j^{-1}$. Далее, в случае $n = 1$ неравенство (3) эквивалентно при $p > 0$ неравенству $|u(z)| \leq C_\varepsilon \exp\{pe^{-1}(a + \varepsilon)^{1/p}|z|^{1/p}\}$, справедливому для всех комплексных z , а при $p = 0$ — неравенству $|u(z)| \leq C_\varepsilon$ для $|z| < (a + \varepsilon)^{-1}$, где C_ε — то же, что и в (3). Аналогичное положение имеет место и при $n > 1$, поскольку в (3) оценки по разным переменным не зависят друг от друга.

То, что $u(x)$ — решение уравнения (1), эквивалентно выполнению системы соотношений ($\mu! = \mu_1! \dots \mu_n!$)

$$\sum_{\mu=v=\gamma} a_\mu c_\mu \mu! = b_\gamma \gamma! \quad \text{при } \gamma \geq 0. \quad (4)$$

Мы приведем сейчас теорему, в которой описывается общее представление решений $u(x)$ уравнения (1) и общий вид решений $\{c_\mu\}$ системы уравнений (4). В этой теореме используется система контуров T_μ в n -мерном комплексном пространстве точек $s = (s_1, \dots, s_n)$, обладающая следующими свойствами: 1) если функция $v(s)$ аналитична при $s \neq 0$, то $\int_{T_\mu} v ds = \int_{T_*} v ds$, где $ds = ds_1 \dots ds_n$ и T_* — произведение n окружностей $|s_k| = r_k$; 2) если $s \in T_\mu$, то $B_{\mu_j} < |s_j| < B_{\mu_j} + \beta_j$ при всех μ и j , где B_{μ_j} и β_j — указанные ниже константы; 3) $|P(s)| \geq C > 0$ для $s \in T_\mu$, где константа C зависит только от P и β_j .

Такие контуры можно построить для любого многочлена $P(s)$ и любых положительных B_{μ_j} и β_j . Это устанавливается индукцией по n : если

$$P(s) = s_1^{m_1} Q_0(s_2, \dots, s_n) + s_1^{m_1-1} Q_1(s_2, \dots, s_n) + \dots + Q_{m_1}(s_2, \dots, s_n), \quad (5)$$

то контуры строятся сначала для Q_0 , а затем доопределяются равенствами вида $|s_1| = r_{\mu_1}(s_2, \dots, s_n)$. Ниже в теореме 1 $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$, $\mu_j = 0, 1, \dots$ и $B_{\mu_j} = \alpha_j e^{-p_j} \mu_j^{1-p_j}$ ($\mu_j \geq \mu_0$), где $\alpha_j = a_j$ при $0 \leq p_j < 1$ и $a_j > 0$; в остальных случаях α_j — произвольно фиксируемые числа $> a_j$.

Теорема 1. Пусть $u(x)$ — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (3). Тогда

$$u(x) = (2\pi i)^{-n} \sum_{\gamma} \sum_{-\gamma \leq v \leq m} d_{\gamma v} \int_{T_{\gamma+v}} P(s)^{-1} s^{-\gamma-1} e^{(x, s)} ds, \quad (6)$$

где $(x, s) = x_1 s_1 + \dots + x_n s_n$, $|x_k| < a_k^{-1}$, если $p_k = 0$ и $a_k > 0$, и

$$d_{\gamma v} = a_v c_{\mu} \mu! \quad (\mu = \gamma + v \geq 0), \quad (7)$$

так что

$$\sum_v d_{\gamma v} = b_{\gamma} \gamma! \quad (\gamma \geq 0); \quad |d_{\gamma v}| \leq C_{\varepsilon}^{'} (a + \varepsilon)^{\mu} e^{-\mu} \mu^{(1-p) \mu} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}); \quad (8)$$

если для некоторой последовательности решений $C_{\varepsilon} \rightarrow 0$ при любом фиксированном $\varepsilon > 0$, то и $C_{\varepsilon}^{'} \rightarrow 0$ при любом фиксированном $\varepsilon > 0$.

С другой стороны, если $d_{\gamma v}$ — произвольные числа, удовлетворяющие условиям (8), то (6) — аналитическое решение уравнения (1). Коэффициенты Тейлора этого решения

$$c_{\lambda} = (2\pi i)^{-n} (\lambda!)^{-1} \sum_{\gamma} \sum_{-\gamma \leq v \leq m} d_{\gamma v} \int_{T_{\gamma+v}} P(s)^{-1} s^{\lambda-\gamma-1} ds \quad (\lambda \geq 0) \quad (9)$$

удовлетворяют условию (3), где, однако, $a_k + \varepsilon_k$ надо заменить на $\alpha_k + \beta_k e$, если $p_k = 1$. При этом, если для некоторой последовательности решений $C_{\varepsilon}^{'} \rightarrow 0$ при любом $\varepsilon > 0$, то и $C_{\varepsilon} \rightarrow 0$.

Допустим теперь, что для данных $P(s)$, p_j и a_j контуры T_{μ} можно взять совпадающими друг с другом: $T_{\mu} = T$ (см. ниже 1°, 2° и 3°). Тогда теорема 1 заметно упрощается. Вместо формул (6) — (9) нужно написать соответственно

$$u(x) = (2\pi i)^{-n} \sum_{\gamma \geq -m} d_{\gamma} \int_T P(s)^{-1} s^{-\gamma-1} e^{(x, s)} ds, \quad (6')$$

$$d_{\gamma} = \sum_{\mu - v = \gamma} a_v c_{\mu} \mu!, \quad (7')$$

$$d_{\gamma} = b_{\gamma} \gamma! \quad (\gamma \geq 0); \quad |d_{\gamma}| \leq C_{\varepsilon}^{'} (a + \varepsilon)^{\mu} e^{-\mu} \mu^{(1-p) \mu} \quad (\mu = \gamma + m, \quad \varepsilon > 0), \quad (8')$$

$$c_{\lambda} = (2\pi i)^{-n} (\lambda!)^{-1} \sum_{\gamma \geq -m} d_{\gamma} \int_T P(s)^{-1} s^{\lambda-\gamma-1} ds \quad (\lambda \geq 0), \quad (9')$$

и во второй части теоремы произвольными следует считать числа d_{γ} . Мы приведем примеры случаев, в которых справедлив этот упрощенный вариант теоремы 1, не стремясь к максимальной общности.

1° $P(s)$ — произвольный многочлен; $p_1 = \dots = p_n = 1$ (целые решения экспоненциального типа). Выбор контура T указан перед формулировкой теоремы 1. Если β_j достаточно велики, то за T можно взять произведение n окружностей $|s_k| = r_k$.

2° $P(s) = s_1^{m_1} \dots s_n^{m_n} + \sum a_k s_1^{k_1} \dots s_n^{k_n}$, где в каждом члене суммы $k_j \leq m_j$ при всех j и $k_j < m_j$ хотя бы при одном j . Числа p_j и a_j — любые ($0 \leq p_j \leq 1$, $a_j \geq 0$). Очевидно, найдутся такие $R_k \geq 0$, что $|P(s)| \geq \text{const} > 0$ при $|s_k| \geq R_k$, $k = 1, \dots, n$. Контур T — произведение n окружностей $|s_k| = r_k > R_k$. Оговорка о случае $p_k = 1$ в конце теоремы заменяется следующей: «... a_k надо заменить на $R_k e$, если $p_k = 1$ и $a_k < R_k e$ ».

3°. $|P(s)| \geq \text{const} > 0$ в области

$$|s_1| \geq C(|s_2|^{t_2} + \dots + |s_n|^{t_n}), \quad |s_k| \geq R_k \quad (10)$$

$$(t_k \geq 0, R_k \geq 0, k = 1, \dots, n);$$

$$p_1 \leq 1 - (1 - p_k) t_k \quad (k \geq 2); \quad p_j < 1 \quad (j \geq 1). \quad (11)$$

T — произведение n окружностей $|s_k| = r_k$, лежащее в области (10). К формулировке теоремы нужно добавить следующую оговорку: если $p_1 = 1 - (1 - p_k) t_k$ и $a_k > 0$ при каком-нибудь $k \geq 2$, то в первой части теоремы из (3) следует (6') лишь для достаточно малых $|x_1|$, а во второй части из (8') следует условие вида (3), в котором a_1 надо заменить достаточно большим числом.

Например, пусть P имеет вид (5), где $|Q_0| \geq \text{const} > 0$ при $|s_k| \geq R_k \geq 0$ ($k \geq 2$). Если q_j — степень многочлена Q_j , то $|P(s)| \geq \text{const} > 0$ в области вида (10), где все $t_k = t = \max_{j \geq 1} (q_j/j)$. В частности, если Q_0 сводится к константе, то $R_k = 0$ ($k \geq 2$) и неравенства $p_i < 1$ в (11) излишни; в этом случае t — приведенный порядок уравнения (см. (1), гл. II, § 6).

Перейдем к следствиям теоремы 1 и ее варианта. Прежде всего отметим, что, как видно из теоремы, если $f(x)$ удовлетворяет условию (3), то существует решение $u(x)$, удовлетворяющее этому условию (со сделанной оговоркой при $p_k = 1$). Мы получили элементарное доказательство результата Л. Эренпрайса (ср. (2), §§ 4—7).

Теорема 2. Пусть $P(x)$ имеет вид, указанный в 2°, и пусть $u(x)$ — аналитическое решение уравнения (1). Предположим, что все c_μ с $\mu_k < m_k$ хотя бы при одном k и все b_μ удовлетворяют неравенствам (3), где $a_k \geq R_k e$, если $p_k = 1$. Тогда c_μ при всех μ удовлетворяют (3) с некоторыми новыми константами C_ε .

Теорема 3. Пусть многочлен $P(s)$ удовлетворяет условиям, указанным в 3°, и пусть числа p_j^* и a_j^* удовлетворяют тем же условиям, что и числа p_j и a_j в (3) и 3°, причем $p_1^* < 1 - (1 - p_k^*) t_k$ ($k \geq 2$) и для каждого j либо $p_j^* > p_j$, либо $p_j^* = p_j$ и $a_j^* < a_j$. Пусть $u(x)$ — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее (3). Если все c_μ , у которых $\mu_k < m_k$ хотя бы при одном k , удовлетворяют неравенствам

$$|c_\mu| < C_\varepsilon (a^* + \varepsilon)^\mu \mu^{-p^* \mu} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}), \quad (12)$$

а b_μ — таким же неравенствам при всех $\mu \geq 0$, то неравенства (12) с некоторыми новыми константами C_ε' выполнены для всех c_μ ($\mu \geq 0$).

К этим двум предложению можно добавить, что если для некоторой последовательности решений «старые» константы (C_ε в теореме 2 и C_ε' в теореме 3) стремятся к 0 при любом $\varepsilon > 0$, то и «новые» константы стремятся к 0 при любом $\varepsilon > 0$. Далее, если $R_j = 0$ при каких-либо j ($j \geq 2$ в теореме 3), то предположения о « c_μ с $\mu_k < m_k$ хотя бы при одном k » можно ослабить и считать, что они относятся лишь к c_μ с $\mu_k < m_k$ хотя бы при одном $k \neq j$.

В следующей теореме речь идет о решении задачи Коши с аналитическими начальными данными. Эта теорема подсказана результатами

А. Г. Костюченко ((¹), гл. III, § 5, теорема 3) и Л. Эренпрайса (³), которые она уточняет и обобщает. Вероятно, вся теорема 4 или какая-то ее часть может быть доказана также методом А. Г. Костюченко или методом Л. Эренпрайса.

Теорема 4. Пусть многочлен $P(s)$ имеет вид (5), где $Q_0 = \text{const}$, и пусть t — его приведенный порядок. Предположим, что $p_1 \leq 1 - (1 - p_k)t$ ($k \geq 2$). Пусть заданы числа c_μ с $\mu_1 < m_1$, удовлетворяющие неравенствам (3), и пусть этим же неравенствам удовлетворяют все b_μ . Положим**

$$d_\gamma = \sum_{\mu-\nu=\gamma} a_\nu c_\mu \mu! \quad (\gamma_1 < 0, \gamma_k \geq 0 \text{ при } k \geq 2); \quad d_\gamma = b_\gamma \gamma! \quad (\gamma \geq 0). \quad (13)$$

Тогда формула (6') определит аналитическое решение уравнения (1), коэффициенты Тейлора c_μ которого при $\mu_1 < m_1$ совпадут с заданными числами. (T определено в З°.)

При этом c_μ ($\mu \geq 0$) будут удовлетворять неравенствам (3) с некоторыми новыми C_ε , где, однако, нужно заменить a_1 на достаточно большое число, если $p_1 = 1 - (1 - p_k)t$ и $a_k > 0$ при некотором $k \geq 2$. Построенное решение зависит от c_μ ($\mu_1 < m_1$) и b_μ ($\mu \geq 0$) непрерывно в следующем смысле: если старые $C_\varepsilon \rightarrow 0$ при любом $\varepsilon > 0$, то и новые $C_\varepsilon \rightarrow 0$.

Единственность этого решения устанавливается без труда.

В заключение отметим, что формулы (6) и (6') позволяют дать простое доказательство одного из вариантов теоремы Б. Мальгранжа ((⁴), стр. 292). Пусть $f \equiv 0$, и пусть $u(x)$ — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (3) с $p_1 = \dots = p_n = 0$. Из (6) видно, что $u(x)$ — сумма ряда из целых решений экспоненциального типа, сходящегося равномерно при $|x_k| \leq (a_k + \varepsilon)^{-1}$ ($k = 1, \dots, n$) с любым $\varepsilon > 0$. Пусть теперь $u(x)$ — целое решение экспоненциального типа уравнения (1) с $f = 0$. Представив его в форме (6'), где за T взято произведение окружностей $|s_k| = r_k$, нетрудно показать, что $u(x)$ — сумма ряда из экспоненциальных многочленов, удовлетворяющих уравнению, который сходится равномерно в любой ограниченной области.

Методом настоящей заметки можно изучать также аналитические решения систем уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами.

Приношу глубокую благодарность проф. Г. Е. Шилову, под руководством которого выполнена эта работа.

Примечание при корректуре. Результат, близкий к теореме 4 в частном случае $n = 2$, $q_1 = \dots = q_{m_1}$, другим методом получен в недавно вышедшей работе В. И. Протасова (⁵).

В случае 2° формулы (6') — (8') решают аналог задачи Гурса.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
30 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений, М., 1958. ² L. Ehrenpreis, Am. J. Math., **78**, № 4 (1956). ³ L. Ehrenpreis, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **42**, № 9 (1956). ⁴ B. Malgrange, Ann. Inst. Fourier, **6** (1956). ⁵ В. И. Протасов, ДАН, **121**, № 4 (1958).

* Если $f \equiv 0$, то p_1 можно взять любым положительным числом < 1 , $\leq \min\{1 - (1 - p_k)t_k\}$ ($k \geq 2$).

** Числа d_γ с $\gamma_k < 0$ при каком-нибудь из $k \geq 2$ не нужны, так как соответствующие интегралы в (6') равны 0.

М. БОКШТЕЙН

О ФОРМУЛЕ КЮННЕТА В ГОМОЛОГИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЕ

(Представлено академиком П. С. Александровым 12 XI 1958)

Пусть A есть дифференциальная группа, т. е. аддитивная абелева группа, в которой действует эндоморфизм d , называемый дифференциальным оператором, такой, что $dd = 0$. Целочисленная группа гомологий группы A определяется формулой $H(A) = \ker d / \text{im } d$. Группа гомологий $H(A, G)$ группы A по группе коэффициентов G есть группа гомологий дифференциальной группы $A \otimes G$ с дифференциальным оператором $d \otimes 1$. Через $H_m(A)$ обозначим группу гомологий группы A по модулю m , т. е. по группе коэффициентов Z_m (аддитивной группе приведенных по модулю m целых чисел, т. е. циклической группе порядка m). Введем также для произвольной аддитивной абелевой группы G и произвольного натурального числа m обозначения: ${}_mG$ для подгруппы элементов вида mg , $g \in G$; ${}_mG$ для подгруппы таких элементов $g \in G$, что $mg = 0$; G_m для фактор-группы $G / {}_mG$. Кроме того будут рассматриваться естественные отображения $i_0^m : {}_mG \rightarrow G$, $i_{m'}^m : {}_mG \rightarrow {}_{m'}G$, $j_m^m : {}_mG \rightarrow {}_mG$, $\varphi_m^0 : G \rightarrow G_m$, $\varphi_m^m : G_m \rightarrow G_m$, $\psi_m^m : G_m \rightarrow G_{m'} (m / m')$ (i_0^m и $i_{m'}^m$ будут изоморфными вложениями, а φ_m^0 и φ_m^m — гомоморфными проектированиями; гомоморфизмы j_m^m и ψ_m^m получаются с помощью умножения на число $\frac{m'}{m}$).

В нашей работе (2) было определено понятие спектра гомологий группы A как системы групп $H(A)$ и $H_m(A) = H(A, Z_m)$, $m = 1, 2, \dots$, вместе со связывающими эти группы гомоморфизмами $\pi_m^0 : H(A) \rightarrow H_m(A)$, $\pi_m^{m'} : H_{m'}(A) \rightarrow H_m(A)$ и $\bar{\omega}_{m'}^m : H_m(A) \rightarrow H_{m'}(A) (m / m')$, порожденными естественными отображениями $\varphi_m^0 : Z \rightarrow Z_m$, $\varphi_m^{m'} : Z_{m'} \rightarrow Z_m$, $\psi_m^m : Z_m \rightarrow Z_{m'}$, а в работе (3) мы показали, что строение такого спектра гомологий в случае, когда группа A не имеет элементов конечного порядка, определяется целочисленной группой гомологий $H(A)$ (для почти столь же общего случая групп когомологий топологического пространства все это было нами показано уже в работе (1)), а именно

$$H_m(A) \approx [H(A)]_m + {}_m[H(A)],$$

причем гомоморфизмы π_m^0 , $\pi_m^{m'}$, $\bar{\omega}_{m'}^m (m / m')$ действуют так:

$$\begin{aligned} \pi_m^0 h &= (\varphi_m^0 h, 0), \\ \pi_m^{m'}(h_{m'}, {}_{m'}h) &= (\varphi_m^{m'} h_{m'}, j_m^{m'} {}_{m'}h), \\ \bar{\omega}_{m'}^m(h_m, {}_m h) &= (\psi_m^m h_m, i_m^m {}_m h) \end{aligned}$$

($h \in H(A)$, $h_n \in [H(A)]_n$, ${}_n h \in {}_n[H(A)]$, $(h_n, {}_n h) \in H_n(A)$, $n = m, m'$). С помощью этого в упомянутых работах мы доказали, что

$$\begin{aligned} H(A, G) &= \{H(A), H_m(A); \pi_m^0, \pi_m^{m'}, \bar{\omega}_{m'}^m\} \otimes \{G, {}_mG; i_0^m, i_{m'}, j_m^{m'}\} \approx \\ &\approx H(A) \otimes G + H(A) * G, \end{aligned}$$

где $*$ есть знак произведения кручения, а G — произвольная аддитивная абелева группа (знак $=$ вместо \approx мы ставим в случае, когда изоморфизм является естественным). Тензорное произведение двух систем групп понимается при этом так: если системы $\{G_\alpha; \pi_\beta^\alpha\}$ и $\{H_\alpha; \omega_\alpha^\beta\}$ сопряженные, т. е. гомоморфизмы π_β^α и ω_α^β определены для одинаковых пар индексов α и β , то $\{G_\alpha; \pi_\beta^\alpha\} \otimes \{H_\alpha; \omega_\alpha^\beta\}$ есть прямая сумма по всем α тензорных произведений групп $G_\alpha \otimes H_\alpha$, в которую введены дополнительные соотношения $g_\alpha \otimes \omega_\alpha^\beta h_\beta = \pi_\beta^\alpha g_\alpha \otimes h_\beta$ ($g_\alpha \in G_\alpha, h_\beta \in H_\beta$). Правда, все это было доказано нами не для дифференциальных групп без элементов конечного порядка, а для комплексов без кручения, т. е. для последовательностей $\dots \rightarrow L^{q-1} \rightarrow L^q \rightarrow L^{q+1} \rightarrow \dots$ групп без элементов конечного порядка, отображенных друг в друга с помощью дифференциального отображения d ($dd = 0$), однако здесь достаточно положить все группы L^q одинаковыми, т. е. взять комплекс $\dots \rightarrow A \rightarrow A \rightarrow \dots$, чтобы перейти к случаю дифференциальных групп. Отметим, что из результатов для случая дифференциальных групп вновь следуют результаты для случая комплексов, ибо вместо комплекса можно рассматривать дифференциальную группу (она будет естественным образом градуированной), являющуюся прямой суммой всех групп комплекса, $A = \sum_q L^q$.

В настоящей работе мы к гомоморфизмам спектра гомологий добавим еще введенный нами в ⁽⁴⁾ гомоморфизм $\delta_0^m : H_m(A) \rightarrow H(A)$ ($m = 1, 2, \dots$), который элемент $h \in H_m(A)$ переводит в элемент $h' \in H(A)$, содержащий элемент $\frac{1}{m} dg$ группы A , где $\varphi_{mg}^0 \in h$. Из работы ⁽³⁾ (или ⁽¹⁾) видно, что эти гомоморфизмы δ_0^m также определяются целочисленной группой гомологий $H(A)$, а именно $\delta_0^m(h_m, mh) = i_0^m mh$, т. е. $\delta_0^m(h_m, 0) = 0$, $\delta_0^m(0, mh) = i_0^m mh$ ($h_m \in [H(A)]_m, mh \in [H(A)]_m$). Полученную в результате систему групп $\{H(A), H_m(A); \pi_m^0, \pi_m^{m'}, \delta_0^m, \delta_0^{m'}\}$ ($m = 1, 2, \dots; m/m'$) мы будем называть полным спектром гомологий дифференциальной группы A .

Инволютивной дифференциальной группой мы назовем группу, в которой кроме дифференциального оператора d определен еще автоморфизм ω , называемый инволюцией, такой, что $\omega\omega = 1$, $d\omega + \omega d = 0$. Для градуированных дифференциальных групп (т. е. являющихся прямой суммой групп некоторого комплекса, см. выше) существует естественная инволюция, определенная для однородных элементов группы, т. е. для элементов каждой из групп L^q отвечающего ей комплекса, формулой $\omega = (-1)^q$. Инволюция ω естественно порождает автоморфизм ω в группах гомологий $H(A)$ и $H(A, G)$ (в частности в $H_m(A)$), $\omega\omega = 1$, перестановочный с гомоморфизмами $\pi_m^0, \pi_m^{m'}, \delta_0^m, \delta_0^{m'}$ и косо-перестановочный с δ_0^m .

Рассмотрим тензорное произведение $K \otimes L$ двух инволютивных дифференциальных групп K и L (в частности, двух градуированных дифференциальных групп) — это есть инволютивная дифференциальная группа, в которой дифференциальный оператор определяется формулой $d(k \otimes l) = -dk \otimes l + \omega k \otimes dl$, а инволюция формулой $\omega(k \otimes l) = \omega k \otimes \omega l$. оказывается, что целочисленная группа гомологий дифференциальной группы $K \otimes L$ есть тензорное произведение полных спектров гомологий групп K и L , в первом из которых гомоморфизмы π_m^0 следует заменить на $\pi_m^0\omega$:

$$H(K \otimes L) = \{H(K), H_m(K); \pi_m^0\omega, \pi_m^{m'}, \delta_0^m, \delta_0^{m'}\} \otimes \otimes \{H(L), H_m(L); \delta_0^m, \delta_0^{m'}, \pi_m^0, \pi_m^{m'}\}.$$

Утверждение это, фактически содержащееся в нашей работе (5) (гл. III, § 3, п. 3, в) на стр. 37), доказано в совершенно такой же форме, как приведенная здесь (за исключением лишь самой записи формулы, требующей нашего определения понятия тензорного произведения систем групп), в работе Палермо (6) (теорема 3.1); автор сперва проводит доказательство для групп с конечным числом образующих, а затем пользуется прямым предельным переходом (это годится для самого общего случая, ибо каждая абелева группа есть предел прямого спектра всех ее подгрупп с конечным числом образующих, связанных гомоморфизмами вложения), вместо чего можно было бы применить методы нашей работы (2).

В силу приведенных выше формул, дающих строение полного спектра гомологий дифференциальной группы через ее целочисленную группу гомологий, имеем

$$\begin{aligned} H(K) \otimes H(L) + \sum_m H_m(K) \otimes H_m(L) &\approx \\ \approx H(K) \otimes H(L) + \sum_m [H(K)]_m \otimes [H(L)]_m + \sum_m [H(K)]_m \otimes {}_m[H(L)] + \\ + \sum_m {}_m[H(K)] \otimes [H(L)]_m + \sum_m {}_m[H(K)] \otimes {}_m[H(L)], \end{aligned}$$

а дополнительные соотношения

$$\pi_m^0 \omega h \otimes h' = h \otimes \delta_0^m h', \quad \pi_m^{m'} h \otimes h' = h \otimes \delta_{m'}^m h',$$

$$\delta_{m'}^m h \otimes h' = h \otimes \pi_{m'}^m h', \quad \delta_0^m h \otimes h' = h \otimes \pi_m^0 h'$$

$$(h \in H(K), h' \in H(L), {}_n h \in H_n(K), {}_n h' \in H_n(L), n = m, m'; m/m'),$$

превращающие эту прямую сумму в тензорное произведение рассматриваемых систем групп, принимают вид:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \quad \varphi_m^0 \omega h \otimes h'_m = h \otimes 0, & \beta) \quad \varphi_m^0 \omega h \otimes {}_m h' = h \otimes i_0^m {}_m h', \\ \gamma) \quad \varphi_m^{m'} h_{m'} \otimes h'_m = h_{m'} \otimes \varphi_{m'}^m h'_m, & \delta) \quad \varphi_m^{m'} h_{m'} \otimes {}_m h' = h_{m'} \otimes i_{m'}^m {}_m h', \\ \varepsilon) \quad j_{m' m}^m h \otimes h'_m = {}_m h \otimes \varphi_{m'}^m h'_m, & \zeta) \quad j_{m' m}^m h \otimes {}_m h' = {}_m h \otimes i_{m'}^m {}_m h', \\ \eta) \quad \varphi_{m'}^m h_m \otimes h'_{m'} = h_m \otimes \varphi_{m'}^{m'} h'_{m'}, & \theta) \quad \varphi_{m'}^m h_m \otimes {}_m h' = h_m \otimes j_{m' m}^m {}_m h', \\ \iota) \quad i_{m' m}^m h \otimes h'_{m'} = {}_m h \otimes \varphi_{m'}^{m'} h'_{m'}, & \kappa) \quad i_{m' m}^m h \otimes {}_m h' = {}_m h \otimes j_{m' m}^m {}_m h', \\ \lambda) \quad 0 \otimes h' = h_m \otimes \varphi_m^0 h', & \mu) \quad i_0^m {}_m h \otimes h' = {}_m h \otimes \varphi_m^0 h' \end{array}$$

$$(h \in H(K), h_n \in [H(K)]_n, {}_n h \in {}_n [H(K)], h' \in H(L), h'_n \in [H(L)]_n, {}_n h' \in {}_n [H(L)], n = m, m').$$

Принимая во внимание, что всякий элемент $h_m \in [H(K)]_m$ имеет вид $\varphi_m^0 h$, где $h \in H(K)$, а значит, может быть записан и как $\varphi_m^0 \omega h$, $h = \omega h \in H(K)$, а элемент $h_m \in [H(L)]_m$ имеет вид $\varphi_m^0 h'$, $h' \in H(L)$, видим, что соотношения (α) и (λ) дают $h_m \otimes h'_m = 0$, т. е. прямые слагаемые $[H(K)]_m \otimes [H(L)]_m$ аннулируются, ввиду чего соотношения (γ) и (η) становятся излишними. Так как кроме того $i_0^m {}_m g = {}_m g$, $i_{m'}^m {}_m g = {}_m g$, $j_{m' m}^m g = \frac{m'}{m} \cdot {}_m g$ (${}_m g \in {}_m G \subset G$, ${}_m g \in {}_m G \subset {}_{m'} G \subset G$, m/m' , $G = H(K)$ или $H(L)$), то в силу соотношений (β) и (μ) прямые слагаемые $[H(K)]_m \otimes {}_m [H(L)]$ и

${}_m[H(K)] \otimes [H(L)]_m$ изоморфно вкладываются в $H(K) \otimes H(L)$, и их тоже можно отбросить, равно как и соотношения (δ) , (ε) , (θ) , (ι) , которые становятся тривиальными. Остаются лишь прямые слагаемые $H(K) \otimes H(L)$ и ${}_m[H(K)] \otimes {}_m[H(L)]$ и соотношения (ζ) и (χ) , а это значит, что

$$H(K \otimes L) \approx H(K) \otimes H(L) + \{{}_m[H(K)]; i_m^m, j_m^{m'}\} \otimes \{{}_m[H(L)]; j_m^{m'}, i_{m'}^m\}.$$

На основании формулы нашей статьи ⁽³⁾, дающей выражение произведения кручения двух групп посредством тензорного произведения систем групп,

$$G * H = \{{}_m G; i_m^m, j_m^{m'}\} \otimes \{{}_m H; j_m^{m'}, i_{m'}^m\},$$

последнее соотношение можно записать в виде

$$H(K \otimes L) \approx H(K) \otimes H(L) + H(K) * H(L),$$

т. е. мы получаем известную формулу Кюннета в виде прямой суммы, а не только в виде $H(K \otimes L) / [H(K) \otimes H(L)] = H(K) * H(L)$. Для случая градуированных групп K и L (а значит и группы $K \otimes L$), где группы гомологий распадаются в прямую сумму групп гомологий различных размерностей, а гомоморфизмы δ_0^m (а значит и произведение кручения) повышают размерность элементов на 1, отсюда находим для q -мерной группы гомологий

$$H^q(K \otimes L) \approx \sum_{r+r'=q} H^r(K) \otimes H^{r'}(L) + \sum_{r+r'=q-1} H^r(K) * H^{r'}(L).$$

В силу замечания в конце работы ⁽³⁾ эта формула будет справедлива и для групп когомологий топологического произведения двух топологических пространств.

Московский авиационный
технологический институт

Поступило
11 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. Бокштейн, ДАН, **119**, № 6, 1066 (1958). ² М. Bockstein, C. R., **247**, № 3, 259 (1958). ³ М. Bockstein, C. R., **247**, № 4, 396 (1958). ⁴ М. Бокштейн, ДАН, **40**, № 9, 387 (1943). ⁵ М. Ф. Бокштейн, Тр. Московск. матем. общ., 6, 3 (1957). ⁶ F. P. Pallegmo, Trans. Am. Math. Soc., **86**, 174 (1957).

Б. М. БУДАК и А. Д. ГОРБУНОВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ,
ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОТОЧЕЧНЫМИ
РАЗНОСТНЫМИ МЕТОДАМИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ
 $dy/dx = f(x, y)$

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 5 XI 1958)

Примеры и взгляды, встречающиеся в современной математической литературе (1-3), и вычислительная практика способствовали формированию понятий, излагаемых в настоящей статье.

1°. Пусть для уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad (1)$$

правая часть которого определена, непрерывна, вычислима * и удовлетворяет условию Липшица по y в некотором прямоугольнике $\bar{\Pi}$: $|x - x_0| \leq A$, $|y - y_0| \leq B$, требуется найти решение $y(x)$, удовлетворяющее условию

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

Пусть приближенные значения y_k этого решения в узлах $x_k = x_0 + kh$, $k = 0, \pm 1, \dots, h > 0$, отыскиваются при помощи конечноразностного уравнения

$$\sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i} = h \sum_{i=0}^n \beta_i f_{k+i-i}, \quad f_j = f(x_j, y_j), \quad (3)$$

где l, m, n — заданные целые числа, $m > 0, n \geq 0$; α_j, β_j — заданные действительные числа; $\alpha_0, \beta_0, \alpha_m, \beta_n$ отличны от нуля, $\alpha_0 = 1$, при начальных условиях

$$y_0 = g(x_0, h), \quad y_i = g(x_i, h), \quad i = -1, \dots, -(p - q - 1), \quad (4)$$

где $p = \max(k, k + l)$, $q = \min(k - m, k + l - n)$, а $g(x, h)$ — некоторая непрерывно дифференцируемая, вычислимая функция x , выбираемая, вообще говоря, для каждого значения h и называемая начальной. Шаг h и функцию $g(x, h)$ нужно выбирать так, чтобы выполнялись включения:

$$(x_i, g(x_i, h)) \in \Pi, \quad i = -1, \dots, -(p - q - 1). \quad (4')$$

Пусть существуют числа \bar{x} , $0 < \bar{x} - x_0 \leq A$, и h_0 такие, что задача (3), (4) разрешима для каждого h , $0 < h \leq h_0$, при всяком $k = 1, \dots, S_h = \left[\frac{\bar{x} - x_0}{h} \right] + 1$.

* Под вычислимой функцией мы понимаем такую функцию, определение которой содержит информацию, достаточную для получения в любой точке области ее задания приближенного значения этой функции в виде десятичной дроби с любым наперед заданным числом верных знаков. Под верным знаком десятичной дроби, составляющей приближенное значение некоторой величины, мы понимаем всякий знак этой дроби, принадлежащий разряду, единица которого не меньше модуля абсолютной погрешности этой дроби.

Рассматривая какой-либо класс K допустимых функций f и для каждой функции f из этого класса — определенный как-либо класс G_f допустимых начальных функций g , обозначим через $y_k^*, k = 1, 2, \dots, S_h$, $y_0^* = y_0$, приближенное решение задачи (3), (4), получаемое вполне определенным способом $R(K)$, $0 < h \leq h' \leq h_0$, одинаковым для всех функций f из класса K и для всех соответствующих начальных функций g , причем счет ведется с $r + \sigma$ знаками после запятой и нужные значения $g(x_i, h)$, $i < 0$, и f_i вычисляются с $r + \sigma$ верными знаками после запятой, а функция y_k^* получается в результате округления полученной таким образом дроби до r -го знака после запятой (r и σ — целые числа, $\sigma \geq 0$). Предельную погрешность округления при счете с $r + \sigma$ знаками после запятой будем обозначать через θ' , а при счете с r знаками после запятой — через θ , $\theta' \leq \theta$.

Совокупность (3), (4), $R(K)$ (h меняется в полуотрезке $0 < h \leq h'$) будем называть вычислительным процессом, возникающим при решении задачи (1), (2) конечноразностным методом (3), (4), или, короче, — вычислительным процессом (3), (4), $R(K)$. $f(x, y)$ продолжим на полосу $|x - x_0| \leq A$, $-\infty < y < +\infty$ с сохранением всех ее свойств (6).

Таким образом, в качестве приближенного решения задач (1), (2) в узлах x_k принимается функция $y = y_k^*$, $k = 0, 1, \dots, S_h$. В этой связи разность

$$D_k = y(x_k) - y_k^* \quad (5)$$

будем называть полной погрешностью y_k^* , а разность

$$d_k = y_k - y_k^* \quad (6)$$

вычислительной погрешностью y_k^* .

Мы скажем, что вычислительный процесс (3), (4), $R(K)$ сходится, если при любых допустимых фиксированных f и g для всякого h , $0 < h \leq h'$, существуют положительные числа ε_h^* и θ_h^* , стремящиеся к нулю при $h \rightarrow 0$ и такие, что неравенство

$$|D_k| \leq \varepsilon_h^* \quad (7)$$

выполняется равномерно по $k = 0, 1, \dots, S_h$ и по θ , $0 \leq \theta \leq \theta_h^*$.

Вычислительный процесс (3), (4), $R(K)$ мы назовем устойчивым v -го порядка, $v = 1, 2$, если при любых допустимых фиксированных f и g для всякого h , $0 < h \leq h'$, существуют положительные числа $\tilde{\varepsilon}_h$ и $\tilde{\theta}_h$ такие, что неравенство

$$|\Delta^v d_{k-1}| \leq h^v \tilde{\varepsilon}_h \quad (8)$$

выполняется равномерно по $k = 1, \dots, S_h + (1 - v)$ и по θ , $0 \leq \theta \leq \tilde{\theta}_h$, причем $\tilde{\varepsilon}_h$ и $\tilde{\theta}_h$ стремятся к нулю при $h \rightarrow 0$; $\tilde{\theta}_h$ стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени h .

Если конечноразностный процесс (3), (4) сходится, то для сходимости вычислительного процесса (3), (4), $R(K)$ достаточно его устойчивости нулевого порядка.

2°. Положим

$$\gamma_k = \sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i}^* - h \sum_{i=0}^n \beta_i f(x_{k+l-i}, y_{k+l-i}^*) \quad (9)$$

и будем называть γ_k дискретной характеристикой вычислительной погрешности величины y_k^* . Кроме того положим

$$\gamma(x) = \gamma_k \text{ при } x_{k-1} < x \leq x_k. \quad (10)$$

Теорема 1. Пусть конечноразностный процесс (3), (4) сходится. Чтобы вычислительный процесс (3), (4), $R(K)$ был устойчивым нулевого порядка, необходимо и достаточно, чтобы при произвольных допусти-

мых фиксированных f и g для любых h , $0 < h \leq h'$, существовали такие числа ε'_h и θ'_h , что неравенство

$$\frac{1}{h} \left| \int_0^x \gamma(\xi) d\xi \right| \leq \varepsilon'_h \quad (11)$$

выполняется равномерно по x , $x_0 \leq x \leq hT_h$,

$$T_h = S_h - \frac{l}{2} \operatorname{sign} l \cdot (1 + \operatorname{sign} l),$$

и по θ , $0 \leq \theta \leq \theta'_h$, причем $\varepsilon'_h \rightarrow 0$ и $\theta'_h \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$; θ'_h стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени h .

Теорема 2. Пусть конечноразностный процесс (3), (4) равномерно сходится ^(4,5), а вычислительный процесс (3), (4), $R(K)$ является устойчивым первого порядка; тогда при произвольных допустимых фиксированных f и g для любых h , $0 < h \leq h'$, существуют такие числа ε''_h и θ''_h , что неравенство

$$|\gamma_h| \leq h \varepsilon''_h \quad (12)$$

выполняется равномерно по $k = 0, 1, \dots, T_h$ и по θ , $0 \leq \theta \leq \theta''_h$, причем $\varepsilon''_h \rightarrow 0$ и $\theta''_h \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$; θ''_h стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени h .

Теорема 3. Пусть конечноразностный процесс (3), (4) является равномерно сходящимся, а вычислительный процесс (3), (4), $R(K)$ удовлетворяет условию: при произвольных допустимых фиксированных f и g для любых h , $0 < h \leq h'$, существуют положительные числа ε''_h и θ''_h такие, что неравенство (12) выполняется равномерно по $k = 0, 1, \dots, T_h$ и по θ , $0 \leq \theta \leq \theta''_h$, причем $\varepsilon''_h \rightarrow 0$ и $\theta''_h \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$; θ''_h стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени h .

Тогда:

1. Этот вычислительный процесс будет устойчивым первого порядка, если $\theta''_h = o(h)$.

2. Этот вычислительный процесс будет устойчивым первого порядка, если корни уравнения

$$\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j \lambda^{m-1-i} = 0, \quad m > 1,$$

все по модулю меньше единицы.

3°. Остановимся на более конкретных предложениях.

А. Обозначим через K_0 совокупность всевозможных функций $f(x, y)$, удовлетворяющих условиям, перечисленным в пункте 1°, а через G_f — класс всевозможных допустимых начальных функций $g(x, h)$, $g(x_0, h) = y_0$, и рассмотрим конечноразностный процесс (3), (4) при $l < 0$. Способ $R_0(K_0)$ построения приближенного решения задачи (3), (4) определим формулой

$$y_h^* = (h \sum_{i=0}^n (\beta_i (f_{k+l-i}^*)^\Delta)^\circ)^\circ - \sum_{i=1}^m (\alpha_i y_{k-i}^*)^\circ, \quad f \in K_0, \quad G_f = G_f^0,$$

где $(f_j^*)^\Delta$ обозначает приближенное значение величины $f_j^* = f(x_j, y_j^*)$, вычисленное с r верными знаками после запятой, а символ $(a * b)^\circ$ обозначает результат выполнения арифметической операции $(a * b)$ с r знаками после запятой.

Обозначим через $O^*(h)$ функцию h , которая стремится к нулю вместе с h не быстрее некоторой конечной степени h .

Теорема 4. Если конечноразностный процесс (3), (4) при $l < 0$ равномерно сходится и выполнено условие $0 \leq \theta \leq h O^*(h)$, то вычислительный процесс (3), (4), $R_0(K_0)$ является устойчивым нулевого порядка.

Б. Рассмотрим конечноразностный процесс (3), (4) при $t = 0$: Полагая $y_k = y_{k-1}^*$, рассмотрим последовательность дробей

$$y_k^s = (h(\beta_0(f_k) \Delta) \bullet) \bullet + \left(h \sum_{i=1}^n (\beta_i(f_{k-i}) \Delta) \bullet \right) \bullet - \sum_{i=1}^m (\alpha_i y_{k-i}^s) \bullet, \quad (13)$$

$$s = 1, 2, \dots, \quad f \in K_0, \quad G_f = \tilde{G}_f,$$

где $f_k = f(x_k, y_k^s)$; символ $(a * b) \bullet$ обозначает результат выполнения арифметической операции $(a * b)$ с $r + \sigma$ знаками после запятой, а $(f_k) \Delta$ обозначает результат вычисления величины f_k^s с $r + \sigma$ верными знаками после запятой. Выберем h , s и σ так, чтобы метод последовательных приближений, на базе которого написаны формулы (13), сходился и чтобы дроби y_k и y_k^s являлись r -эквивалентными*, и положим $y_k^s = (y_k)^{\circ}$. Описанный способ построения y_k^s обозначим через $R'_2(K_0)$.

Теорема 5. Если конечноразностный процесс (3), (4) при $t = 0$ равномерно сходится и выполнено условие $0 \leq \theta \leq hO^*(h)$, то вычислительный процесс (3), (4), $R'_2(K_0)$ является устойчивым первого порядка.

В. Обозначим через K_1 класс всевозможных линейных функций $f(x, y) = a(x)y + b(x)$, где $a(x)$ и $b(x)$ — непрерывные функции x , $|x - x_0| \leq A$, $|y - y_0| \leq B$, $a(x) \neq 0$, и рассмотрим уравнение

$$y_k - y_{k-1} = h f_{k+1} \quad (14)$$

с начальными условиями

$$y_0 = g(x_0, h), \quad y_{-1} = g(x_{-1}, h). \quad (15)$$

Обозначим через $R_1(K_1)$ способ построения приближенного решения задачи (14), (15), определяемый формулой

$$y_{k+1}^* = \left(\left(\frac{1}{(h a_{k+1}^{\Delta})^{\circ}} \right)^{\circ} [y_k^* - y_{k-1}^*] \right)^{\circ}, \quad f \in K_1, \quad G_f = \tilde{G}.$$

Вычислительный процесс (13), (14), $R_1(K_1)$ является неустойчивым.

Г. Определим теперь для той же самой конечноразностной задачи (14), (15) другой способ построения y_k^s . Положим $y_k^s = y_0$, $k = 0, 1, \dots, S_h$, и рассмотрим последовательность дробей

$$y_k^s = y_0 + \left(h \sum_{i=1}^k (f_{i+1}) \Delta \right) \bullet, \quad s = 1, 2, \dots; \quad k = 0, 1, \dots, S_h, \quad f \in K_0. \quad (16)$$

(Числа x , s и σ выберем так, чтобы метод последовательных приближений, на базе которого написаны формулы (16), сходился равномерно по всем k и чтобы дроби y_k и y_k^s были r -эквивалентными для всех допустимых k сразу). Положим $y_k^s = (y_k)^{\circ}$ и примем в качестве приближенного решения задачи (13), (14), причем начальная функция подбирается должным образом. Описанный способ построения обозначим через $R_3(K_0)$.

При $0 \leq \theta \leq hO^*(h)$ вычислительный процесс (13), (14), $R_3(K_0)$ является устойчивым первого порядка.

Московский государственный университет*
им. М. В. Ломоносова

Поступило
3 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. Л. Соболев, Изв. АН СССР, сер. матем., 20, № 4 (1956). ² G. Dahlquist, Math. Skr., 4, № 1 (1956). ³ В. С. Рябенский, А. Ф. Филиппов, Об устойчивости разностных уравнений, 1956, стр. 74—76. ⁴ А. Д. Горбунов, Б. М. Будак, ДАН, 119, № 4 (1958). ⁵ Б. М. Будак, А. Д. Горбунов, Вестн. МГУ, № 4 (1958). ⁶ А. Д. Горбунов, Б. М. Будак, Вестн. МГУ, № 2 (1959).

* Две десятичные дроби называются r -эквивалентными, если они имеют одинаковые целые части и одинаковые первые r десятичных знаков.

Э. И. ГОЛЬДЕНГЕРШЕЛЬ

О СПЕКТРЕ ВОЛЬТЕРРОВА ОПЕРАТОРА В НЕКОТОРЫХ
БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 17 IX 1958)

Настоящая работа посвящена изучению спектра вольтеррового оператора в банаховом пространстве вектор-функций, непрерывных на положительной полуоси и растущих не быстрее, чем $e^{\alpha x}$. Это дает возможность исследовать рост при $x \rightarrow +\infty$ решений систем интегральных уравнений типа Вольтерра. Обобщение результатов на случай многомерных областей может быть применено к некоторым краевым задачам математической физики.

1°. Пусть $f(f_1, \dots, f_n)$ — n -мерный вектор; $K = (K_{ij})$ — квадратная матрица n -го порядка. Введем обозначения:

$$\|f\| = \left(\sum_{i=1}^n |f_i|^2 \right)^{1/2}, \quad \|K\| = \left(\sum_{i,j=1}^n |K_{ij}|^2 \right)^{1/2}. \quad (1)$$

В пространстве $C_x^n(\theta, \infty)$ вектор-функций $f(x)(f_1(x), \dots, f_n(x))$, непрерывных на $[\theta, \infty)$, $\theta \geq 0$, с нормой

$$\|f\|_\alpha = \sup_{\theta \leq x < \infty} \|f(x)\| e^{-\alpha x} \quad (2)$$

мы будем рассматривать вольтерров оператор V_θ

$$V_\theta f = \int_0^x K(x, y) f(y) dy, \quad (3)$$

ядро которого $K(x, y) = (K_{ij}(x, y))$ есть матрица-функция n -го порядка, непрерывная в области $\theta \leq y \leq x < \infty$.

Вольтерров оператор V_θ замкнут в $C_x^n(\theta, \infty)$. Необходимым и достаточным условием его ограниченности в $C_\alpha^n(\theta, \infty)$ является конечность выражения

$$\sup \int_0^x \|K(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy. \quad (4)$$

Резольвента $R_\lambda(V_\theta) = (V_\theta - \lambda I)^{-1}$ тоже замкнута. Поэтому для того, чтобы при некотором λ резольвента была ограниченным в $C_\alpha^n(\theta, \infty)$ оператором, не только необходимо, но и достаточно (1), чтобы для этого λ имело место включение

$$R_\lambda(V_\theta) C_\alpha^n(\theta, \infty) \subset C_\alpha^n(\theta, \infty). \quad (5)$$

Множество тех λ , для которых имеет место (5), образует резольвентное множество $\rho_\alpha(V_\theta)$ оператора V_θ в $C_\alpha^n(\theta, \infty)$; его дополнение $\sigma_\alpha(V_\theta)$ есть спектр оператора V_θ в этом пространстве.

Принадлежность точки λ спектру $\sigma_\alpha(V_\theta)$ равносильна наличию непрерывной на $[\theta, \infty)$ и растущей при $x \rightarrow \infty$ не быстрее, чем $e^{\alpha x}$, вектор-

функции $f(x)$, для которой решение $\varphi(x)$ уравнения

$$\int_0^x K(x, y) \varphi(y) dy - \lambda \varphi(x) = f(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad (6)$$

растет быстрее, чем $e^{\alpha x}$. Поэтому изучение спектров $\sigma_\alpha(V_\theta)$ при различных α доставляет нам сведения о росте решений уравнений (6) в его зависимости от роста правых частей.

Теорема 1. Спектр $\sigma_\alpha(V_\theta)$ есть связное множество, содержащее точку $\lambda = 0$. При возрастании α семейство множеств $\sigma_\alpha(V_\theta)$ монотонно убывает. Если при некоторых N и ν ядро $K(x, y)$ удовлетворяет оценке

$$\|K(x, y)\| < Ne^{\nu(x-y)}, \quad 0 \leq y \leq x < \infty, \quad (7)$$

то

$$\bigcap_{-\infty < \alpha < \infty} \sigma_\alpha(V_\theta) = \{0\}. \quad (8)$$

Теорема 2. Если вольтерров оператор V_0 ограничен в $C_\alpha^n(0, \infty)$ или если его ядро $K(x, y)$ удовлетворяет условию

$$\|K(x, y)\| < Ne^{\alpha(x-y)}, \quad 0 \leq y \leq x < \infty, \quad (9)$$

то при всех $\theta > 0$

$$\sigma_\alpha(V_\theta) = \sigma_\alpha(V_0). \quad (10)$$

Спектральный радиус $r_\alpha(V_0)$ оператора V_0 в $C_\alpha^n(0, \infty)$ удовлетворяет оценке

$$r_\alpha(V_0) \leq \lim_{\theta \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq x < \infty} \int_0^x \|K(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy. \quad (11)$$

Следствие. Если

$$\int_0^\infty \|K(x)\| dx < \infty,$$

то вольтерров оператор с ядром $K(x+y)$ квазинильпотентен во всех $C_\alpha^n(0, \infty)$ при $\alpha \geq 0$.

Из теоремы Винера и Палея ⁽²⁾ (которая легко переносится на случай системы) следует, что если $\int_0^\infty \|K(x)\| e^{-\alpha x} dx < \infty$, то спектр $\sigma_\alpha(V_0)$ вольтеррова оператора V_0 с ядром $K(x-y)$ непосредственно определяется через преобразование Лапласа $(k(w) = \int_0^\infty K(x) e^{-wx} dx)$ матрицы-функции $K(x)$ как совокупность всех тех λ , для которых в полуплоскости $\operatorname{Re} w \geq \alpha$ имеет место равенство

$$\det(k(w) - \lambda I) = 0. \quad (12)$$

Теорема 3. Пусть вольтерров оператор V_0 ограничен в $C_\alpha^n(0, \infty)$ или его ядро удовлетворяет условию (9). Если ядро $\tilde{K}(x, y)$ вольтеррова оператора \tilde{V}_0 удовлетворяет условию

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq x < \infty} \int_0^x \|\tilde{K}(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy = 0, \quad (13)$$

то

$$\sigma_\alpha(V_0 + \tilde{V}_0) = \sigma_\alpha(V_0); \quad (14)$$

если же

$$\lim_{x \geq y \rightarrow \infty} \tilde{K}(x, y) e^{-\alpha(x-y)} = 0, \quad (15)$$

то при любом $\varepsilon > 0$

$$\sigma_\alpha(V_0) \supseteq \sigma_{\alpha+\varepsilon}(V_0 + \tilde{V}_0). \quad (16)$$

Теорема 4. Пусть ядро ограниченного в $C_\alpha^n(0, \infty)$ вольтеррова оператора V_0 имеет вид $K(x, y) I_n$, где $K(x, y)$ — скалярная функция, I_n — единичная матрица. Тогда для любой постоянной матрицы Q с собственными числами q_i спектр вольтеррса оператора QV_0 определяется формулой

$$\sigma_\alpha(QV_0) = \bigcup_i \bigcup_{\lambda \in \sigma_\alpha(V_0)} \{\lambda q_i\}. \quad (17)$$

Замкнутость вольтеррова оператора позволяет применить к нему основные результаты операторного исчисления ^(4, 5). Пусть $g(V_0)$ — функция вольтеррова оператора V_0 , порожденная в $C_\alpha^n(0, \infty)$ по формуле Рисса — Тейлора ^(4, 5) скалярной функцией $g(\lambda)$, регулярной в некоторой области замкнутой комплексной плоскости, покрывающей расширенный спектр оператора V_0 , или многочлен от V_0 .

Для того чтобы оператор $g(V_0)$ был вольтерровым, необходимо и достаточно, чтобы $g(0) = 0$. Теорема об отображении спектров ^(4, 5) дает возможность определить $\sigma_\alpha(g(V_0))$ по $\sigma_\alpha(V_0)$.

Результаты, полученные нами для непрерывных ядер, остаются справедливыми и для ядер вида $\frac{H(x, y)}{(x-y)^p}$, если $0 < p < 1$ и $H(x, y)$ — непрерывная в области $0 \leq y \leq x < \infty$ матрица-функция.

Отметим ⁽⁶⁾, что наш метод может быть использован для получения оценки роста решения уравнения (5) и в метрике, порожденной нормой

$$\|f\|_\alpha^* = \int_0^\infty \|f(x)\| e^{-\alpha x} dx. \quad (18)$$

2°. Пусть \mathfrak{M} — ограниченная замкнутая область s -мерного евклидова пространства, граница которой состоит из конечного числа кусков гладких $(s-1)$ -мерных поверхностей, и пусть $C_\alpha^n(\mathfrak{M}_{k,s})$ — пространство вектор-функций $f(x_1, \dots, x_k, P)$:

$f(x_1, \dots, x_k, P) (f_1(x_1, \dots, x_k, P), \dots, f_n(x_1, \dots, x_k, P))$,
непрерывных в области $\mathfrak{M}_{k,s} (0 \leq x_i < \infty; i = 1, 2, \dots, k; P \in \mathfrak{M})$, с нормой

$$\|f\|_\alpha = \sup_{\mathfrak{M}_{k,s}} \|f(x_1, \dots, x_k, P)\| \exp \left(-\alpha \sum_{i=1}^k x_i \right). \quad (19)$$

Все теоремы, полученные нами при исследовании однократного вольтеррова оператора, естественным образом обобщаются на действующий в $C_\alpha^n(\mathfrak{M}_{k,s})$ оператор $W_{k,s}$:

$$W_{k,s} f = \int_0^{x_1} dy_1 \dots \int_0^{x_k} dy_k \int_{\mathfrak{M}} K(x_1, \dots, x_k, P; y_1, \dots, y_k, P') f(y_1, \dots, y_k, P') dP'. \quad (20)$$

Кроме того, теорема 3 переносится на оператор $W_{k,s}$, представляющий собой произведение фредгольмова оператора Q на k -кратный вольтерров оператор $W_{k,0}$.

3°. В ограниченной области Φ трехмерного пространства с достаточно гладкой границей Σ рассмотрим краевую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \beta(P, t) u + f(P, t), \quad P \in \Phi, \quad t \geq 0;$$

$$u|_{\Sigma} = a(P, t), \quad P \in \Sigma, \quad t \geq 0; \quad u|_{t=0} = b(P), \quad P \in \bar{\Phi}, \quad (21)$$

с непрерывными начальными и граничными значениями, удовлетворяющими условию сопряжения $a(P, 0) = b(P)$, $P \in \Sigma$. Будем предполагать, что функция $f(P, t)$ непрерывна в четырехмерной цилиндрической области $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$, а $\beta(P, t)$ в той же области удовлетворяет условию Гельдера.

Краевая задача (21) равносильна интегральному уравнению

$$\begin{aligned} u(P, t) - \int_0^t d\tau \int_{\Phi} G(P, t, P', \tau) \beta(P', \tau) u(P', \tau) dP' \\ = v(P, t) + \int_0^t d\tau \int_{\Phi} G(P, t, P', \tau) f(P', \tau) dP', \end{aligned} \quad (22)$$

где $G(P, t, P', \tau)$ — функция Грина первой краевой задачи для уравнения теплопроводности (1), а $v(P, t)$ — решение этой задачи, удовлетворяющее условиям $v|_{\Sigma} = u|_{\Sigma}$; $v|_{t=0} = u|_{t=0}$. Для оператора $W_{1,3}$, фигурирующего слева в (22), остается справедливым (несмотря на разрывы ядра на «диагонали») обобщение теоремы 2 на случай многомерных областей. Из (1) и из оценки типа (11) для спектрального радиуса следует:

Теорема 5. Если функция $f(P, t)$ ограничена в области $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$, а $a(P, t)$ ограничена в области $\Sigma \times [0, \infty)$ и

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \int_0^t d\tau \int_{\Phi} \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right)^3 \exp \left[-\frac{r_{PP'}^2}{4(t-\tau)} \right] |\beta(P', \tau)| dP' < 1 \quad (23)$$

(где $r_{PP'}$ — расстояние между точками P' и P), то решение краевой задачи (22) ограничено в области $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$.

Рассмотрим краевую задачу:

$$\frac{\partial^k u}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_k} - A(x_1, x_2, \dots, x_k) u = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (24)$$

$u(0, x_1, \dots, x_k) = a_1(x_2, \dots, x_k)$, $u(x_1, 0, \dots, x_k) = a_2(x_1, x_3, \dots, x_k)$, \dots , $u(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, 0) = a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1})$, $0 \leq x_i < \infty$, $i = 1, 2, \dots, k$.
и непротиворечивыми краевыми условиями.

Будем предполагать, что матрица-функция $A(x_1, x_2, \dots, x_k)$ и вектор-функции $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$, $a_1(x_2, \dots, x_k)$, $a_2(x_1, x_3, \dots, x_k)$, \dots , $a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1})$ непрерывны в области $(0 \leq x_i < \infty, i = 1, 2, \dots, k)$.

Теорема 6. Если $\int_0^\infty \dots \int_0^\infty \|A(x_1, \dots, x_k)\| dx_1 \dots dx_k < \infty$ и вектор-

функции $a_1(x_2, x_3, \dots, x_k), \dots, a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} f(\xi_1 \dots \xi_k) d\xi_1 \dots d\xi_k$ ограничены в области $(0 \leq x_i < \infty, i = 1, 2, \dots, k)$, то и решение краевой задачи (24) ограничено в этой области *.

Одесский государственный педагогический институт
им. К. Д. Ушинского

Поступило
15 IX 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. Банах, Курс функционального анализа, 1948, стр. 35. ² R. Paley, N. Wiener, Fourier-transforms in the Complex Domain, N.Y., 1934, p. 58. ³ М. А. Рутман, ДАН, 101, № 2 (1955). ⁴ Ф. Рисс, Б. С. Надь, Лекции по функциональному анализу, 1954, стр. 460. ⁵ А. Е. Тялолог, Acta Math., 84, № 1—2 (1950). ⁶ М. А. Евграфов, Усп. матем. наук, 12, № 3 (1957). ⁷ А. Н. Тихонов, Бюлл. МГУ, 1, в. 9 (1958). ⁸ М. А. Рутман, ДАН, 108, № 5 (1956).

* Поведение при $\sum_{i=1}^k x_i \rightarrow \infty$ решения краевой задачи (24) при других предположениях относительно $A(x_1, \dots, x_k)$ $f(x_1, \dots, x_k)$ рассматривал М. А. Рутман ⁽⁸⁾.

Ф. И. КАРПЕЛЕВИЧ

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ И ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НА СИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком П. С. Александровым 12 XI 1953)

Пусть G — связная полуупростая группа Ли, K — ее максимальная компактная подгруппа и \mathcal{M} — однородное пространство G/K . Известно, что по отношению к инвариантной метрике \mathcal{M} является римановым симметрическим пространством с неположительной кривизной. В римановом пространстве неположительной кривизны из любой его точки x на любую геодезическую γ можно опустить и притом единственный перпендикуляр xy ($y \in \gamma$) (см., например, ⁽¹⁾). Положим $\rho(x, \gamma) = \rho(x, y)$. Пусть теперь γ_0 — геодезическая, у которой выбрано положительное направление, и $x \in \gamma_0$. Если γ — произвольная геодезическая, то функция $\rho(x, \gamma)$ имеет конечный или бесконечный предел при $x \rightarrow +\infty$ по геодезической γ_0 . При этом, если $\lim_{x \rightarrow \infty (x \in \gamma_0)} \rho(x, \gamma) < \infty$

и точка x движется монотонно в $+\infty$ по γ_0 , то основание y перпендикуляра xy , опущенного из x на γ , также монотонно движется в одну сторону ⁽¹⁾. В силу этого можно ввести функцию $\rho(\gamma_0, \gamma) = \lim_{x \rightarrow \infty (x \in \gamma_0)} \rho(x, \gamma)$ двух направлений геодезических пространства \mathcal{M} . (В дальнейшем под геодезической мы всегда будем подразумевать направленную геодезическую.) Легко доказать, что $\rho(\gamma_1, \gamma_2) \geq 0$, $\rho(\gamma_1, \gamma_2) = \rho(\gamma_2, \gamma_1)$ и $\rho(\gamma_1, \gamma_3) \leq \rho(\gamma_1, \gamma_2) + \rho(\gamma_2, \gamma_3)$. Количественно, для некоторых пар геодезических функций $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$ может равняться бесконечности. Функцию $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$ мы будем называть расстоянием между геодезическими γ_1 и γ_2 . Совоокупность геодезических γ таких, что $\rho(\gamma, \gamma_0) = 0$, мы будем называть нуль-пучком (н-пучком), содержащим геодезическую γ_0 . Огаждествляя геодезические, расстояние между которыми равно нулю, получим пространство н-пучков \mathfrak{P} . Если γ_1 и γ_2 — два любые геодезические пространства \mathcal{M} , то, очевидно, для любого $g \in G$ $\rho(g\gamma_1, g\gamma_2) = \rho(\gamma_1, \gamma_2)$. Поэтому можно считать, что на пространстве \mathfrak{P} действует группа G с сохранением расстояния. Будем обозначать через $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$ совокупность н-пучков Γ таких, что $\rho(\Gamma, \Gamma_0) < \infty$ *.

Теорема 1. Для любого n -пучка Γ пространство $\mathfrak{P}(\Gamma)$ является симметрическим римановым пространством.

Две геодезические γ_1 и γ_2 пространства \mathcal{M} назовем сопряженными, если существует $g \in G$ такой, что $g\gamma_1 = \gamma_2$. Любая геодезическая γ пространства \mathcal{M} является траекторией однопараметрической подгруппы $h_t(\gamma)$ ($-\infty < t < \infty$) группы G (t — канонический параметр подгруппы $h_t(\gamma)$). При этом положительному направлению γ соответствует положительное направление оси t ⁽²⁾. Легко видеть, что если γ_1 и γ_2 сопряжены, то подгруппы $h_t(\gamma_1)$ и $h_t(\gamma_2)$ также сопряжены. Пусть x — точка пространства \mathcal{M} . Совокупность всех элементов $h_t(\gamma)$ для всевозможных t и всевозможных γ , проходящих через точку x , мы будем обозначать через T_x . Будем также обозначать через K_x стационарную подгруппу точки x .

* Идея рассматривать пространства $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$ принадлежит И. И. Пятецкому-Шапиро.

Теорема 2. Если $\rho(\gamma_1, \gamma_2) < \infty$, то геодезические γ_1 и γ_2 сопряжены.

Связем с геодезической γ ряд групп. Пусть $G(\gamma)$ ($G^0(\gamma)$) — совокупность всех $g \in G$ таких, что $\rho(g\gamma, \gamma) < \infty$ ($\rho(g\gamma, \gamma) = 0$). Пусть, далее, $H(\gamma)$ — подгруппа $h_t(\gamma)$ ($-\infty < t < \infty$), $\mathfrak{G}(\gamma)$ — централизатор $H(\gamma)$, $T(\gamma) = T_x \cap \mathfrak{G}(\gamma)$ и $K(\gamma) = K_x \cap \mathfrak{G}(\gamma)$, где x — какая-нибудь точка геодезической γ .

Отметим, что группа $G(\gamma)$ аналогична группе K , введенной в ⁽³⁾, важная роль которой в теории представлений известна.

Теорема 3. Для того чтобы элемент g из G принадлежал группе $G(\gamma)$, необходимо и достаточно, чтобы существовал $\lim_{t \rightarrow +\infty} h_t^{-1}gh_t$, где $h_t = h_t(\gamma)$.

Теорема 4. Группа $\mathfrak{G}(\gamma)$ транзитивно действует на пространстве $\mathfrak{P}(\Gamma)$, где Γ — n -пучок, содержащий γ .

Из теоремы 3 следует, что для любой геодезической γ можно ввести отображение $\gamma: G(\gamma) \rightarrow \mathfrak{G}(\gamma)$ по формуле $\gamma(g) = \lim_{t \rightarrow +\infty} h_t^{-1}gh_t$, где $h_t = h_t(\gamma)$, $g \in G(\gamma)$.

Легко доказать, что γ — непрерывный гомоморфизм $G(\gamma)$ на $\mathfrak{G}(\gamma)$.

Теорема 5. Группа $G^0(\gamma)$ есть прообраз при отображении γ группы $K(\gamma) \cdot H(\gamma)$.

Введем еще одну группу, связанную с геодезической γ , обозначив через $G_0(\gamma)$ прообраз при отображении γ группы $K(\gamma)$. Легко видеть, что $G_0(\gamma)$ есть нормальный делитель в $G^0(\gamma)$. Поэтому, если Γ — n -пучок, содержащий γ , и $\gamma_1 \in \Gamma$, то $G_0(\gamma_1) = G_0(\gamma)$. Следовательно, для любого n -пучка Γ можно ввести группы $G(\Gamma) = G(\gamma)$, $G^0(\Gamma) = G^0(\gamma)$ и $G_0(\Gamma) = G_0(\gamma)$, где $\gamma \in \Gamma$.

Теорема 6. Пусть Γ_1 и Γ_2 — два n -пучка и $\rho(\Gamma_1, \Gamma_2) < \infty$. Тогда для того, чтобы $G^0(\Gamma_1) = G^0(\Gamma_2)$, необходимо и достаточно, чтобы $G_0(\Gamma_1) = G_0(\Gamma_2)$.

Геодезическую γ пространства \mathfrak{M} назовем геодезической общего положения, если любые два элемента из $T(\gamma)$ коммутируют между собой. Очевидно, что если геодезическая γ_1 сопряжена геодезической γ и γ — геодезическая общего положения, то и γ_1 общего положения. Поэтому, на основании теоремы 2, можно говорить о n -пучке Γ общего положения и о пространстве $\mathfrak{P}(\Gamma)$ общего положения *.

Теорема 7. Если Γ — n -пучок общего положения и $\Gamma_1 \in \mathfrak{P}(\Gamma)$, то $G_0(\Gamma) = G_0(\Gamma_1)$.

Пусть Γ_0 — некоторый n -пучок. Обозначим через $\mathfrak{M}(\Gamma_0)$ пространство, полученное из пространства $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$ отождествлением n -пучков Γ , у которых группы $G_0(\Gamma)$ (а значит, и $G^0(\Gamma)$) совпадают. Обозначим теперь через $\tilde{G}(\Gamma)$ связную компоненту единицы группы $G(\Gamma)$ и через $\tilde{N}(\Gamma)$ — совокупность элементов группы $\tilde{G}(\Gamma)$, оставляющих все точки пространства $\mathfrak{M}(\Gamma)$ на месте. Очевидно, что $\tilde{N}(\Gamma)$ — нормальный делитель группы $\tilde{G}(\Gamma)$. Пусть $\mathfrak{L}(\Gamma)$ — фактор-группа группы $\tilde{G}(\Gamma)$ по нормальному делителю $\tilde{N}(\Gamma)$. Естественно рассматривать группу $\mathfrak{L}(\Gamma)$ как группу движений пространства $\mathfrak{M}(\Gamma)$.

Теорема 8. Для любого n -пучка Γ группа $\mathfrak{L}(\Gamma)$ полупроста. Она транзитивно действует на пространстве $\mathfrak{M}(\Gamma)$, причем стационарной подгруппой является максимальная компактная подгруппа группы $\mathfrak{L}(\Gamma)$ **.

В силу теоремы 8 мы можем считать пространства $\mathfrak{M}(\Gamma)$ симметрическими и того же типа, что и исходное пространство \mathfrak{M} .

* Группы и пространства, аналогичные группам $G_0(\Gamma)$ и пространствам $G(\Gamma) / G_0(\Gamma)$ (Γ — n -пучок общего положения), вводятся в работе ⁽⁴⁾, с которой авторы любезно ознакомили нас до ее опубликования.

** Для единобразия группу, состоящую из одной единицы, мы также будем считать полупростой.

Непрерывную и ограниченную функцию f на пространстве \mathfrak{M} отнесем к пространству R , если:

- 1) Для любой геодезической γ существует $\lim_{x \rightarrow +\infty (x \in \gamma)} f(x) = f(\gamma)$.
- 2) Если $\rho(\gamma_1, \gamma_2) = 0$, то $f(\gamma_1) = f(\gamma_2)$. Условие 2) позволяет говорить о значении $f(\Gamma)$ функции f на любом n -пучке Γ .
- 3) Для любого n -пучка Γ и любой последовательности g_1, \dots, g_n, \dots ($g_n \in G$) такой, что $g_n \rightarrow e$ (e — единица группы G), $\lim_{n \rightarrow \infty} f(g_n \Gamma) = f(\Gamma)$.

Функцию $f \in R$ назовем гармонической, если для любых точек x_0 и x из \mathfrak{M} $\int_K f(kx) \mu(dk) = f(x_0)$, где $K = K_{x_0}$ — стационарная подгруппа точки x_0 ; $\mu(dk)$ — инвариантная мера на K , нормированная так, что $\mu(K) = 1$. Из (5) легко следует, что всякая гармоническая функция обращается в нуль любым оператором Лапласа на пространстве \mathfrak{M} .

Теорема 9. Если Γ_1 и Γ_2 — два n -пучка и если $G_0(\Gamma_1) = G_0(\Gamma_2)$, то для любой гармонической функции f $f(\Gamma_1) = f(\Gamma_2)$. В частности, если Γ_1 — n -пучок общего положения и $\Gamma_2 \in \mathfrak{P}(\Gamma_1)$, то $f(\Gamma_1) = f(\Gamma_2)$.

Пусть Γ_0 — произвольный n -пучок общего положения и S — поверхность транзитивности группы G в пространстве \mathfrak{P} , проходящая через Γ_0 . Отождествив в S точки, расстояние между которыми конечно, получим из S некоторое пространство \mathfrak{M} . Известно (1), что если γ — произвольная геодезическая в пространстве неположительной кривизны и x — любая его точка, то через x проходит и притом единственная геодезическая γ_1 такая, что $\rho(\gamma, \gamma_1) < \infty$. Отсюда легко следует, что на \mathfrak{M} транзитивно действует стационарная подгруппа K_x любой точки x пространства \mathfrak{M} . В силу компактности K_x на \mathfrak{M} существует и притом единственная мера, инвариантная относительно группы K_x и нормированная так, что мера всего пространства \mathfrak{M} равна 1. Эта мера зависит от x , и мы будем ее обозначать через $\mu(x; A)$, где $A \subseteq \mathfrak{M}$. Из теоремы 9 следует, что если f — гармоническая функция, то функцию $f(\Gamma)$ можно рассматривать на пространстве \mathfrak{M} . Мы будем ее обозначать через $\hat{f}(N)$ ($N \in \mathfrak{M}$).

Теорема 10. Для любой гармонической функции f и любой точки x пространства \mathfrak{M} имеет место формула $f(x) = \int_{\mathfrak{M}} \hat{f}(N) \mu(x; dN)$.

Теорема 11. Если $\varphi(N)$ ($N \in \mathfrak{M}$) — произвольная непрерывная функция на \mathfrak{M} , то функция $f(x) = \int_{\mathfrak{M}} \varphi(N) \mu(x; dN)$ является гармонической и $\hat{f}(N) = \varphi(N)$.

Пусть Γ_0 — произвольный n -пучок. Из теоремы 9 следует, что если функция f гармоническая, то функцию $f(\Gamma)$ можно рассматривать как функцию на пространстве $\mathfrak{M}(\Gamma)$, которую мы будем обозначать через $\hat{f}(M)$ ($M \in \mathfrak{M}(\Gamma)$).

Теорема 12. Для любого n -пучка Γ и любой гармонической функции f функция $\hat{f}(M)$ есть гармоническая функция на пространстве $\mathfrak{M}(\Gamma)$ и таким образом можно получить любую гармоническую функцию на $\mathfrak{M}(\Gamma)$.

Теорема 13. Пусть x_1, x_2 — две разные точки пространства \mathfrak{M} и Γ — произвольный n -пучок. Существуют гармонические функции f_1 и f_2 такие, что $f_1(x_1) \neq f_1(x_2)$ и $f_2(x_1) \neq f_2(x_2)$.

Теорема 13 позволяет ввести замыкание $\overline{\mathfrak{M}}$ пространства \mathfrak{M} , считая последовательность x_1, \dots, x_n, \dots точек из \mathfrak{M} сходящейся, если $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$ существует для любой гармонической функции f . При этом две такие последовательности x_1, \dots, x_n, \dots и y_1, \dots, y_n, \dots считаются сходящимися к одной и той же точке, если $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(y_n)$ для любой гармонической

ской функции f . Из теорем 10 и 11 легко следует компактность пространства $\tilde{\mathfrak{M}}$.

Для случая, когда пространство \mathfrak{M} реализовано в виде однородной ограниченной области D в комплексном пространстве, близкие результаты получены в ⁽⁶⁾. Отметим, однако, что введенное здесь замыкание $\tilde{\mathfrak{M}}$ пространства \mathfrak{M} не совпадает, вообще говоря, с замыканием \overline{D} области D .

Автор пользуется случаем выразить свою благодарность И. И. Пятецкому-Шапиро, который привлек его внимание к рассматриваемым здесь вопросам и с которым эти вопросы, особенно в начальной стадии работы, многократно и плодотворно обсуждались.

Московский институт
инженеров железнодорожного транспорта
им. И. В. Сталина

Поступило
11 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Э. Картан, Геометрия римановых пространств, М.—Л., 1936. ² К. Номизи, Am. J. Math., 76, № 1, 33 (1954). ³ И. М. Гельфанд, М. А. Наймарк, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 36 (1950). ⁴ И. М. Гельфанд, М. И. Граев, Тр. Моск. матем. общ., 8 (1959). ⁵ Ф. А. Березин, И. М. Гельфанд, Тр. Моск. матем. общ., 5 (1956). ⁶ D. Lowdenslager, Ann. Math., 67, № 3, 467 (1958).

П. И. КОВАЛЬ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ ПОЧТИ ТРЕУГОЛЬНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 8 X 1958)

Асимптотическому поведению решений систем линейных разностных и, особенно, дифференциальных уравнений посвящены многочисленные работы. В монографиях ^(1,2) изложены основные результаты и приведена обширная библиография по этому вопросу. В статье автора ⁽³⁾ указан один способ приведения таких систем к почти диагональному виду.

В настоящей работе исследовано асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений. Выделен довольно широкий класс систем и указаны линейные подстановки, с помощью которых они могут быть приведены к почти треугольному виду. Для этих систем матрицы и их пределы могут иметь кратные характеристические числа. Найдены асимптотические выражения решений.

1°. Одним из простейших разностных матричных уравнений, решения которых могут быть получены в конечном виде, является треугольное уравнение

$$Y_{s+1} = R_s Y_s \quad (s \geq s_0, \text{ т. е. } s = s_0, s_0 + 1, \dots), \quad (1)$$

где Y_s — искомая матрица; R_s — заданная неособенная нижняя треугольная матрица. Одним из решений этого уравнения является матрица

$$Y_s = R_{s-1} R_{s-2} \dots R_{s_0} Y_{s_0} \quad (s \geq s_0 + 1).$$

Наряду с треугольным уравнением (1) будем рассматривать почти треугольное уравнение

$$X_{s+1} = (R_s + C_s) X_s \quad (s \geq s_0), \quad (2)$$

где X_s — искомая матрица; $R_s = \|r_{ijs}\|_1^n$ ($r_{ijs} = 0$, когда $i < j$) — заданная матрица уравнения (1); заданная матрица $C_s = \|C_{ijs}\|_1^n$.

Требуется выяснить: когда и в каком смысле уравнение (2) имеет решение, близкое к решению уравнения (1)? Теорема 1 дает ответ на эту задачу.

Теорема 1. Уравнение (2) имеет решение X_s , асимптотически равное решению Y_s уравнения (1), именно $X_s = Y_s + H_s F_s$, где матрица $H_s \rightarrow 0$, когда $s \rightarrow \infty$, и F_s — диагональная матрица, составленная из диагональных элементов матрицы Y_s , если матрицы R_s и C_s удовлетворяют следующим условиям:

а) начиная с некоторого значения $s_0 \geq s_0$, либо $\phi_{ijs} = |r_{iis} - r_{jjs}| \leq 1$, либо $\phi_{ijs} \geq 1$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$);

$$\begin{aligned}
6) \quad & \sum_{v_t=S_0}^{\infty} \left[\left| r_{pqv_t} : r_{j_j v_t} \right| \dots \sum_{v_1=\alpha_{k1}}^{\beta_{k1}} \left(\left| r_{k_i v_1} : r_{j_j v_1} \right| \sum_{v_0=\alpha_{i0}}^{\beta_{i0}} \theta_{ijv_0} \right) \right] \leq u_{S_0} < \infty \quad (3) \\
& (i, j = 1, 2, \dots, n; t = 0, 1, 2, \dots, n-i; \\
& k = i+1, i+2, \dots, n-t+1; \dots; p = q+1, q+2, \dots, n), \\
& \alpha_{\tau\rho} = S_0, \beta_{\tau\rho} = v_{\rho+1} - 1, \quad \text{когда} \quad \pi_{\tau\rho} = \prod_{s=S_0}^{\infty} \psi_{\tau\rho s} = 0, \\
& \alpha_{\tau\rho} = v_{\rho+1}, \beta_{\tau\rho} = \infty, \quad \text{когда} \quad \pi_{\tau\rho} > 0, \\
& \text{где} \quad Y_s F_{s+1}^{-1} = Q_s = \| q_{ijs} \|_1^n \quad \text{и} \quad \theta_{ijv_0} \quad \text{может быть равно} \quad \sum_{k=1}^n |c_{ikv_0} : r_{j_j v_0}| \quad \text{и} \\
& \sum_{k=1}^n |c_{ikv_0} q_{k_j v_0}|.
\end{aligned}$$

В процессе доказательства теоремы уравнение (2) с помощью подстановки $X_s = Y_s + H_s F_s$ приводится сначала к разностному уравнению, а затем к суммарному уравнению, и при решении последнего применяется метод последовательных приближений.

Пример 1.

$$X_{s+1} = (R_s + C_s) X_s \quad (s = 1, 2, \dots), \quad X_1 = E,$$

где матрицы $R_s = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ и $C_s = 2^{-s} \begin{vmatrix} 1 & s^{-1} \\ 2 & 2s^{-1} \end{vmatrix}$ удовлетворяют условиям (3).

Решением уравнения $Y_{s+1} = R_s Y_s$ ($s \geq 1$), $Y_1 = E$, является матрица $Y_s = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ s-1 & 1 \end{vmatrix}$. Тогда $F_s = E$ и $X_s = Y_s + H_s \sim Y_s$. При этом, если $H_s = \| \eta_{ijs} \|_1^2$, то $|\eta_{ijs}| < 2^{5-s}$ ($i, j = 1, 2$).

2°. Путем приведения к почти треугольному виду (2) можно исследовать асимптотическое поведение решений уравнения более общего вида

$$Z_{s+1} = (A_s + P_s) Z_s \quad (s \geq s_0). \quad (4)$$

Предполагая, что это уравнение (4) не является почти треугольным, требуется выяснить, в каком случае и с помощью какой подстановки оно может быть приведено к почти треугольному виду, и таким путем найти асимптотическое выражение его решений.

Теорема 2. Положим, что для уравнения (4):

а) существует неособенная предельная матрица $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$;

б) вместе с жордановой формой J_s матрицы A_s условию (3) удовлетворяют матрицы $(\Delta A_s)^* = (A_{s+1} - A_s)^* = \| A_{s+1} - A_s \| \cdot \| 1 \|_1^n$ и $\| P_s \| \cdot \| 1 \|_1^n$, полученные соответственно из матриц ΔA_s и P_s заменой всех их элементов соответственно нормами * этих матриц;

в) неособенные матрицы B_s и B , фундаментальные ** соответственно для матриц A_s и A , взяты таким образом, что $\lim_{s \rightarrow \infty} B_s = B$ и их произвольные элементы постоянные.

Тогда с помощью линейной подстановки $Z_s = B_s X_s$ уравнение (4) приводится к почти треугольному виду (2) и имеет решение, асимптотическим выражением которого является произведение $B_s Y_s$, где матрица Y_s — решение уравнения $Y_{s+1} = J_s Y_s$ ($s \geq s_0$).

* Под нормой матрицы $A = \| a_{ij} \|_1^n$ мы понимаем число $\| A \| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$.

** Фундаментальной для матрицы A называется матрица, составленная из собственных векторов этой матрицы A .

И. М. Рапорт (1) доказал, что когда матрица $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$ не имеет кратных характеристических чисел, то, в силу предположений теоремы 2, условию (3) удовлетворяют матрицы J_s (диагональная) и $(\Delta B_s)^*$. При доказательстве теоремы 2 установлено, что это имеет место и в случае, когда матрицы A_s и A имеют кратные характеристические числа.

Пример 2.

$$Z_{s+1} = A_s Z_s, \quad A_s = \begin{vmatrix} 3 + \alpha_s & 1 \\ -1 & 1 + \alpha_s \end{vmatrix}, \quad \alpha_s = \sum_{k=1}^{s-1} k^{-4} \quad (s = 1, 2, \dots).$$

Это уравнение не является почти треугольным. Матрицы A_s и $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$ имеют кратные характеристические числа.

Матрицы $J_s = \begin{vmatrix} 2 + \alpha_s & 0 \\ 1 & 2 + \alpha_s \end{vmatrix}$ и $(\Delta A_s)^* = s^{-4} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ удовлетворяют условиям (3). Решением уравнения $Y_{s+1} = J_s Y_s$ ($s \geq 1$), $Y_1 = E$, будет матрица $Y_s = a_s \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b_s & 1 \end{vmatrix}$, $a_s = \prod_{k=1}^{s-1} (2 + \alpha_k)$, $b_s = \sum_{k=1}^{s-1} (2 + \alpha_k)^{-1}$. Можно взять $B_s = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$. Тогда $Z_s \sim B_s Y_s = a_s \begin{vmatrix} b_s & 1 \\ 1 - b_s & -1 \end{vmatrix}$.

Отметим, что матрицы A_s и $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$ примера 2 имеют кратные характеристические числа. Поэтому к рассматриваемой системе не применимы способы, разработанные в (1, 2).

3°. Изложенные выше результаты, относящиеся к асимптотическому поведению решений систем линейных разностных уравнений, переносятся на дифференциальные уравнения.

Как и выше, будем рассматривать дифференциальные матричные треугольное и почти треугольное уравнения:

$$Y'(t) = R(t) Y(t) \quad (t \geq t_0); \quad (5)$$

$$X'(t) = [R(t) + C(t)] X(t) \quad (t \geq t_0). \quad (6)$$

При этом будем предполагать, что нижняя треугольная матрица $R(t)$ неособенная и уравнение (5) имеет неособенное решение $Y(t)$.

Теорема 3. Уравнение (6) имеет решение $X(t)$, асимптотически равное решению $Y(t)$ уравнения (5), именно $X(t) = Y(t) + H(t) F(t)$, где матрица $H(t) \rightarrow 0$, когда $t \rightarrow \infty$, и $F(t)$ — диагональная матрица, составленная из диагональных элементов матрицы $Y(t)$, если матрицы $R(t)$ и $C(t)$ удовлетворяют следующим условиям:

а) начиная с некоторого значения $T_0 \geq t_0$, либо $\rho_{ij}(t) = \operatorname{Re}[r_{ii}(t) - r_{jj}(t)] \geq 0$, либо $\rho_{ij}(t) \leq 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

$$\text{б) } \int_{T_0}^{\infty} |r_{kl}(t_k)| \int_{\alpha_{li}(t_k)}^{\beta_{lj}(t_k)} |r_{lp}(t_l)| \cdots \int_{\alpha_{qj}(t_v)}^{\beta_{qj}(t_v)} |r_{q1}(t_q)| \int_{\alpha_{ij}(t_q)}^{\beta_{ij}(t_q)} \sigma_{ij}(t_i) dt_l dt_q \dots dt_l dt_k \leq U(T_0) < \infty \quad (7)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n; n \geq k > l > p > \dots > q > 1),$$

$$\alpha_{su}(t) = t_0, \quad \beta_{su}(t) = t, \quad \text{когда } \gamma_{su} = \int_{T_0}^{\infty} \rho_{su}(t) dt = -\infty,$$

$$\alpha_{su}(t) = t, \quad \beta_{su}(t) = \infty, \quad \text{когда } \gamma_{su} > -\infty,$$

где $Y(t)F^{-1}(t) = Q(t) = \|q_{ij}(t)\|_1^n$ и $\varepsilon_{ij}(t)$ может быть равно $\sum_{k=1}^n |c_{ik}(t)|$ и $\sum_{k=1}^n |c_{ik}(t)q_{kj}(t)|$. Интеграл этого условия может быть однократным.

Пример 3.

$$X'(t) = [R(t) + C(t)]X(t) \quad (t \geq 0), \quad X(0) = E,$$

где матрицы $R(t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ и $C(t) = e^{-t} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ удовлетворяют условиям (7). Решением соответствующего треугольного уравнения $Y'(t) = R(t)Y(t)$ ($t \geq 0$), $Y(0) = E$, будет матрица $Y(t) = e^t \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ t & 1 \end{vmatrix}$. Поэтому $X(t) \sim Y(t)$.

Во многих случаях с помощью линейной подстановки к почти треугольному виду (6) можно привести уравнение более общего вида

$$Z'(t) = [A(t) + C(t)]Z(t) \quad (t \geq t_0) \quad (8)$$

и таким путем найти асимптотическое выражение его решений.

Теорема 4. Положим, что для уравнения (8):

а) существует несобенная предельная матрица $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$;

б) вместе с якордановой формой $J(t)$ матрицы $A(t)$ условиям (7) удовлетворяют матрицы $\|A'(t)\| \cdot \|1\|_1^n$ и $\|P(t)\| \cdot \|1\|_1^n$, полученные соответственно из матриц $A'(t)$ и $P(t)$ заменой всех их элементов нормами этих матриц;

в) несобенные матрицы $B(t)$ и B , фундаментальные соответствене для матриц $A(t)$ и A , выбраны таким образом, что $\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = B$, и их произвольные элементы постоянные.

Тогда уравнение (8) с помощью линейной подстановки $Z(t) = B(t)X(t)$ приводится к почти треугольному виду (6) и имеет решение $Z(t)$, асимптотически равное произведению $B(t)Y(t)$, т. е. $Z(t) \sim B(t)Y(t)$, где матрица $Y(t)$ — решение уравнения $Y'(t) = J(t)Y(t)$ ($t \geq t_0$).

Киевский государственный педагогический институт
им. А. М. Горького

Поступило
8 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ И. М. Рапопорт, О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений, 1954. ² Р. Беллман, Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений, ИЛ, 1954. ³ П. И. Коваль, ДАН, **114**, № 5 (1957).

Н. М. КОРОБОВ

О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

(Представлено академиком И. М. Виноградовым 21 XI 1958)

Пусть $p > 3$ — простое. Для целого $n \geq 1$ обозначим через $H(z_1, \dots, z_n)$ сумму

$$H(z_1, \dots, z_n) = \sum_{k=1}^{p-1} \left[1 - 2 \ln \left(2 \sin \pi \left\{ \frac{kz_1}{p} \right\} \right) \right] \dots \left[1 - 2 \ln \left(2 \sin \pi \left\{ \frac{kz_n}{p} \right\} \right) \right],$$

где z_1, \dots, z_n — произвольные целые из интервала $1 \leq z \leq p-1$ и $\left\{ \frac{kz_v}{p} \right\}$ — дробная доля числа $\frac{kz_v}{p}$.

Целые a_1, a_2, \dots будем называть оптимальными коэффициентами, если $1 \leq a_1 \leq p-1$ и при заданных a_1, \dots, a_v ($v \geq 1$) величина a_{v+1} равна одному из значений z ($1 \leq z \leq p-1$), при которых достигается минимум $H(a_1, \dots, a_v, z)$.

Рассмотрим функцию $f(x_1, \dots, x_s)$, заданную в единичном s -мерном кубе ($s \geq 1$) абсолютно сходящимся рядом Фурье:

$$f(x_1, \dots, x_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} C(m_1, \dots, m_s) e^{i\pi(m_1 x_1 + \dots + m_s x_s)}. \quad (1)$$

Теорема 1. Если существуют константы $\alpha > 1$ и $C = C(s)$ такие, что для коэффициентов Фурье функции $f(x_1, \dots, x_s)$ выполняется условие

$$|C(m_1, \dots, m_s)| \leq \frac{C}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha},$$

то для всякого набора оптимальных коэффициентов a_1, a_2, \dots при $\xi_v(k) = \left\{ \frac{ka_v}{p} \right\}$ ($v = 1, 2, \dots, s$) для любого $\varepsilon > 0$ справедлива оценка

$$\int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s - \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] = O\left(\frac{1}{p^{\alpha-\varepsilon}}\right). \quad (2)$$

Доказательство. Пусть a_1, a_2, \dots — оптимальные коэффициенты. Легко проверить, что $H(a_1) = p-1 - 2 \ln p < p$. Применяя индукцию, получим

$$H(a_1, \dots, a_{n+1}) = \min_{1 \leq z \leq p-1} H(a_1, \dots, a_n, z) \leq$$

$$\leq \frac{1}{p-1} \sum_{k=1}^{p-1} H(a_1, \dots, a_n, z) \stackrel{z = \frac{p+1-2 \ln p}{p-1}}{=} H(a_1, \dots, a_n) < p.$$

Таким образом, для всякого $s \geq 1$

$$H(a_1, \dots, a_s) < p. \quad (3)$$

Пусть величины $\delta(a)$ и τ_m определены равенствами:

$$\delta(a) = \begin{cases} 1 & \text{при } a \equiv 0 \pmod{p}, \\ 0 & \text{при } a \not\equiv 0 \pmod{p}, \end{cases} \quad \tau_m = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 0, \\ 0 & \text{при } m \neq 0. \end{cases}$$

Для $\alpha \geq 1$ обозначим через $T_\alpha(a_1, \dots, a_s)$ сумму

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + \tau_{m_1}) \dots (|m_s| + \tau_{m_s})]^\alpha},$$

где Σ' означает, что при суммировании исключается система $m_1 = \dots = m_s = 0$. Пользуясь для $0 < x < 1$ равенством

$$1 - 2\ln(2\sin \pi x) = \sum_{m=-(p-1)}^{p-1} \frac{e^{2\pi i mx}}{|m| + \tau_m} + \theta(p, x),$$

где $\theta = \theta(p, x)$, $|\theta| \leq 1$ и (x) означает расстояние от x до ближайшего целого, получим соотношение, связывающее величины $H(a_1, \dots, a_s)$ и $T_1(a_1, \dots, a_s)$:

$$pT_1(a_1, \dots, a_s) = H(a_1, \dots, a_s) - p + 2\theta_1 s(3 + 2\ln p)^s, \quad |\theta_1| \leq 1.$$

Отсюда в силу (3) следует оценка

$$T_1(a_1, \dots, a_s) \leq \frac{2s(3 + 2\ln p)^s}{p}.$$

Замечая, что

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) \leq \left[\sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{(|m_1| + \tau_{m_1}) \dots (|m_s| + \tau_{m_s})} \right]^\alpha = T_1^\alpha(a_1, \dots, a_s),$$

для всякого действительного $\alpha \geq 1$ получим

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) \leq \frac{[2s(3 + 2\ln p)^s]^\alpha}{p^\alpha}. \quad (4)$$

Пусть теперь $\alpha > 1$. Обозначим через R разность между средним значением функции $f(x_1, \dots, x_s)$ и ее интегралом:

$$R = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^l f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] - \int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s.$$

Пользуясь разложением (1), в силу определения величин $\xi_v(k)$ получим

$$R = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} C(m_1, \dots, m_s) \delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s), \quad (5)$$

$$|R| \leq C \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha} + C \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha}, \quad (6)$$

где суммирование в Σ_1 распространено на системы m_1, \dots, m_s , в которых хотя бы для одной из величин m_v будет $|m_v| \geq p$.

Легко видеть, что из (4) для всякого $\varepsilon > 0$ следует оценка

$$\sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta (a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha} \leq T_\alpha(a_1, \dots, a_s) = o\left(\frac{1}{p^{\alpha-\varepsilon}}\right).$$

Оценим теперь сумму Σ_1 :

(7)

$$\begin{aligned} \Sigma_1 \frac{\delta (a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha} &\leq \\ \leq \sum_{v=1}^s \sum_{m_1, \dots, m_{v-1}, m_v+1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} \sum_{|m_v| \geq p} \frac{\delta (a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha}. & \end{aligned} \quad (8)$$

Представляя m_v в виде $m_v = m'_v p + r_v$ ($m'_v \neq 0$, $|r_v| \leq \frac{p-1}{2}$) и замечая, что в сумме (8) каждой фиксированной системе $m_1, \dots, m_{v-1}, m_{v+1}, \dots, m_s$ соответствует единственное значение r_v , при котором слагаемые отличны от нуля, получим

$$\Sigma_1 \frac{\delta (a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha} \leq \frac{s \cdot 2^\alpha \left(1 + \frac{2\alpha}{\alpha-1}\right)^s}{p^\alpha} = O\left(\frac{1}{p^\alpha}\right). \quad (9)$$

Из оценок (6), (7) и (9) следует утверждение теоремы.

Теорема 2. Для всякого $\alpha > 1$ существует функция $f(x_1, \dots, x_s)$, коэффициенты Фурье которой удовлетворяют условию

$$|C(m_1, \dots, m_s)| \leq \frac{C}{[(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha}$$

такая, что, каковы бы ни были целые a_1, a_2, \dots , при $\xi_v(k) = \left\{ \frac{ka_v}{p} \right\}$ ($v = 1, 2, \dots, s$) будет

$$\left| \int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s - \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] \right| > \frac{1}{p^\alpha}.$$

Для доказательства теоремы достаточно рассмотреть функцию

$$f(x_1, \dots, x_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} \frac{e^{2\pi i(m_1 x_1 + \dots + m_s x_s)}}{[1/2(|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha}$$

и в выражении (5) выделить слагаемое, получающееся при $m_1 = p$, $m_2 = \dots = m_s = 0$.

Оценка, указанная в теореме 1, сильнее оценок, найденных другими методами в работах ^(1,2). Так например, пусть функция $f(x_1, \dots, x_s)$ задана рядом (1) и имеет непрерывную производную $\frac{\partial^{2s} f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^2 \dots \partial x_s^2}$. Тогда для разности R между интегралом функции $f(x_1, \dots, x_s)$ и ее средним

значением, взятым в p точках, из работ ^(1,2) следуют соответственны оценки

$$R = O\left(\frac{1}{V_p}\right) \quad \text{и} \quad R = O\left(\frac{1}{p^\beta}\right),$$

где $\beta = \frac{8s}{14s-3} \sim \frac{4}{7}$.

Из теоремы 1 настоящей работы получаем в этом случае

$$R = o\left(\frac{1}{p^{2-\varepsilon}}\right).$$

Теорема 2 показывает, что оценка (2) для $\xi_v(k) = \left\{ \frac{ka_v}{p} \right\}$ уже не допускает дальнейшего существенного улучшения.

Математический институт им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
19 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. М. Коробов, ДАН, 115, № 6, 1062 (1957). ² L. C. Hsu, L. W. Lin
Sci. Record, New. Ser., 2, № 7, 215 (1958).

* Точнее, в работе ⁽²⁾ оценка $R = O\left(\frac{1}{p^\beta}\right)$ получена в предположении, что кроме $\frac{\partial^{2s}f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^2 \dots \partial x_s^2}$ существует также и все производные $\frac{\partial^{2s}f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_s^{\alpha_s}}$, где $\alpha_1 + \dots + \alpha_s = 2s$ и α_v — любые целые из интервала $0 \leq \alpha_v \leq 2s$.

Н. Н. МЕЙМАН

О НУЛЯХ ОДНОГО КЛАССА НЕОДНОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком Л. С. Понtryагиным 6 XI 1958)

1°. Рассматриваются области \mathfrak{G} со следующими свойствами: 1) точка $z = \infty$ является внутренней или граничной точкой; 2) \mathfrak{G} — граница \mathfrak{G} — состоит из конечного или счетного числа кусочно-аналитических компонент, причем любой круг пересекается лишь с конечным числом компонент границы; 3) каждая точка границы достижима и имеет угловую окрестность, не содержащую других точек границы. Под $\widetilde{\mathfrak{G}}$ понимается универсальная накрывающая область \mathfrak{G} . Через \mathfrak{G}_β будем обозначать область \mathfrak{G} , граница которой состоит из системы β интервалов вещественной оси. Случай, когда β состоит из одного бесконечного интервала $-\infty < x < +\infty$, будем называть особым и всегда специально оговаривать. Под \mathfrak{G} в особом случае будем понимать верхнюю или нижнюю полуплоскость. Однозначную аналитическую в $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ функцию $f(z)$ будем называть допустимой в $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$, если $f(z) = g(z) + ih(z)$, где компоненты $g(z)$ и $h(z)$ — однозначные аналитические вплоть до регулярных точек границы $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ и вещественны на границе $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$. Под $\bar{f}(z)$ понимается функция $\bar{f}(z) = g(z) - ih(z)$. На границе $\bar{f}(z) = \bar{f}(z)$.

Определим в $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ следующие классы допустимых функций (предполагаем, что компоненты $g(z)$ и $h(z)$ не имеют общих нулей):

I. Класс H функций, не имеющих в $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ нулей.

II. Класс B функций, удовлетворяющих для всякого $\eta > 0$ неравенству $|\bar{f}(z) : f(z)| < 1 + \eta$ при $\rho(z) > R_f(\eta)$, где $\rho(z)$ — нижняя грань длин кривых, соединяющих точку z области $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ с фиксированной на каком-нибудь листе точкой $z = 0$.

III. Класс HB , являющийся пересечением классов H и B . Элементы класса HB характеризуются неравенством

$$|\bar{f}(z) : f(z)| < 1, \quad z \in \mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})^*.$$

Будем пользоваться стандартным обозначением $\tau(z)$ для функции, допустимой в $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$, вещественной на границе $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ и отображающей $\mathfrak{G}(\widetilde{\mathfrak{G}})$ в полуплоскость $\operatorname{Im} \tau \geq 0$. В частности, возможно $\tau(z) \equiv 0$.

Справедлива следующая теорема типа Фрагмена — Линделефа:

Теорема 1. Пусть $\varphi(z)$ мероморфная в $\widetilde{\mathfrak{G}}$ функция и на границе \mathfrak{G} $|\varphi(z)| \leq 1$. Если при любом $\varepsilon > 0$ $|\varphi(z)| < M_\varepsilon |e^{-i\varepsilon\tau(z)}|$ при

* В работе (1) класс HB определялся обратным неравенством, т. е. элементом класса HB называлась не функция $f(z)$, а функция $\bar{f}(z)$, что весьма осложняло формулировки ряда теорем. Все результаты работы (1), за исключением теоремы 4, верны не только для областей типа \mathfrak{G}_β ($\widetilde{\mathfrak{G}}_\beta$), но и для областей типа \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$).

$\rho(z) > R_\varphi(\varepsilon, M_\varepsilon)$, то при любом $\eta > 0$ $|\varphi(z)| < 1 + \eta$ при $\rho(z) > R_\varphi(\eta)$.
Если функция $\varphi(z)$ не имеет в \mathfrak{G} полюсов, то $|\varphi(z)| < 1$, $z \in \mathfrak{G}$.

Следствие. Если функция $f(z)$ удовлетворяет в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$) неравенству $|\bar{f}(z) : f(z)| < M_\varepsilon |e^{-i\varphi(z)}|$ при $\rho(z) > R_f(M_\varepsilon, \varepsilon)$, то $f(z) \in B$ в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$).

2°. В особом случае класс допустимых функций совпадает с классом целых функций и классы B и HB были изучены в работах (2-4). Эти исследования опирались на теоремы Иверсена о достижимости всех точек границы римановой поверхности мероморфной функции и о поведении мероморфной функции в односвязной области, вдоль границы которой функция стремится к асимптотическим значениям (см., например, (4), стр. 79 и 229). При переходе от особого случая к общему полученные в работах (2, 3) результаты модифицируются в соответствии с модификацией теорем Иверсена.

Пусть M — множество точек области \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$), в которых $|\zeta(z)| = |\bar{f}(z) : f(z)| > 1$, а \dot{M} — граница M . Пусть $z = z(\zeta)$ — функция, обратная к $\zeta(z)$, рассматриваемой лишь в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$); N — прообраз множества M на римановой поверхности функции $z(\zeta)$ и \dot{N} — граница N . Пусть U — некоторая компонента M и V — соответствующая компонента N ; граничные точки V соответствуют либо граничным точкам U , либо асимптотическим значениям с путями в U . Если $f(z) \in B$, то асимптотические значения $f(z)$ в U по модулю равны 1 и вся граница V лежит над окружностью $|\zeta| = 1$.

Теорема 2. Утверждения $f(z) \in B$ и множество N состоят из конечного числа полных листов, расположенных над областью $|\zeta| > 1$ эквивалентны. Число нулей $f(z)$ в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$) равно числу листов N .

Определение. Границной кратностью точки z называется кратность, с которой точка z входит в границу M .

Теорема 3. Пусть $f(z) = g(z) + ih(z)$ — допустимая в \mathfrak{G} функция и точка z_0 является k -кратным корнем уравнения $h(z)/g(z) = \lambda$, где λ вещественно ($\lambda = \infty$ не исключается). Тогда границная кратность точки z_0 есть целое число, равное: k , если $z_0 \in \mathfrak{G}$; $1/2\alpha k$, если z_0 является угловой точкой границы с раствором $\alpha\pi$ и αk четное; $1/2(\alpha k + \varepsilon)$, если αk нечетное. При этом $\varepsilon = -1$, если $\arg f(z)$ убывает в точке z_0 ; $\varepsilon = +1$, если $\arg f(z)$ возрастает в точке z_0 .

Примечание. Для допустимых в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$) функций величины αk являются целыми положительными числами.

Определение. Сумма граничных кратностей всех корней уравнения $h(z)/g(z) = \lambda$ называется λ -индексом функции $f(z) = g(z) + ih(z)$ и обозначается через $S_\lambda f$.

Теорема 4. Индекс $S_\lambda f$ функции класса B относительно области \mathfrak{G} не превосходит числа нулей функции $f(z)$ в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$), и если λ не является асимптотическим значением отношения $h(z)/g(z)$ в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$), то индекс $S_\lambda f$ равен числу нулей $f(z)$ в \mathfrak{G} ($\widetilde{\mathfrak{G}}$).

Примечание. Если пересечение области \mathfrak{G} с окрестностью точки $z = \infty$ разбивается на k односвязных областей и $f(z) \in B(\mathfrak{G})$, то функция $h(z)/g(z)$ может иметь в \mathfrak{G} не более k асимптотических значений.

3°. Рассмотрим некоторые наиболее простые и важные типы областей \mathfrak{G}_β .

1. Система β состоит из конечного числа интервалов и содержит не более одного полубесконечного интервала. Такую систему будем обозначать через β_1 . Область \mathfrak{G}_β , конечно связана, а окрестность точки $z = \infty$ односвязна. Поэтому в M функция $\zeta(z)$ класса B может иметь не более одного асимптотического значения.

Теорема 5. Индекс $S_\lambda f$ любой допустимой в \mathfrak{G}_β функции $f(z)$ имеет для всех вещественных λ за двумя, быть может, исключениями

одно и то же типовое значение S_f . Исключительные значения меньше типового и соответствуют λ , равным асимптотическим значениям $h(z) : g(z)$. Если имеются два исключительных значения, то типовое значение $S_f = \infty$ и функция $f(z)$ имеет бесконечное число нулей в \mathfrak{G}_β .

Необходимое и достаточное условие принадлежности функции $f(z)$ классу B состоит в ограниченности типового значения индекса S_f . В этом случае может быть не более одного исключительного значения $S_\lambda < S$. Число нулей $f(z)$ в \mathfrak{G}_β равно S_f .

2. Система β — будем ее обозначать через β_2 — состоит из конечного числа интервалов и содержит два полубесконечных интервала. В этом случае функция $\zeta(z)$ класса B в M может иметь не более двух асимптотических значений, и случай двух значений реализуется.

Теорема 5'. Для функций $f(z)$, допустимых в области типа \mathfrak{G}_{β_2} , верна теорема 4 со следующим изменением: число возможных исключительных значений меньше или равно трем; в случае трех исключительных значений типовое значение индекса S равно ∞ .

3. Особый случай. Соответствующая теорема совпадает с теоремой в ⁽³⁾.

4°. Пусть $v^2(z)$ — целая вещественная функция, неотрицательная на интервалах β и неположительная на дополнительных отрезках вещественной оси. Очевидно, функция $v(z)$ на берегах разрезов β принимает вещественные значения, в концах интервалов, отличных от $z = \infty$, имеет нули полуцелой кратности и на дополнительных интервалах принимает чисто мнимые значения.

Функцию $\omega(z) = u(z) + iv(z)$, где $u(z)$ — целая вещественная функция, будем называть ассоциированной с областью \mathfrak{G}_β или системой β ; $\omega(z)$ — допустимая в \mathfrak{G}_β функция.

Теорема 5". Индекс ассоциированной с областью \mathfrak{G}_β функции $\omega(z)$ обладает свойством симметрии $S_{\lambda\omega} = S_{-\lambda\omega}$. Может существовать не более двух исключительных значений λ_1, λ_2 ($\lambda_2 \neq -\lambda_1$), для которых индекс имеет значение меньше типового. Если исключительных значений два, то типовое значение равно бесконечности и отношение $v(z) : u(z)$ принимает в \mathfrak{G}_β все значения с положительной мнимой частью бесконечное число раз. В частности, $\omega(z)$ имеет в \mathfrak{G}_β бесконечное число нулей. Необходимое и достаточное условие принадлежности $\omega(z)$ классу B состоит в ограниченности типового значения S_ω . В этом случае $S_\omega = \max(S_{\lambda_1\omega}, S_{\lambda_2\omega})$ при любых λ_1 и λ_2 , $\lambda_2 \neq -\lambda_1$. Число нулей $\omega(z)$ в \mathfrak{G}_β равно S_ω .

Необходимые и достаточные условия того, что $\omega(z) \in HB$, следующие: $S_{\lambda_1} = 0, S_{\lambda_2} = 0, \lambda_2 \neq -\lambda_1$, и $S_\omega < \infty$.

Пример 1. Пусть $R_n(z)$ — вещественный полином с простыми вещественными корнями. В качестве системы β выберем систему интервалов, на которых $R_n(x) \geq 0$. В \mathfrak{G}_β каждая из ветвей $\sqrt{R_n(z)}$ — однозначная функция. Выберем одну из этих ветвей, и пусть $f(z) = P_l(z) + iQ_m(z)\sqrt{R_n(z)}$, где $P_l(z)$ и $Q_m(z)$ — вещественные полиномы. $f(z)$ ассоциирована с областью \mathfrak{G}_β и $f(z) \in B$, поэтому число нулей $f(z)$ в области \mathfrak{G}_β равно S_f . Если $l \geq m + \frac{1}{2}n$, то $S_f = S_{\infty f}$; если $l \leq m + \frac{1}{2}n$, то $S_f = S_0 f$. Необходимое и достаточное условие отсутствия нулей у $f(z)$ состоит в равенстве $S_f = 0$. Это равенство эквивалентно тому, что все нули $P_l(z)$ и $Q_m(z)\sqrt{R_n(z)}$ лежат на β и на каждом из разрезов β при обходе обоих берегов разреза нули $P_l(z)$ строго перемежаются с нулями $Q_m(z)\sqrt{R_n(z)}$ и $\arg f(x)$ возрастает хотя бы в одной точке $x \in \beta$. Например, для функций вида $f(z) = P_l(z) + i\sqrt{1 - z^2}Q_m(z)$ необходимое и достаточное условие отсутствия нулей у $f(z)$ состоит в том, что все нули $P_l(z)$ и $Q_m(z)$ лежат на $(-1, +1)$, нули $P_l(z)$ перемежаются с нулями $\sqrt{1 - z^2}Q_m(z)$ и хотя бы в одной точке разреза $\arg f(x)$ возрастает.

Пример 2. Пусть функция $\omega(z) = u(z) + iv(z)$ ассоциирована с областью \mathfrak{G}_β . Если $u(z)$ и $v^2(z)$ растут при $z \rightarrow \infty$ не быстрее $e^{\varepsilon|z|}$ при любом $\varepsilon > 0$, то несобходимые и достаточные условия того, что $\omega(z) \in B$, состоят в конечности значений индексов $S_{\lambda_1}\omega$ и $S_{\lambda_2}\omega$ для каких-нибудь двух значений $\lambda_2 \neq -\lambda_1$. Несобходимые и достаточные условия принадлежности $\omega(z)$ классу HB суть $S_{\lambda_1}\omega = S_{\lambda_2}\omega = 0$, $\lambda_2 \neq -\lambda_1$.

Заметим, что условия $S_0\omega = S_\infty\omega = 0$ означают, что корни функций $u(z)$ и $v(z)$ перемежаются на каждом интервале β и $\arg \omega(z)$ убывает хотя бы в одной точке какого-нибудь интервала β . Если $u(z)$ и $v(z)$ — функции конечного порядка, то из теоремы 5" следует теорема 4 работы ⁽¹⁾.

Институт теоретической и экспериментальной физики
Академии наук СССР

Поступило
4 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Н. Мейман, ДАН, 120, № 6 (1958). ² Н. Н. Мейман, ДАН, 40, № 2 (1943).
³ Н. Н. Мейман, ДАН, 40, № 5 (1945). ⁴ Н. Г. Чеботарев, Н. Н. Мейман, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 19 (1949).

Р. М. МИНЦ

ХАРАКТЕРИСТИКА НЕКОТОРЫХ НЕГРУБЫХ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ПОМОЩЬЮ ГРУБЫХ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ БЛИЗКИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 13 X 1958)

В настоящей заметке даются необходимые и достаточные условия грубости⁽¹⁾ состояния равновесия в трехмерном пространстве, а также устанавливается зависимость топологических типов^{*} простейших негрубых состояний равновесия от числа и характера грубых состояний равновесия, на которые они распадаются при малых изменениях правых частей системы^{**}.

Рассматриваемая система имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= P(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= Q(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R(x, y, z),\end{aligned}$$

где правые части являются аналитическими функциями x, y, z , не имеющими общих множителей, отличных от постоянного.

Характеристическое уравнение для определения типа состояния равновесия (x_0, y_0, z_0) имеет вид

$$\lambda^3 + p\lambda^2 + q\lambda + r = 0, \quad (2)$$

где

$$p(x_0, y_0, z_0) = -[P'_x(x_0, y_0, z_0) + Q'_y(x_0, y_0, z_0) + R'_z(x_0, y_0, z_0)],$$

$$\begin{aligned}q(x_0, y_0, z_0) &= \left| \begin{array}{cc} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_y(x_0, y_0, z_0) \\ Q'_x(x_0, y_0, z_0) & Q'_y(x_0, y_0, z_0) \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_x(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{array} \right| + \\ &+ \left| \begin{array}{cc} Q'_y(x_0, y_0, z_0) & Q'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_y(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{array} \right|, \quad (3)\end{aligned}$$

$$r(x_0, y_0, z_0) = - \left| \begin{array}{cc} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_y(x_0, y_0, z_0) & P'_z(x_0, y_0, z_0) \\ Q'_x(x_0, y_0, z_0) & Q'_y(x_0, y_0, z_0) & Q'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_x(x_0, y_0, z_0) & R'_y(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{array} \right|.$$

* Два состояния равновесия O и O' топологически эквивалентны или имеют одинаковый топологический тип, если существует топологическое отображение, переводящее некоторую окрестность одного из них в некоторую окрестность другого, при котором траектории отображаются в траектории и точка O переходит в точку O' .

** В настоящей работе применяется метод, предложенный в работе (2) для системы двух дифференциальных уравнений.

Наряду с системой (1), рассмотрим измененную систему:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= P(x, y, z) + \bar{P}(x, y, z), & \frac{dy}{dt} &= Q(x, y, z) + \bar{Q}(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R(x, y, z) + \bar{R}(x, y, z),\end{aligned}\quad (4)$$

где правые части — аналитические функции.

Функции $\bar{P}(x, y, z)$, $\bar{Q}(x, y, z)$ и $\bar{R}(x, y, z)$ называются δ -добавками ранга m в системе (1) в некоторой замкнутой области g (2), если выполняются следующие неравенства:

$$|\bar{P}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{Q}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{R}(x, y, z)| < \delta, \\ |\bar{P}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{Q}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{R}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta,$$

где $1 \leq i + j + k \leq m$.

Две замкнутые области g_1 и \tilde{g}_1 называются ε -близкими, если существует топологическое отображение g_1 в \tilde{g}_1 , при котором соответствующие друг другу точки находятся на расстоянии, меньшем ε . Пусть в g_1 определена система (1), а в \tilde{g}_1 — система (4). Будем говорить, что разбиение области \tilde{g}_1 на траектории системы (1) ε -тождественно разбиению области \tilde{g}_1 на траектории системы (4), если существует топологическое отображение, переводящее траектории системы (1) и системы (4) друг в друга при котором соответствующие друг другу точки находятся на расстоянии меньшем ε .

В соответствии с определением грубой системы, данным в (1), дадим следующее определение: изолированное состояние равновесия O системы (1) будем называть грубым, если существует замкнутая область g_1 , содержащая внутри только одно состояние равновесия O , и для любого $\varepsilon > 0$ такое $\delta > 0$, что какую бы систему (4) с δ -добавками ранга $m = 1$ в области $g_1 \subset g$ мы ни взяли, найдется замкнутая область $\tilde{g}_1 \subset g$, ε -близкая к g_1 , разбиение которой на траектории системы (1) ε -тождественно разбиению области g_1 на траектории системы (4).

Лемма 1. Существуют два топологических типа простых состояний равновесия: 1) узел (фокус); 2) седло (седло-фокус).

Теорема 1. Для того чтобы состояние равновесия системы (1) являлось грубым, необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения (2) были отличны от нуля.

Доказательство. Необходимость. 1) Пусть хотя бы один из корней (2) равен нулю. Тогда $r = 0$ и три поверхности $P(x, y, z) = 0$, $Q(x, y, z) = 0$ и $R(x, y, z) = 0$ в точке $O(x_0, y_0, z_0)$ имеют соприкосновение порядка выше первого. Сколь угодно малыми добавками к правым частям можно получить в ε -окрестности точки O либо более одного состояния равновесия, либо ни одного состояния равновесия.

2) Пусть $r \neq 0$, но уравнение (2) имеет два чисто мнимых корня. Тогда как показано А. Ф. Леонтьевым, из состояния равновесия может родиться предельный цикл (3).

Таким образом, в обоих случаях состояние равновесия не является грубым.

Достаточность. При выполнении условий теоремы состояние равновесия является простым, и три поверхности $P(x, y, z) = 0$, $Q(x, y, z) = 0$, $R(x, y, z) = 0$ имеют простую точку пересечения. Принимая во внимание лемму 1, можно показать, что состояние равновесия удовлетворяет определению грубого состояния равновесия.

Лемма 2. В случае, когда один из корней характеристического уравнения (2) равен нулю, имеют место четыре топологических типа состояни

равновесия: 1) узел (фокус); 2) седло (седло-фокус); 3) седло-узел (седло-фокус-фокус); 4) состояние равновесия типа С (см. (4)).

Система (1) в рассматриваемом случае может быть приведена к виду

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + P_2(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R_2(x, y, z),\end{aligned}\tag{5}$$

где $P_2(x, y, z)$, $Q_2(x, y, z)$ и $R_2(x, y, z)$ — ряды, начинающиеся с членов не ниже второй степени по x, y, z в некоторой области G .

Наряду с системой (5) рассмотрим измененную систему (4) с достаточно малыми δ -добавками ранга m :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + P_2(x, y, z) + \bar{P}(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z) + \bar{Q}(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R_2(x, y, z) + \bar{R}(x, y, z).\end{aligned}\tag{6}$$

Согласно определению, данному в (2) состояние равновесия O системы (1) называется m -кратным, если: а) существуют $\epsilon_0 > 0$ и $\delta_0 > 0$ такие, что при всех δ_0 -добавках ранга m система (4) имеет в ϵ_0 -окрестности точки O не более m состояний равновесия и б) при любых $\delta < \delta_0$ и $\epsilon < \epsilon_0$ всегда существуют такие δ -добавки ранга m , при которых система (4) имеет в ϵ -окрестности O ровно m грубых состояний равновесия.

Такие δ -добавки, при которых в ϵ -окрестности m -кратного состояния равновесия существует m грубых состояний равновесия, назовем *расщепляющими*.

Лемма 3. Состояние равновесия O системы (6) является m -кратным (см. (2)).

Рассмотрим для системы (5) функцию $f(z) = R_2[\varphi(z), \psi(z), z] = \Delta_m z^m [1 + F(z)]$ (2, 5), где $\Delta_m \neq 0$, $m \geq 2$, $F(0) = 0$ и функции $x = \varphi(z)$ и $y = \psi(z)$ являются решениями системы

$$a_1x + b_1y + P_2(x, y, z) = 0, \quad a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z) = 0.$$

Для системы (6) рассмотрим аналогично

$$\bar{f}(z) = R_2[\bar{\varphi}(z), \bar{\psi}(z), z] + \bar{R}[\bar{\varphi}(z), \bar{\psi}(z), z].$$

Очевидно, что значения z , являющиеся корнями уравнения $\bar{f}(z) = 0$, соответствуют состояниям равновесия системы (6). Если расположить эти значения z в порядке возрастания, то знаки $\bar{f}'(z)$ в точках z_1, z_2, \dots, z_m чередуются.

Лемма 4. Знак выражения r (см. формулы (3)) для грубого состояния равновесия совпадает со знаком $\bar{f}'(z)$, когда $a_1b_2 - a_2b_1 < 0$, и знак r противоположен знаку $\bar{f}'(z)$, когда $a_1b_2 - a_2b_1 > 0$. Очевидно, что для *негрубого состояния равновесия* $\bar{f}'(z) = r = 0$.

Обозначим через $D(k, 3 - k)$ область пространства p, q, r , в которой характеристическое уравнение (2) имеет k корней слева и $3 - k$ корней справа от мнимой оси (6). Эти области характеризуются следующим образом:

- 1) $pq - r > 0, q > 0, r > 0$ (область $D(3,0)$);
- 2) $pq - r > 0, q > 0, r < 0$ (область $D(2,1)$);
- 3) $pq - r < 0, q > 0, r > 0$ (область $D(1,2)$);
- 4) $pq - r < 0, q > 0, r < 0$ (область $D(0,3)$);
- 5) $q \leq 0, r \geq 0$ (область $D(1,2)$);
- 6) $q \leq 0, r < 0$ (область $D(2,1)$).

Рассматриваемые негрубые состояния равновесия системы (5) получаются на тех границах указанных областей, где r обращается в нуль. Поскольку для негрубого состояния равновесия с одним корнем характеристического уравнения, равным нулю, $q \neq 0$ и при $q > 0$ также $r \neq 0$, то при надлежащим образом выбранных расщепляющих добавках для всех грубых состояний равновесия, на которые распадается негрубое состояние равновесия, знаки q , а также (если для негрубого состояния равновесия $q > 0$) знаки $rq - r$ совпадают со знаками соответствующих выражений для негрубого состояния равновесия.

Принимая во внимание все изложенное, а также тип негрубого состояния равновесия в зависимости от четности или нечетности величины m , а также от знаков Δ_m и двух не равных нулю корней характеристического уравнения ⁽⁴⁾, можно однозначно охарактеризовать ланый топологический тип негрубого состояния равновесия по числу и характеру грубых состояний равновесия, на которые оно распадается.

Теорема 2. *Негрубое состояние равновесия O системы (5) является состоянием равновесия типа узел, если при всех расщепляющих δ^* -добавках* число грубых узлов и фокусов системы (6), расположенных в ε^* -окрестности точки O , на единицу больше числа грубых седел и седло-фокусов.*

Теорема 3. *Негрубое состояние равновесия O системы (5) является состоянием равновесия типа седло, если при всех расщепляющих δ^* -добавках: а) либо число грубых седел и седло-фокусов системы (6), расположенных в ε^* -окрестности точки O , на единицу больше числа грубых узлов и фокусов; б) либо все грубые состояния равновесия системы (6), расположенные в ε^* -окрестности точки O , являются седлами, причем число их нечетно.*

Теорема 4. *Негрубое состояние равновесия системы (5) является состоянием равновесия типа седло-узел, если при всех расщепляющих δ^* -добавках число грубых узлов и фокусов системы (6), расположенных в ε^* -окрестности точки O , равно числу грубых седел и седло-фокусов.*

Теорема 5. *Негрубое состояние равновесия системы (5) является состоянием равновесия «типа С» ⁽⁴⁾, если при всех расщепляющих δ^* -добавках все грубые состояния равновесия системы (6), расположенные в ε^* -окрестности точки O , являются седлами, причем число их четно.*

В заключение приношу глубокую благодарность моему научному руководителю Е. А. Леонович-Андроновой.

Исследовательский физико-технический институт
Горьковского государственного университета
им. Н. И. Лобачевского

Поступило
9 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. А. Андронов, Л. С. Понtryагин, ДАН, **14**, № 5 (1937). ² Н. А. Губарь, Матем. сборн., **40** (82), № 1 (1956). ³ Н. Н. Бутин, Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости, 1949. ⁴ Р. М. Минц, ДАН, **111**, № 3 (1956). ⁵ А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, 1935. ⁶ Ю. И. Неймарк, Устойчивость линеаризованных систем, 1949.

* Числа δ^* и ε^* выбираются надлежащим образом и во всяком случае не превосходят соответствующих чисел δ_0 и ε_0 , которые фигурируют в определении m -кратного состояния равновесия.

О. А. ОЛЕЙНИК

**РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ
ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

(Представлено академиком И. Г. Петровским 5 XI 1958)

Многие физические задачи приводят к рассмотрению уравнений второго порядка эллиптического, параболического или гиперболического типа с разрывными коэффициентами и дополнительными условиями на решение в точках разрыва коэффициентов. К ним, например, относятся задачи о стационарном и нестационарном распределении температуры в телах, составленных из разнородных кусков, задачи дифракции и другие. Такие задачи рассматривались в ряде работ. При этом для решения краевых задач для уравнений с разрывными коэффициентами во многих работах использовались методы, которые обычно применялись для уравнений с гладкими коэффициентами, что приводило иногда к значительным дополнительным трудностям (см., например, (1)).

В настоящей заметке решения основных краевых задач для уравнений эллиптического и параболического типов с разрывными коэффициентами мы получим как предел решений соответствующих задач для уравнений с гладкими коэффициентами, приближающимися к заданным разрывным. При таком подходе получаем простые доказательства существования решений рассматриваемых задач. Этим же путем могут быть получены обобщенные решения задач для гиперболических уравнений с разрывными коэффициентами, которые в (2) построены методом конечных разностей.

1. Уравнения эллиптического типа. Будем рассматривать эллиптические уравнения вида

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0, \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad (1)$$

$x = (x_1, \dots, x_n)$; $a_{ij}(x)$ — достаточно гладкие функции всюду в области Ω , кроме, быть может, точек некоторых гладких $(n-1)$ -мерных многообразий, где a_{ij} могут иметь разрывы. Эти многообразия разбивают Ω на конечное число областей Ω_j ($j = 1, \dots, m$). Многообразие, которое служит границей областей Ω_k и Ω_l , будем обозначать через S_{kl} . Предполагаем, что a_{ij} имеют предельные значения по обе стороны S_{kl} , и будем обозначать их соответственно через a_{ij}^k и a_{ij}^l . Область Ω обладает гладкой границей S . Задачу Дирихле для уравнения (1) ставим следующим образом: найти функцию $u(x)$, непрерывную в $\Omega + S$, удовлетворяющую уравнению (1) во всех точках $\{\Omega_j\}$ и условиям:

$$u|_S = f, \quad (2)$$

$$a_k du / dN_k = a_l du / dN_l \text{ на } S_{kl}, \quad (3)$$

где f — заданная функция на S ; a_j ($j = 1, \dots, m$) — некоторые заданные положительные постоянные; du / dN_k и du / dN_l означают производные по направлению к нормали, взятые в точках S_{kl} для значений коэффициентов

a_{ij}^k и a_{ij}^l соответственно, т. е. $\frac{d}{dN} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \cos(n, x_i) \frac{\partial}{\partial x_j}$; n — направление

нормали к S_{kl} .

Такую функцию будем называть классическим решением задачи Дирихле. Рассмотрим также обобщенное решение задачи Дирихле. Функцию $u(x)$ из $W_2^1(\Omega)$ будем называть обобщенным решением задачи Дирихле, если $u(x)$ удовлетворяет условию (2) и при любой $F(x)$ из класса $W_2^1(\Omega)$, равной нулю на S , выполняется равенство

$$\iint_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n a a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} d\Omega = 0, \quad (4)$$

где a — функция в Ω , равная постоянной a_j в точках Ω_j . Единственность классического решения задачи Дирихле следует из того, что для решений этой задачи справедлив принцип максимума в силу леммы 1 работы ⁽³⁾ и условия (3). Единственность обобщенного решения задачи Дирихле легко получить, вычитая равенства (4) для двух решений этой задачи u_1 и u_2 и подставляя $F = u_1 - u_2$.

Построение обобщенного решения задачи Дирихле. Пусть функция f допускает продолжение на Ω , принадлежащее классу $W_2^1(\Omega)$. Обозначим через u^h решение в Ω уравнения

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(b_{ij}^h \frac{\partial u^h}{\partial x_j} \right) = 0, \quad \sum_{i,j=1}^n b_{ij}^h(x) x_i x_j \geq \lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \quad (5)$$

с условием $u^h|_S = f_h$, где b_{ij}^h — достаточно гладкие функции, совпадающие с $a a_{ij}$ вне h -окрестности $\{S_{kl}\}$ и ограниченные равномерно по h ; $\lambda > 0$ не зависит от h ; f_h — усреднение f в Ω ⁽⁴⁾. Легко показать, что u^h ограничены в норме $W_2^1(\Omega)$ равномерно по h и можно выбрать подпоследовательность u^{h_k} , стремящуюся в смысле $L_2(\Omega)$ при $h \rightarrow 0$ к функции $u(x)$, удовлетворяющей равенству (4) и условию (2).

Свойства обобщенного решения. Пусть продолжение f в Ω ограничено по модулю. Тогда все u^h равномерно относительно h ограничены в Ω . Из результатов Нэша ⁽⁵⁾ следует, что u^h удовлетворяют условию Гельдера с постоянными, не зависящими от h , т. е. обобщенное решение $u(x)$ непрерывно в Ω .

Мы будем пользоваться следующим предложением С. Н. Бернштейна. Если решения линейного эллиптического или параболического уравнения второго порядка с коэффициентами из класса C^m равномерно ограничены в D , то во всякой замкнутой области $D_1 \subset D$ равномерно ограничены все их производные по x_i до порядка m ^{(6), (7)}. Пользуясь этим, получим, что, если a_{ij} из класса C^3 в $\Omega - \{S_{kl}\}$, то обобщенное решение $u(x)$ принадлежит классу C^2 в $\Omega - \{S_{kl}\}$ и удовлетворяет в этих точках уравнению (1). Если f непрерывна, то с помощью барьеров легко доказать, что $u(x)$ непрерывна на S и выполнено (2). Условию (3) функция $u(x)$ удовлетворяет в интегральном смысле.

Построение классического решения задачи Дирихле. Будем предполагать, что a_{ij} из класса C^3 в Ω ; f непрерывна на S . Построение классического решения проводится аналогично тому, как построено обобщенное решение. За коэффициенты b_{ij}^h в уравнении (5) возьмем функции $a_{ij} a^h$, где a^h — гладкая функция, равная a вне h -окрестности $\{S_{kl}\}$ и постоянная на поверхностях $F_{kl} = \alpha$ ($F_{kl}(x) = 0$ — уравнение поверхности S_{kl}). Пусть u^h — решение уравнения (5) с условием $u^h|_S = f$. Согласно теореме С. Н. Бернштейна из $\{u^h\}$ можно выделить подпоследовательность, сходя-

щуюся в точках $\Omega - \{S_{kl}\}$ при $h \rightarrow 0$ к функции $u(x)$, которая в этих точках удовлетворяет уравнению (1). С помощью барьеров показываем, что $u|_S = f$. Таким образом, остается показать, что $u(x)$ непрерывна и удовлетворяет условию (3) на всех S_{kl} .

Для исследования поведения u^h в окрестности D точки P_0 из S_{kl} перейдем в D к новым координатам $y = (y_1, \dots, y_n)$ так, что $F_{kl} = y_n$ и уравнение (5) в новых координатах имеет вид

$$\sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{\partial}{\partial y_i} \left(c_{ij}(y) a^h(y_n) \frac{\partial u}{\partial y_j} \right) + \frac{\partial}{\partial y_n} \left(c_{nn}(y) a^h(y_n) \frac{\partial u}{\partial y_n} \right) = 0, \quad (6)$$

где c_{ij} — гладкие функции, не зависящие от h .

Пользуясь методом вспомогательных функций С. Н. Бернштейна (6), показываем, что $\sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial u^h}{\partial y_i} \right)^2 < C_1$ и $\sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial^2 u^h}{\partial y_i \partial y_j} \right)^2 < C_2$, где C_1, C_2 , не зависят от h . Из уравнения (6) и указанных оценок следует равномерная по h ограниченность $\frac{\partial}{\partial y_n} \left(c_{nn} a^h \frac{\partial u^h}{\partial y_n} \right)$ и $\partial u^h / \partial y_n$. Так как $\partial u^h / \partial y_n$ является производной по координате $y_n = 0$, то из полученных оценок следует непрерывность $u(x)$ в D , существование du / dN на S_{kl} и выполнение условия (3).

2. Уравнения параболического типа. Первая краевая задача. Будем рассматривать уравнения вида

$$a_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) \equiv M(u) \quad (7)$$

в цилиндре $Q \{x \subset \Omega, 0 < t \leq T\}$; $a_0(x)$ обладает такими же свойствами, как и a_{ij} , определенные выше для уравнения (1). Первую краевую задачу для уравнения (7) ставим следующим образом: найти в \bar{Q} непрерывную функцию $u(t, x)$, удовлетворяющую уравнению (7) во всех точках Q , не лежащих на $S'_{kl} = S_{kl} \times [0, T]$, условиям (2) и (3) при всех $0 < t \leq \bar{T}$, где f — заданная функция на $S' = S \times [0, T]$, и начальному условию

$$u|_{t=0} = u_0(x). \quad (8)$$

Такую функцию $u(t, x)$ будем называть классическим решением первой краевой задачи для уравнения (7).

Определение обобщенного решения этой задачи, доказательство его существования и единственности можно получить аналогично тому, как это сделано для задачи Дирихле и уравнения (1).

Единственность классического решения первой краевой задачи следует из выполнения принципа максимума, что устанавливается с помощью теоремы 1 работы (6).

Построение классического решения первой краевой задачи. Будем рассматривать уравнение (7), где $a_{ij} = bg_{ij}$; b — функция в Ω , равная постоянной b_j в Ω_j ; $g_{ij}(x)$, $a_0(x)$ — из класса C^3 в $\bar{\Omega}$. Будем предполагать, что $u_0(x)$ удовлетворяет условию (3) и принадлежит C^3 в областях $\bar{\Omega}_i$. Пусть f и $u_0(x)$ удовлетворяют условиям согласования на S' при $t = 0$ и f — из C^1 на S' . Обозначим через u^h решение уравнения

$$a^h(x) a_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a^h(x) b^h(x) g_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) \quad (9)$$

с условиями: $u|_{S'} = f$ и $u|_{t=0} = u_0^h(x)$, где a^h, b^h — функции, совпадающие с a, b вне h -окрестности $\{S_{kl}\}$ и постоянные на поверхностях $F_{kl}(x) = \alpha$, $|u_0^h - u_0| \leq h$ в Ω и

$$\left| \sum_{i, j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a^h b^h g_{ij} \frac{\partial u_0^h}{\partial x_j} \right) \right| \leq K, \quad (10)$$

причем K не зависит от h . Функции u_0^h легко построить, пользуясь тем, что для $u_0(x)$ выполнено (3). Пользуясь теоремой С. Н. Бернштейна, получим сходимость при $h \rightarrow 0$ последовательности u^h в $Q - \{S'_{kl}\}$ к решению $u(t, x)$ уравнения (7). Исследование $u(t, x)$ в окрестности $\{S'_{kl}\}$ проводим так же, как и для уравнения (1), пользуясь тем, что $\partial u^h / \partial t$ равномерно ограничены по h в силу (10). Выполнение условий (2), (8) для $u(t, x)$ доказываем с помощью барьеров.

Задача Коши. Пусть уравнение (7) задано для всех x ; S_{kl} расположены в конечной части пространства x и $a_{ij}, \partial a_{ij} / \partial x_i, a_0$ ограничены. Будем рассматривать, ради краткости изложения, классическое решение задачи Коши для уравнения (7) с условием (8) и (3) в классе ограниченных при $t \geq 0$ функций. Это решение мы можем получить как предел при $h \rightarrow 0$ решений u^h уравнения (9) с условием $u^h(0, x) = u_0^h$. Это доказывается так же, как и для решений первой краевой задачи. Единственность классического решения задачи Коши устанавливается с помощью функции $V(t, x)$ такой, что $V > 0, M(V) - a_0 \partial V / \partial t < 0, V \rightarrow \infty$ при $|x| \rightarrow \infty$ и в точках S'_{kl} V удовлетворяет условиям (3). Доказательство проводится так же, как и для параболического уравнения с гладкими ограниченными коэффициентами (см., например, ⁽⁹⁾).

Математический институт им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
4 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Е. И. Ким, Об одном классе сингулярных интегральных уравнений и некоторых задачах теплопроводности для кусочно-однородных сред, Докторская диссертация, Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 1956.
- ² О. А. Ладыженская, ДАН, 96, № 3, 433 (1954).
- ³ О. А. Олейник, Матем. сборн., 30 (72), в. 3, 695 (1952).
- ⁴ С. Л. Соболев, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, 1950, стр. 19.
- ⁵ J. Nash, Proc. Nat. Acad. Sci., 43, № 8, 754 (1957).
- ⁶ S. Вегнерстейн, C. R., 151, 636 (1910).
- ⁷ С. Н. Бернштейн, ДАН, 18, № 7, 385 (1938).
- ⁸ Р. Вайборны, ДАН, 117, № 4, 563 (1957).
- ⁹ И. Г. Петровский, Лекции об уравнениях с частными производными, М., 1953, стр. 329.

ся до-шин

О ПОЛУНОРМИРОВАННЫХ КОЛЬЦАХ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

(Представлено академиком П. С. Александровым 11 XI 1958)

Пусть R — линейное топологическое кольцо с единицей e , в котором топология определена счетным или несчетным набором норм $|x|_n$, $n \in \mathfrak{A}$, где $|xy|_n \leq |x|_n |y|_n$, $(x+y)_n \leq |x|_n + |y|_n$, $|cx|_n = |c| |x|_n$ (c — константа), $0 \leq |x|_n < \infty$, и из того, что $|x|_n = 0$ для всех n , следует, что $x = 0$. Это кольцо R называется полуформированным кольцом. Мы можем заменять нормы кольца новыми эквивалентными нормами такими, что $|e|_n = 1$. Мы предположим, что R полно, т. е. есть полное топологическое пространство. Кольцо R называется симметричным, если в R определена инволюция $x \rightarrow x^*$ и притом так, что выполнены следующие условия: а) $(\lambda x + \mu y)^* = \bar{\lambda}x^* + \bar{\mu}y^*$, б) $(x^*)^* = x$ и в) $(xy)^* = y^*x^*$.

Очевидно, если $|x|_1 = |x|_2 = \dots$, то полуформированное кольцо будет нормированным кольцом. Поэтому полуформированное кольцо есть обобщение понятия нормированного кольца.

И. М. Гельфандом и М. А. Наймарком ⁽¹⁾ было доказано, что каждый линейный положительный функционал f (т. е. $f(x^*x) \geq 0$ для любого $x \in R$) на полном нормированном кольце с непрерывной инволюцией непрерывен. Майкл ⁽²⁾ построил пример несчетно-нормированного полного кольца с непрерывной инволюцией, на котором существуют линейные положительные разрывные функционалы. Мы получили следующую теорему:

Теорема 1. Пусть R — полное счетно-нормированное (т. е. набор норм счетен) кольцо с непрерывной инволюцией. Если $f(x)$ — линейный положительный функционал над R , то $f(x)$ непрерывен.

Пусть R коммутативно, \mathfrak{M} — пространство всех замкнутых максимальных идеалов в R . Пусть \mathfrak{M}_m — подпространство пространства \mathfrak{M} , состоящее из тех $M \in \mathfrak{M}$, которые удовлетворяют условию $|x(M)| \leq |x|_m$ при $x \in R$. Максимальный идеал M в \mathfrak{M} называется симметричным, если $x^*(M) = \overline{x(M)}$ при $x \in R$. Пусть $\hat{\mathfrak{M}}_m$ — совокупность всех симметричных идеалов из \mathfrak{M}_m .

Следствие. Пусть R — коммутативное полное счетно-нормированное кольцо с непрерывной инволюцией. Каждому линейному положительному функционалу на R соответствуют число m и конечная положительная мера

$\mu(M)$ на $\sum_{v=1}^m \hat{\mathfrak{M}}_v$ такая, что

$$f(x) = \int_{\sum_{v=1}^m \hat{\mathfrak{M}}_v} x(M) d\mu(M).$$

Кольцо R называется вполне симметричным кольцом, если для любого $x \in R$ существует $(e + x^*x)^{-1}$.

Д. А. Райков (3) нашел необходимое и достаточное условие, при котором полное нормированное кольцо с непрерывной инволюцией будет вполне симметрично. С помощью теоремы 1 мы получим следующее обобщение теоремы Райкова в случае полуформированного кольца.

Теорема 2. Полуформированное полное кольцо R с непрерывной инволюцией вполне симметрично тогда и только тогда, когда для каждого элемента $x \in R$ имеет место

$$\sup f(x^*x) = \sup_{m \in \mathfrak{A}} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|(x^*x)^n|_m}, \quad (1)$$

где верхняя грань в левой части берется по всем положительным функционалам f , удовлетворяющим условию $f(e) = 1$.

Отметим, что обе части (1) могут быть бесконечными.

Для нормированных колец И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк (4) показали, что если R — полное симметричное коммутативное кольцо, то R вполне изоморфно кольцу $C(\mathfrak{M})$ непрерывных функций на пространстве \mathfrak{M} максимальных идеалов тогда и только тогда, когда $|x^*x| = |x^*||x|$ для $x \in R$.

Мы получили соответствующую теорему для полуформированного кольца.

Мы говорим, что полуформированное кольцо R в вполне изоморфно кольцу $C(\mathfrak{M})$, если R алгебраически изоморфно $C(\mathfrak{M})$, причем существует последовательность компактных подмножеств $A_v, v \in \mathfrak{A}$, таких, что

$$\mathfrak{M} = \bigcup_{v \in \mathfrak{A}} A_v,$$

$$|x|_m = \sup_{M \in A_m} |x(M)|. \quad (2)$$

Кольцо $C(\mathfrak{M})$ с нормами (2) есть полное симметричное полуформированное кольцо. Когда R счетно-нормированное, то, по теореме Майкла (2), топология, определенная в $C(\mathfrak{M})$, фактически не зависит от выбора множеств $A_n, n = 1, 2, \dots$.

Теорема 3. Пусть R — полное полуформированное коммутативное кольцо с инволюцией. Если для любого $x \in R$

$$\sup_{m \in \mathfrak{A}} |x^*x|_m = \sup_{m \in \mathfrak{A}} |x|_m \sup_{m \in \mathfrak{A}} |x^*|_m$$

(где $\sup |x|_m$ может быть бесконечным), то: 1) для любого m $|x^*x|_m = |x|_m |x^*|_m$; 2) R по норме $|x|_m$ полно; 3) R вполне изоморфно $C(\mathfrak{M})$ и $|x|_m = \sup_{M \in \mathfrak{M}_m} |x(M)|$.

Для нормированных колец с инволюцией R известно, что если для любого $x \in R$ имеет место $|x^*x| = |x|^2$, то R вполне изоморфно кольцу операторов в гильбертовом пространстве (см., например, (5), стр. 281).

Мы получили соответствующую теорему для полуформированного кольца (не обязательно коммутативного).

Теорема 4. Пусть R — полное полуформированное кольцо с инволюцией. Если для любого $x \in R$

$$\sup_m |x^*x|_m = \sup_m |x|_m^2,$$

то для любого m имеет место

$$|x^*x|_m = |x|_m^2$$

и существуют гильбертово пространство H и проекционные операторы P_n на H такие, что: 1) каждому элементу $x \in R$ соответствует оператор A_x (не обязательно ограниченный) на H такой, что если \tilde{R} — кольцо всех A_x , $x \in R$, то R и \tilde{R} алгебраически изоморфны и $A_{x^*} = A_x^*$; 2) $A_x P_n = P_n A_x$ есть ограниченный оператор на H для любого n и любого $x \in R$; 3) имеет место

$$|x|_m = \|A_x P_m\|,$$

где — норма оператора на H .

Из теорем 3 и 4 следует спектральная теорема неограниченного самосопряженного оператора.

Пусть R — полное бесконечно-нормированное кольцо с непрерывной инволюцией. Линейный функционал $f(x)$ над кольцом R называется вещественным, если $f(x^*) = \overline{f(x)}$, и мультипликативным, если $f(xy) = f(x)f(y)$ для $x, y \in R$.

Пусть \hat{M} — пространство всех вещественных и мультипликативных функционалов на кольце R со слабой топологией. Мы нашли общий вид положительных функционалов.

Теорема 5. Пусть R — полное полуформированное кольцо с непрерывной инволюцией. Если $f(x)$ — положительный функционал на кольце R , то существует бикомпактное подмножество $\mathfrak{M}_f \subset \hat{M}$ и конечная положительная мера μ на \mathfrak{M}_f такие, что

$$f(x) = \int_{\mathfrak{M}_f} x(M) d\mu(M).$$

Замечание 1. Кольцо R называется функционально-непрерывным кольцом, если каждый вещественный мультипликативный функционал непрерывен. По теореме 5, мы можем доказать, что на полном функционально-непрерывном полуформированном кольце с непрерывной инволюцией всякий положительный функционал непрерывен.

Замечание 2. Мы можем доказать теорему 5, когда R есть кольцо (с единицей) без топологии, которое удовлетворяет следующим условиям. Пусть $A^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots$) — кольцо всех целых функций от z_1, \dots, z_n . Для любых элементов x_1, \dots, x_n в кольце R каждому $\varphi \in A^{(n)}$ соответствует элемент $x_\varphi \in R$ такой, что

$$\begin{aligned} x_{\varphi_1 + \varphi_2} &= x_{\varphi_1} + x_{\varphi_2}, & x_{\varphi_1 \varphi_2} &= x_{\varphi_1} x_{\varphi_2}, & x_{c\varphi} &= cx_\varphi, \\ x_{z_\nu} &= x_\nu, & \nu &= 1, 2, \dots, n; & x_{\varphi^*} &= \overline{x_\varphi}, \end{aligned}$$

где $\varphi^*(z_1, \dots, z_n) = \overline{\varphi(\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_n)}$.

Автор выражает благодарность чл.-корр. АН СССР И. М. Гельфанду и проф. Д. А. Райкову за ценную помощь в настоящей работе.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
6 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ И. М. Гельфанд, М. А. Наймарк, Изв. АН СССР, сер. матем., 12, 445 (1948). ² Е. А. Michael, Mem. Am. Math. Soc., № 11, 1 (1952). ³ Д. А. Райков, ДАН, 54, 391 (1946). ⁴ И. М. Гельфанд, М. А. Наймарк, Матем. сборн., 12 (54), 197 (1943). ⁵ М. А. Наймарк, Нормированные кольца, 1956.

В. Н. ЖИГУЛЕВ

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 14 X 1958)

В настоящей работе разбирается новое явление сжатия электрического разряда в движущейся проводящей среде, которое может быть использовано для получения высоких температур.

§ 1. Пусть имеется некоторое движение проводящей среды. Электродинамическая часть уравнений магнитной гидродинамики имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{H} = (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} - \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{V} + \nu_m \Delta \mathbf{H}, \quad (1)$$

где \mathbf{H} — вектор напряженности магнитного поля; \mathbf{V} — вектор скорости среды; ν_m — магнитная вязкость.

Применим операцию rot к уравнению (1). После несложных вычислений получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{j} - (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{j} \operatorname{div} \mathbf{V} = \\ = \nu_m \Delta \mathbf{j} - \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \{ \nabla (\mathbf{V} \mathbf{H}) - (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{V} \}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{j} — плотность тока ($\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}$) и c — скорость света в среде.

Назовем токовыми линиями векторные линии поля \mathbf{j} .

Рассмотрим в дальнейшем случаи движений, удовлетворяющие условиям:

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0; \quad (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} = 0; \quad \nabla (\mathbf{V} \mathbf{H}) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (2) в случаях (3), если среда обладает бесконечной проводимостью ($\nu_m = 0$), принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{j} - (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{V} = 0. \quad (4)$$

На основании уравнения (4) и теоремы А. А. Фридмана о сохраняемости векторных линий⁽¹⁾ следует:

В случае рассматриваемых движений (3) среды с бесконечной проводимостью токовые линии обладают свойством сохраняемости.

В классе движений (3) в числе других находятся следующие два вида движений:

1. Плоские движения с вектором \mathbf{H} , перпендикулярным плоскости движения.

2. Некоторые осесимметрические движения с силовыми линиями, являющимися окружностями с центрами на оси симметрии и расположенными в плоскостях, перпендикулярных оси симметрии.

§ 2. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из линейного электрода A , электрода BnC в виде полуцилиндра (достаточно большого радиуса).

са L с отверстиями, так что жидкость может свободно протекать через него), и э. д. с. Пусть цепь погружена в покоящуюся проводящую жидкость и замкнута; тогда внутри жидкости возникнет электрический ток (см. рис. 1), распределенный приблизительно равномерно внутри угла, равного π .

Приведем далее жидкость (которая предполагается несжимаемой) в движение с постоянной скоростью U , направленной вдоль Ox (пусть L достаточно велико, так чтобы соответствующее магнитное число Рейнольдса $Re_m = UL/\nu_m$ было большой величиной).

В силу теоремы предыдущего параграфа и условия $Re_m \gg 1$, по-видимому, возникает тонкая струя электрического тока (см. рис. 2), направленная вдоль оси x и имеющая толщину порядка $L/\sqrt{Re_m}$. Струя электрического тока в плоском случае является магнитным пограничным слоем 2-го рода ⁽²⁾.

Уравнения магнитной гидродинамики для рассматриваемого вида движений примут вид:

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \Delta H; \quad (5)$$

$$p + \frac{H^2}{8\pi} = \text{const}, \quad (6)$$

$$\rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = \text{div}(k \nabla T) + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j^2. \quad (7)$$

Для случая осевой симметрии уравнение (6) запишется в виде $p = \text{const}$, а уравнения (5) и (7) справедливы при условии $U \gg I^2/4\pi c^2 \nu_m \rho L$.

Принимая во внимание условие $Re_m \gg 1$ и полагая коэффициент теплопроводности $k = \text{const}$ в потоке, уравнения (5) и (7) для плоского и осесимметрического случаев запишем соответственно в виде:

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}; \quad \rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j_x^2;$$

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \left(\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{H}{y^2} \right); \quad \rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j_x^2.$$

§ 3. Для плоского случая решение для H находится в классе автомодельных решений, указанных в работе ⁽²⁾. Будем иметь, после удовлетворения соответствующим граничным условиям, следующее выражение для компонент вектора плотности тока j :

$$j_x = \frac{I}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U}{\nu_m x}} \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right); \quad j_y = \frac{I}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U}{\nu_m x}} \frac{y}{x} \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right);$$

I — полный ток в струе, приходящийся на единицу длины вдоль Ox .

Для случая осевой симметрии решение для H может быть представлено в виде

$$H = x^{-1/2} h(\zeta); \quad \zeta = \frac{y}{\sqrt{\nu_m x/U}}, \quad (8)$$

где $h(\zeta)$ удовлетворяет уравнению

$$\zeta^2 h'' + \zeta \left(1 + \frac{\zeta^2}{2}\right) h' + \left(\frac{\zeta^2}{2} - 1\right) h = 0.$$

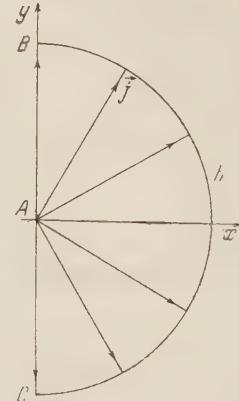


Рис. 1

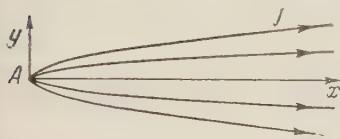


Рис. 2

Границные условия:

а) H ограничена при $y = 0$;
б) $\lim_{y \rightarrow \infty} yH = 2I/c$ (I — полный ток в струе).

На основании условия б) выбран множитель $x^{-1/2}$ в выражении (8) для H .

Решения для H и j_x будут:

$$H = \frac{2I}{cy} \left[1 - \exp \left(-\frac{Uy^2}{4v_m x} \right) \right],$$

$$j_x = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{y} \frac{\partial yH}{\partial y} = \frac{I}{4\pi} \frac{U}{v_m x} \exp \left(-\frac{Uy^2}{4v_m x} \right).$$

§ 4. В случае плоского разряда выражение для температуры T может быть представлено в виде

$$T = \frac{I^2}{c^2 \rho c_p} t(\xi), \quad \xi = \frac{y}{\sqrt{kx/\rho c_p U}},$$

где $t(\xi)$ удовлетворяет уравнению

$$t'' + \frac{\xi}{2} t' + \exp \left(-\frac{\xi^2}{2 \text{Pr}_m} \right) = 0.$$

Величина $\text{Pr}_m = v_m \rho c_p / k$ может быть, по аналогии с обычным числом Прандтля, названа магнитным числом Прандтля.

Искомым решением для T , симметричным по y и обращающимся в T_∞ при $y \rightarrow \infty$, будет

$$T = T_\infty + \frac{I^2}{c^2 \rho c_p} \int_{\xi}^{\infty} \exp \left(-\frac{\eta^2}{4} \right) \int_0^{\eta} \exp \left[-\frac{\zeta^2}{4} \left(\frac{2}{\text{Pr}_m} - 1 \right) \right] d\eta d\zeta.$$

Для осесимметрического разряда решение для T может быть представлено в виде

$$T = \frac{I^2 U}{4\pi c^2 \rho c_p v_m} \frac{t(\xi)}{x}, \quad \xi = \frac{y}{\sqrt{kx/\rho c_p U}}.$$

Функция $t(\xi)$ удовлетворяет уравнению

$$\xi t'' + \left(\frac{\xi^2}{2} + 1 \right) t' + \xi t + \xi \exp \left(-\frac{\xi^2}{2 \text{Pr}_m} \right) = 0,$$

общим решением которого является выражение

$$t(\xi) = \exp \left(-\frac{\xi^2}{4} \right) \bar{Ei} \left(\frac{\xi^2}{4} \right) \left\{ c_1 + c_2 \int_1^{\xi^{3/4}} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{Ei}^{-2}(\eta) d\eta - \right. \\ \left. - \int_0^{\xi^{3/4}} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{Ei}^{-2}(\eta) \int_0^{\eta} \exp \left(-\frac{2\zeta}{\text{Pr}_m} \right) \bar{Ei}(\zeta) d\eta d\zeta \right\},$$

где $\bar{Ei}(x)$ — интегральная показательная функция (см. (3), стр. 97).

Учитывая граничные условия на функцию $t(\xi)$: а) $t(\xi)$ ограничена при $\xi \rightarrow 0$ и б) $\lim_{\xi \rightarrow \infty} t(\xi) = 0$, получим следующее решение для функции T :

$$T = \frac{I^2 U}{4\pi c^2 \rho c_p v_m} \frac{1}{x} \exp \left(-\frac{\xi^2}{4} \right) \bar{Ei} \left(\frac{\xi^2}{4} \right) \int_{\xi^{3/4}}^{\infty} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{Ei}^{-2}(\eta) \int_0^{\eta} \exp \left(-\frac{2\zeta}{\text{Pr}_m} \right) \bar{Ei}(\zeta) d\eta d\zeta.$$

Заметим, что задача для осесимметрического разряда получается полностью автомодельной только в случае, если $T_\infty = 0$, что физически может означать случай $T_0 \gg T_\infty$, где T_0 — температура газа в центре струи.

Центральный аэрогидродинамический институт
им. Н. Е. Жуковского

Поступило
1 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Е. Коцин, И. А. Кибель, Н. В. Розе, Теоретическая гидромеханика, 1, 1948. ² В. Н. Жигулов, ДАН, 124, № 5 (1959). ³ Е. Янке, Ф. Эмде, Таблицы функций, 1948.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. А. СЛАВНОВ и А. Д. СУХАНОВ

К ВОПРОСУ О ПРИЧИННОСТИ В ТЕОРИИ С ИНДЕФИНИТНОЙ МЕТРИКОЙ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 10 XI 1958)

В последнее время появился ряд работ (1-3), в которых для устранения расходимостей в теории поля используется предложение Гайзенберга (см. (1)); в этой работе имеются также ссылки на предыдущие работы) ввести в пространстве амплитуд состояния индефинитную метрику. В этих работах были преодолены трудности, связанные с введением «нефизических» полей, несущих отрицательную норму, и предложены различные варианты унитарной матрицы рассеяния.

Весьма важным является вопрос, насколько предложенные схемы удовлетворяют требованиям причинности. В настоящей работе исследуется вопрос о возможности построения макропричинной теории с индефинитной метрикой, исходя из довольно общих предположений, в рамках которых, в частности, попадают конкретные варианты (1-3).

В соответствии с идеей Гайзенберга, будем считать, что полное пространство амплитуд состояния H распадается на подпространство физических амплитуд состояния H_1 и подпространство «нефизических» амплитуд состояния H_2 . Именно, как и в (2) *, представим полное поле $\chi(x)$ в виде суммы физического и «нефизического» полей

$$\chi(x) = \varphi_0(x) + \sum c_n \varphi_n(x), \quad (1)$$

так чтобы свертки полных полей имели вид

$$D(x-y) = \mathcal{D}(x-y) + \sum \varepsilon_n c_n^2 \mathcal{D}_{m_n}(x-y) = \mathcal{D}(x-y) + \Delta(x-y). \quad (2)$$

Под термином «нефизическая свертка» в дальнейшем подразумеваем $\Delta(x-y)$. Кроме (1) и (2), нам понадобится оператор P , проектирующий амплитуды состояния на подпространство H_1 .

Нашей целью является построение унитарной матрицы рассеяния \tilde{S} , действующей в подпространстве физических амплитуд состояния H_1 . Как и в (1-3), предполагаем, что существует матрица рассеяния S , связывающая асимптотические амплитуды состояния из полного пространства H , которая удовлетворяет обычным требованиям релятивистской ковариантности, унитарности и микроскопической причинности (4). Это приводит к тому, что на допустимые амплитуды состояния мы фактически накладываем условие

$$F_{+\infty} + UF_{-\infty} = 0; \quad U^* = U^{-1}, \quad (3)$$

где F — амплитуда состояния из подпространства H_2 . Ясно, что \tilde{S} может быть функцией только S и P .

* В дальнейшем, если не оговорено, используются обозначения этой работы.

В наших дальнейших рассуждениях мы будем существенно пользоваться теорией возмущений. Поэтому предполагаем, что матрицы S и \tilde{S} разложимы в ряд по константе взаимодействия.

На матрицу \tilde{S} естественно наложить следующие условия: 1) релятивистской ковариантности; 2) унитарности: $\tilde{S}\tilde{S}^+ = 1$; 3) ослабленной причинности.

Для формулировки последнего воспользуемся функцией «интенсивности включения взаимодействия» $g(x)$ ⁽⁴⁾ такой, что $g_1(x) = 0$, если $x \notin G_1$; $g_2(x) = 0$, если $x \in G_2$, где G_1 и G_2 — две неперекрывающиеся пространственно-временные области, причем точки области G_2 расположены по времени позже точек области G_1 или пространственно подобны им. Тогда разность

$$R_{12} = \tilde{S}(g_1 + g_2) - \tilde{S}(g_2)\tilde{S}(g_1) = \tilde{S}(1+2) - \tilde{S}(2)\tilde{S}(1)$$

должна достаточно быстро стремиться к нулю при увеличении «расстояния» (времени — для областей, разделенных времени-подобным интервалом или лежащих вдоль светового конуса; координаты — для пространственно-подобных областей) между областями.

Обсудим подробнее последнее условие. От «расстояния» между областями зависят только свертки. Поэтому естественно ожидать, что условие 3) будет выполнено тогда и только тогда, когда: а) R_{12} будет представлять собой сумму членов, каждый из которых пропорционален «нефизической свертке» (асимптотическим поведением физических сверток мы никак не можем распорядиться!); б) «нефизические свертки» будут достаточно быстро стремиться к нулю при увеличении «расстояния» между областями. Такие предположения можно подтвердить строгими рассуждениями. Можно также показать, что представление R_{12} указанным выше способом возможно тогда и только тогда, когда R_{12} представляется в виде суммы членов типа

$$P\Pi_1(1, 2)P\Pi_2(1)(1 - P)\Pi_3(2)P\Pi_4(1, 2)P, \quad (4)$$

где Π_i — некоторые операторные выражения, зависящие от операторов поля в областях G_1 или G_2 соответственно.

Дальнейшие исследования будем проводить по степеням теории возмущений. Будем разлагать \tilde{S} в ряд по P и $(S - 1)$ (по S разлагать неудобно, так как S не является малой величиной), т. е.

$$\begin{aligned} \tilde{S} = P &\{1 + (S - 1) + a_1(S - 1)(S - 1) + a_2(S - 1)P(S - 1) + \\ &+ b_1(S - 1)(S - 1)(S - 1) + b_2(S - 1)(S - 1)P(S - 1) + \\ &+ b_3(S - 1)P(S - 1)(S - 1) + b_4(S - 1)P(S - 1)P(S - 1) + \dots\} P. \end{aligned} \quad (5)$$

Из соображений соответствия с обычной теорией (\tilde{S} при $P = 1$ должна переходить в S) коэффициенты у первых двух членов взяты равными единице, $\Sigma a_i = 0$, $\Sigma b_i = 0$ и т. д. Подбором коэффициентов будем добиваться удовлетворения в каждом порядке условий унитарности 2) и причинности 3); последнее в силу изложенного сводится к: 3') (R_{12})_n представима в виде суммы членов типа (4) и 3'') все «нефизические свертки» достаточно быстро стремятся к нулю при увеличении «расстояния» между областями.

Элементарные вычисления с учетом условия унитарности дают для R_{12} во втором порядке выражение

$$\begin{aligned} (R_{12})_2 = P &\{(-1/2 + i\alpha)S_1(2)(1 - P)S_1(1) + \\ &+ (1/2 + i\alpha)S_1(1)(1 - P)S_1(2)\} P, \end{aligned} \quad (6)$$

где α — произвольное действительное число.

Тем самым условие 3') во втором порядке выполняется автоматически. Однако, если вводить дискретный спектр «нефизических полей» типа (1), то

«нефизические свертки» для пространственно-подобных интервалов убывают экспоненциально, а для времени-подобных осциллируют (имеющееся степенное убывание не препятствует распространению частиц на макроскопические времена), и поэтому условие 3'') не будет выполнено. Это, как заметил впервые Фирц⁽⁵⁾ в связи с (1), приводит к нарушению условия причинности уже во втором порядке.

Возникает мысль попытаться изменить асимптотику «нефизических сверток» и тем самым снять возражение Фирца. Действительно, если ввести вместо дискретного спектра типа (1) спектр, в котором каждое «нефизическое» поле усреднено по достаточно узкому интервалу масс с каким-либо весом, например гауссовским, то свертка «нефизического» поля примет вид

$$\mathcal{D}_{m_n} = \int_{m_n}^{m_n} \frac{1}{M} e^{-(m-m_n)^2/M^2} \mathcal{D}_m(x-y) dm, \quad (7)$$

а асимптотическое выражение для «нефизической свертки» получит экспоненциально убывающий множитель за счет усреднения быстро осциллирующих функций *.

$$\Delta(x-y) \rightarrow \Delta(x-y) e^{-\lambda M^2/4}. \quad (8)$$

Ясно, что по-прежнему $D(x-y)$ может быть сделана достаточно регулярной.

Таким образом, специальным выбором «нефизических» полей можно добиться выполнения условия причинности во втором порядке и матрица $(\tilde{S})_2$ определяется условиями 2) и 3) с точностью до одного чисто мнимого параметра $i\alpha$.

Не составляет труда показать, что матрица \tilde{S} , с точностью до третьего порядка удовлетворяющая условиям причинности и унитарности, может быть построена и будет зависеть от того же параметра, т. е. в третьем порядке произвол не увеличивается.

Путем простых, но весьма громоздких вычислений можно прийти к выводу, что для выполнения условий причинности и унитарности матрицы \tilde{S} в четвертом порядке необходимо, чтобы введенный во втором порядке чисто мнимый параметр был вещественным. Таким образом, приходим к явному противоречию: условия унитарности и причинности в четвертом порядке несовместимы с условием унитарности во втором порядке.

Итак, построить матрицу S , связывающую асимптотические амплитуды состояния из подпространства H_1 , которая удовлетворяла бы условиям унитарности и ослабленной причинности, с помощью унитарной и микро- причинной матрицы S , действующей в полном пространстве H , в рамках теории возмущений не удается **.

Естественно, что вопрос о возможности построения теории с индефинитной метрикой, в которой бы не использовались ни матрица рассеяния, ни

* Как указано Б. В. Медведевым в докладе на семинаре в Математическом институте им. В. А. Стеклова, нарушение причинности во втором порядке легко понять, если обратиться к связи теории с индефинитной метрикой с нелокальной теорией. Действительно, теория с индефинитной метрикой фактически использует регуляризацию Паули — Вилларса с конечными массами и поэтому может быть сведена к нелокальной теории с факторизующимся форм-фактором. Нарушение причинности в случае, рассмотренном Фирцем, связано с невыполнением для получающегося форм-фактора условий Кретьена — Пайерлса⁽⁶⁾, так как форм-фактор имеет полюс на действительной оси квадратов импульсов. Наш способ введения «нефизических» полей также получает естественное толкование, ибо мы фактически добиваемся снятия особенности путем интегрирования обобщенной функции в классе достаточно гладких функций (4).

** Мы также рассмотрели вопрос о возможности построения матрицы S , не прибегая к понятию матрицы рассеяния в полном пространстве, а используя только понятие лагранжиана взаимодействия полных полей, однако и в этом случае получен отрицательный результат.

лагранжиан в полном пространстве, остается открытым. Кроме того, остается открытым чрезвычайно интересный вопрос о возможности построения теории с индефинитной метрикой вне рамок теории возмущений.

В заключение пользуемся случаем выразить глубокую благодарность Б. В. Медведеву за постоянное внимание к работе и ряд ценных советов. Выражаем также благодарность акад. Н. Н. Боголюбову, Д. В. Ширкову и М. К. Поливанову за полезную дискуссию.

Поступило
10 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ W. Heisenberg, Zs. f. Naturforsch., 5a, 251 (1950); Rev. Mod. Phys., 29, 269 (1957). ² Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Научн. докл. высш. школы, физ.-матем. науки, № 2 (1958). ³ O. A. Glaser, Proc. of 1958 Conference on High Energy Physics, CERN, 1958. ⁴ Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., 1957. ⁵ M. Fierz, Helv. Phys. Acta, 23, 731 (1950). Пер. в сборн. Новейшее развитие квантовой электродинамики, ИЛ, 1954. ⁶ M. Chretien, R. E. Peierls, Nuovo Cim., 10, 669 (1953).

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ

О СВЯЗИ МЕЖДУ КОНСТАНТАМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЭЛЕКТРОНОВ С ФОНОНАМИ И С ПРИМЕСЯМИ В МЕТАЛЛАХ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 31 X 1958)

В теории электропроводности металлов константы, характеризующие взаимодействие электронов с колебаниями решетки и с различными структурными дефектами (например, примесными центрами), обычно вводятся либо с помощью учета экранирования по методу Томаса — Ферми, либо полуфеноменологическим путем. Однако первый способ в применении к твердому телу вызывает серьезные сомнения, а во втором названные параметры до сих пор рассматривались как независимые. Фактически же между ними имеется глубокая связь, выявление которой и составляет задачу настоящей работы.

Рассмотрим сначала взаимодействие электронов с фононами. Как и в работах (1, 2), мы будем связывать его с дополнительным полем, возникающим при смещении ионов решетки металла из положений равновесия; однако, в отличие от названных работ, экранирование будем учитывать не приближенно, а точно — по методу функций Грина (3).

Обозначим вектор смещения иона из положения равновесия через $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ (мы рассматриваем для простоты простую решетку, обобщение на более сложный случай тривиально). Дополнительная плотность заряда, возникающая при таком смещении, есть

$$\delta\rho = ne \operatorname{div} \mathbf{u} \quad (1)$$

($e > 0$, n — концентрация ионов). С ней связана дополнительная энергия электронов

$$U = -e\varphi, \quad (2)$$

где φ — экранированный потенциал, созданный плотностью заряда (1). Как известно (3, 4),

$$\varphi(x) = \int D(x, y) \rho(y) dy \quad (x — 4\text{-точка}). \quad (3)$$

Здесь

$$D(x, y) = \int dk e^{-i(k, x-y)} D(k) \quad (dk = dk_0 dk, kx = k_0 x_0 - kx) \quad (4)$$

есть полная бозонная функция Грина (в данном случае — для кулоновской задачи в твердом теле).

Следует заметить, что само представление о локальном взаимодействии (2) является приближенным: строго говоря, его можно ввести лишь в пре-небрежении «радиационными поправками» к вершинной части (законность чего не всегда очевидна, ибо роль «радиационных поправок» в данном случае может играть и взаимодействие между электронами). Именно такая постановка задачи, однако, типична для всех современных методов, и мы пока будем ее придерживаться. В известной мере это оправдано, так как фактически в нашей постановке задачи (формула (1)) ионы считаются точечными, и в этом случае вряд ли имеет смысл учитывать небольшую «размазку» электрона. В области больших длин волн фононов, которая будет пред-

ставлять для нас наибольший интерес, обе аппроксимации представляются вполне допустимыми. Подчеркнем, что никаких других предположений о характере взаимодействия между электронами мы не делаем. Такие предположения могли бы возникнуть лишь в дальнейшем — при специализации поляризационного оператора в формуле (6), что, однако, нам не понадобится.

Введем характерную для металла систему единиц, полагая

$$\hbar = W_F = 2m = 1, \quad (5)$$

где W_F — энергия Ферми, m — эффективная масса, определенная каким-нибудь подходящим способом (несущественно, каким именно, так как она не входит в окончательный ответ). Тогда (3, 5)

$$D(k, k_0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - (2\pi)^4 P(k, k_0) + i\epsilon}, \quad \epsilon > 0 \quad (6)$$

(P — поляризационный оператор). Для вектора смещения воспользуемся обычным выражением

$$u = \sum_{k, v} \frac{1}{V 2\rho\omega(k, v) V} \{\vec{\xi}(k, v) e^{ikx - i\omega x_0} b(k, v) + \text{эрм. сопр.}\}. \quad (7)$$

Здесь V — фундаментальный объем; ρ — плотность кристалла; k и $\omega(k, v)$ — волновой вектор и частота фона; v — «сорт» колебания; $\vec{\xi}$ — орт смещения; b и b^* — бозе-операторы уничтожения и рождения фононов.

Подставляя (1), (6) и (7) в (2), получаем

$$U = -\frac{ine^2}{V V} \sum_{k, v} \frac{1}{V 2\rho\omega(k, v) V} \frac{1}{k^2 - (2\pi)^4 P(k, \omega) + i\epsilon} \{(k, \vec{\xi}) b e^{ikx - i\omega x_0} - \text{эрм. сопр.}\}. \quad (8)$$

Как показано в (3, 5), уравнение $k^2 - (2\pi)^4 P(k, k_0) = 0$ имеет вещественные корни $k_0(k)$, соответствующие частотам плазменных волн в твердом теле. В металлах, однако, звуковые частоты гораздо меньше плазменных и, следовательно, знаменатель (8) в нуль не обращается, и величину $i\epsilon$ можно отбросить*. Более того, поскольку в формуле (8) все энергии измеряются в единицах энергии Ферми, величину $P(k, \omega(k, v))$ можно заменить на $P(k, 0)$ ($\hbar\omega(k, v) \ll W_F$); при этом (3)

$$-(2\pi)^4 P(k, 0) = f(k) > 0, \quad f(0) \neq 0. \quad (9)$$

(Очевидно, $f(0)$ порядка обратной атомной длины.)

Как известно (см., например, (6)), при рассеянии электронов играет роль лишь малые волновые числа фононов. При этом величиной k^2 в знаменателе (8) можно пренебречь, и мы получаем

$$U \cong -ig \sum_{k, v} \frac{1}{V \omega V} \{(k, \vec{\xi}) e^{-ikx + i\omega x_0} b - \text{эрм. сопр.}\}, \quad (10)$$

где константа связи есть

$$g = \frac{ne^2}{V 2\rho f(0)}. \quad (11)$$

Напомним, что эта величина написана в безразмерных единицах (5). В обычных единицах мы получили бы (с точностью до несущественного постоянного множителя)

$$[g \sim \frac{n^{1/3} me^2}{\hbar^2 f(0)} \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}] \quad (12)$$

(M — масса иона).

Выражение (10) совпадает с обычно употребляемой формулой для энергии взаимодействия (6); при этом для фигурирующей в (6) константы

* В полупроводниках дело обстоит, вообще говоря, иначе, соответственно чему в принципе мог бы быть возможен «плазменноакустический резонанс» — генерация плазменных волн ультразвуком. Фактически, однако, сильное затухание плазменных колебаний крайне затрудняет наблюдение этого эффекта.

легко находим, переходя к обычным единицам:

$$C = \frac{3}{2} \frac{ne^2}{f(0)}. \quad (13)$$

Подчеркнем, однако, что все это имеет смысл лишь при достаточно малых волновых числах фононов ($k^2 \ll f(k)$); в общем же случае следует пользоваться формулой (8), в которой роль больших k не переоценивается в такой степени, как обычно.

В формулу (13) входит величина $f(0)$ — значение поляризационного оператора в нуле. Ее можно либо вычислять приближенно, тем или иным способом решая многоэлектронную задачу, либо рассматривать как экспериментально определяемый параметр. Заранее ясно, что, будучи связан с экранированием внешнего поля свободными зарядами, этот параметр входит и в характеристики рассеяния электронов примесями (и иными структурными дефектами решетки; для краткости будем говорить только о примесях). Действительно, энергия взаимодействия электрона с примесным центром есть

$$V_i = -e \int D(x, y) \delta\rho(y) dy, \quad (14)$$

где $\delta\rho$ — избыточная (над средней по металлу) плотность заряда в атоме (ионе) примеси. Принимая во внимание, что — по смыслу дела — $\delta\rho$ не зависит от времени, легко находим

$$V_i = -e \int dk \frac{e^{ikx} \delta\rho(k)}{k^2 + f(k)}, \quad (15)$$

где функция $f(k)$ определена равенством (9) и

$$\delta\rho(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dy e^{-iky} \delta\rho(y). \quad (16)$$

Естественно, знаменатель в (15) совпадает с таковым в (8) (при $\omega(k, v) \cong 0$). Асимптотически на больших расстояниях от примеси (именно этот случай интересен, например, при рассеянии на малые углы) формула (15) описывает экспоненциальное затухание с радиусом экранирования $r_0 = f^{-1/2}(0)$. Так, например, для точечного заряда $V_i \sim -\frac{e^2}{4\pi} r^{-1} e^{-r/r_0}$ (поля измеряются в единицах Хивисайда). Этот же параметр r_0 определяет и глубину проникновения постоянного электрического поля в металл.

Таким образом, константа взаимодействия электронов с фононами непосредственно связана с радиусом экранирования статического поля свободными электронами:

$$C = \frac{3}{2} n r_0^2 e^2. \quad (17)$$

Причина этой связи ясна: в силу малости фононных частот по сравнению с фермиевской дополнительное поле, связанное с колебаниями решетки, в смысле действия на электроны металла практически не отличается от статического.

Примечание при корректуре. В работе (7) слагаемое k^2 в знаменателе оставляется, но используется аппроксимация, эквивалентная замене поляризационного оператора константой, что представляется не вполне последовательным.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
12 VIII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ J. Bardeen, D. Pines, Phys. Rev., 99, 1140 (1955). ² A. Overhauser, Phys. Rev., 89, 699 (1953). ³ В. Л. Бонч-Бруевич, Физ. мет. и металловед., 6, в. 4 (1958). ⁴ Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, 1957. ⁵ В. Л. Бонч-Бруевич, Физ. мет. и металловед., 4, в. 3, 546 (1957). ⁶ Г. Бете, А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов, 1934. ⁷ D. Pines, Phys. Rev., 109, 280 (1958).

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Т. К. ЗИЛОВА, Н. И. ПЕТРУХИНА и Я. Б. ФРИДМАН

**О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ КИНЕТИКИ ДЕФОРМАЦИИ В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ ПОДАТЛИВОСТИ НАГРУЖЕНИЯ**

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 24 VII 1958)

Достоверность прогноза прочности сооружения в эксплуатации в значительной мере зависит от знания закономерностей кинетики нагружения и сопротивления (силовой и деформационной). Характер этих закономерностей определяется внешними условиями, т. е. податливостью нагружения и величиной запаса упругой энергии или податливостью и величиной нагрузки, так и свойствами материала, формой и размерами образца, т. е. пластической энергоемкостью образца в данных условиях. Известно, что податливость является удельным свойством системы и не зависит от величины нагрузки, а зависит от упругих свойств материала, формы, условий нагружения и некоторых других факторов ⁽¹⁾. Запас упругой энергии, накапливаемый в напряженной системе, зависит от податливости системы и исходной нагрузки. За счет изменения величины нагрузки можно создать разные запасы упругой энергии при одинаковой податливости и одинаковые запасы упругой энергии на установках с разной податливостью. Характер деформации и разрушения определяется кинетическими закономерностями изменения во времени нагружающей силы, силы сопротивления и деформации нагружаемого тела; разрушение может как совсем останавливаться (неразвивающиеся трещины), так и протекать по типу взрыва ^{*}.

Нами изучались закономерности нагружения и деформации при различной податливости нагружающего устройства, т. е. при различном характере изменения во времени нагружающей силы P_h в процессе деформации и разрушения в изолированной системе.

Испытания производились на сконструированных для этой цели установках ДРП-361^{**}, в пружинном силоизмерителе которых с помощью гидропривода создавался исходный запас упругой энергии. При установке образца производится замыкание силовой цепи пружинный силоизмеритель — образец, так что в процессе испытания запас упругой энергии не пополняется, а расходуется в основном на деформирование образца.

В проведенных опытах податливость установок составляла 0,7 мм/т (при этом максимальное исходное усилие $P_{h(исх)} = 9$ т и максимальный запас упругой энергии $A_{y(исх)} = 28$ кгм) и 2,5 мм/т (при $P_{h(исх)} = 6$ т, $A_{y(исх)} = 45$ кгм). В процессе испытания записывались во времени на шлейфовом осциллографе МПО-2: усилие на силоизмерителе P_h , усилие на образце P_c , абсолютное удлинение образца Δ (рис. 1). Из осциллограмм были рассчитаны закономерности изменения во времени $P_h(\tau)$, $P_c(\tau)$, $\Delta(\tau)$, скорость абсолютной деформации $d\Delta/d\tau$ и ее ускорение $d^2\Delta/d\tau^2$ в зависимости от податливости нагружения, величины исходного усилия и исходного запаса упругой энергии. Испытания проводились на гладких образцах диаметром 5 мм из сплавов Д16Т, I и стали 40ХНМА в состоянии закалки и отпуска при 200 и 550°.

* Примером служит взрывное разрушение самолетов «Комета» фирмы Хевиленд ⁽²⁾.

** Установка ДРП-361 разработана авторами совместно с Б. А. Палкиным и Н. В. Рязановым ⁽³⁾.

Как следует из рис. 2 и 3, при податливости 0,7 мм/т кинетические кривые усилия на силоизмерителе круто падают; при 2,5 мм/т кривая P_n (τ) пологая. Такое же влияние оказывает податливость силоизмерителя и на ход кривых скорости абсолютной деформации. Чем выше запас упругой энергии при прочих равных условиях, тем выше скорость процесса деформации при приближении к разрушению, тем меньше

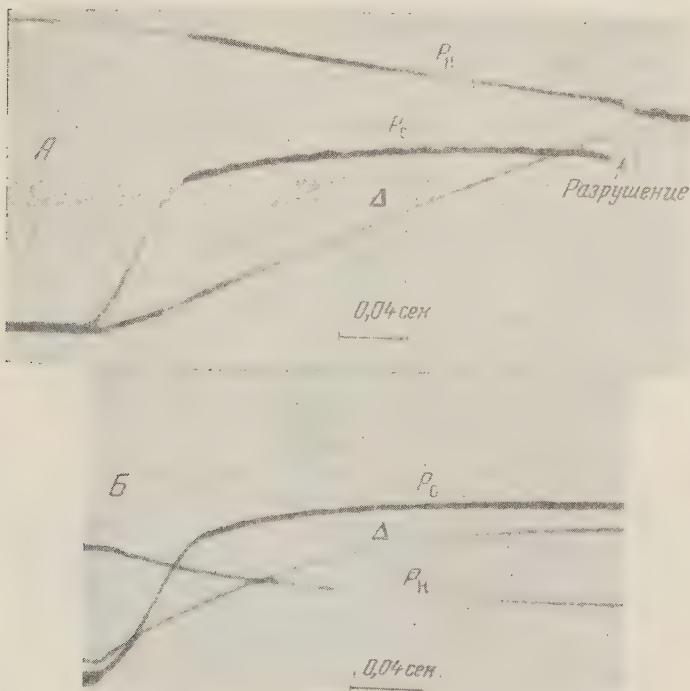


Рис. 1. Осциллограммы, записанные при испытании на осевое растяжение гладких образцов с $d=5$ мм из сплава Д16Т, на установках с разной податливостью при равных $P_n(\text{исх})=2,8$ т. A — установка податливостью 2,5 мм/т, $A_y(\text{исх})=9,9$ кгм, образец разрушился через 0,32 сек.; B — установка податливостью 0,7 мм/т, $A_y(\text{исх})=2,9$ кгм, образец разрушить не удалось

продолжительность всего процесса до разрушения (рис. 2 и 3). Большая начальная скорость деформации у жесткой системы объясняется тем, что скорость распространения упругих (или пластических) волн в твердом теле пропорциональна корню квадратному из модуля упругости (или пластичности) материала или жесткости. Двойное дифференцирование кривой деформации показало, что во всех случаях процесс деформации начинает развиваться при положительном ускорении; чем меньше податливость и запас упругой энергии, тем быстрее процесс с положительным ускорением переходит в процесс с отрицательным ускорением, т. е. к стадии затухания. Однако ни величина исходного усилия, ни величина исходного запаса упругой энергии в отдельности недостаточны для суждения о кинетике процесса. Величина исходной силы недостаточна, так как не определяет характера ее изменения во времени. Величина исходного запаса недостаточна, так как не отражает даже исходных силовых соотношений — одной и той же величине запаса упругой энергии могут соответствовать разные значения исходной силы (при разной податливости).

Из кинетических закономерностей, приведенных на рис. 2, видно, что при одинаковом исходном усилии $P_n(\text{исх}) = 2,8$ т (рис. 2, кривые 3 и 5)

при крутом падении силы во времени образец не разрушается (кривая 3), при пологом изменении силы во времени образец разрушается за короткое время $\tau = 0,32$ сек. (кривая 5). Более того, на установках с податливостью 2,5 мм/т разрушение образцов удается получить при исходном усилии

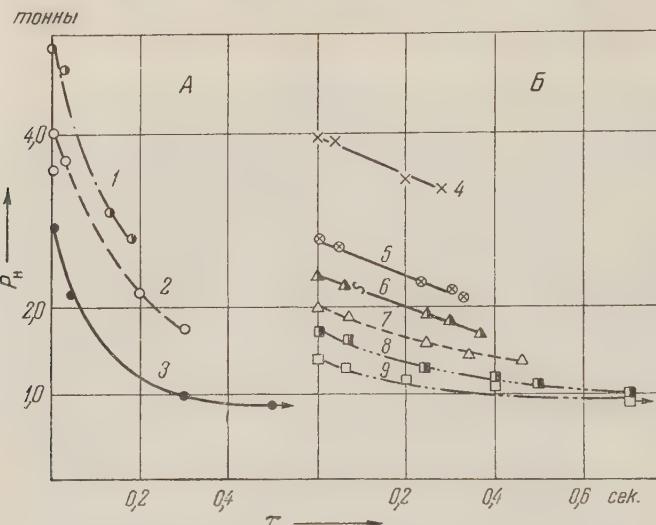


Рис. 2. Кинетические кривые нагрузки на силоизмерителе P_h (τ) в процессе испытания при разных значениях P_h (исх) и A_y (исх). А — семейство кривых, полученное на установке с податливостью силоизмерителя 0,7 мм/т; Б — то же при 2,5 мм/т. Значения A_y (исх): 1 — 9 кгм, 2 — 5,6 кгм, 3 — 2,9 кгм (без разрушения), 4 — 20 кгм, 5 — 9,8 кгм, 6 — 7,2 кгм, 7 — 5,0 кгм, 8 — 3,5 кгм, 9 — 2,5 кгм (без разрушения)

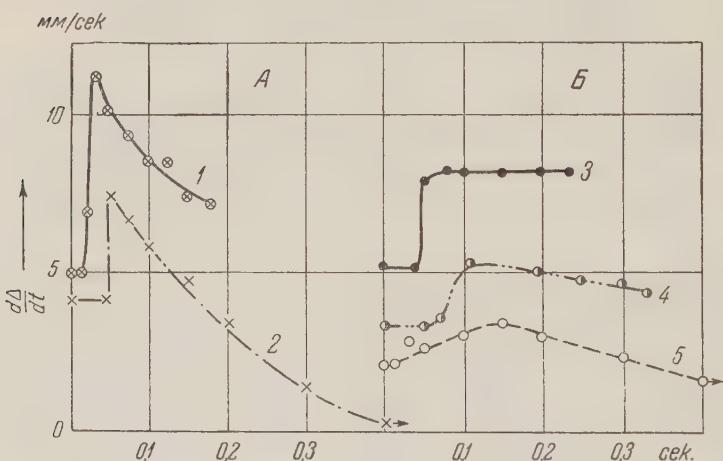


Рис. 3. Кинетические кривые скорости абсолютной деформации при испытании гладких образцов с $d=5$ мм из сплава Д16Т на осевое растяжение. А — податливость 0,7 мм/т; Б — податливость 2,5 мм/т. 1 — P_h (исх) = 5 т, A_y (исх) = 9 кгм; 2 — P_h (исх) = 3,6 т, A_y (исх) = 4,5 кгм (без разрушения); 3 — P_h (исх) = 4 т, A_y (исх) = 20 кгм; 4 — P_h (исх) = 2,8 т, A_y (исх) = 9,8 кгм; 5 — P_h (исх) = 1,6 т, A_y (исх) = 3,2 кгм (без разрушения)

P_h (исх) = 1,6 т, в то время как на установке с податливостью 0,7 мм/т разрушение образцов начинается лишь при P_h (исх) = 4 т, что объясняется различием в кинетике изменения нагрузжающей силы. Опыты проводились на образцах из сплава Д16Т гладких, $d = 5$ мм, при осевом растяжении.

О влиянии податливости нагружения на различные материалы (в сопоставимых условиях) можно судить либо по величине исходных усилий, необходимых для разрушения при различной податливости нагружения, либо по общему времени до разрушения (рис. 4). Два алюминиевых сплава

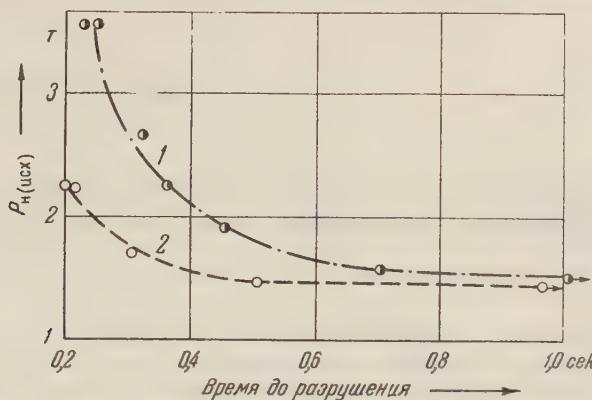


Рис. 4. Сопоставление сплавов Д16Т (1) и I (2) при испытании на осевое растяжение гладких образцов с $d=5$ мм на установке податливостью 2,5 мм/т при равных $P_{\text{н(исх)}}$

I ($\sigma_B \approx 60$ кГ/мм², $\sigma \approx 6-7\%$) и Д16Т ($\sigma_B \approx 50$ кГ/мм²; $\sigma \approx 8-10\%$) испытывались при одинаковой податливости и при равных исходных нагрузках; оказалось, что образцы из сплава I разрушаются быстрее, чем из сплава Д16Т (рис. 4). При одинаковой податливости минимальная величина исходной нагрузки, необходимая для разрушения образца из сплава I, меньше, чем для сплава Д16Т, хотя предел прочности у сплава I выше, чем у Д16Т.

Из полученных закономерностей вытекает, что влияние запаса упругой энергии, установленное в ряде работ (4-10) и наблюдаемое при разрушениях в эксплуатации, в основном определяется характером изменения силовой кинетики в условиях нарушенного или неустановившегося равновесия. Чем больше запас упругой энергии (при той же величине нагружающей силы), тем медленнее падение нагружающей силы P во времени с развитием деформации нагружаемого тела, тем, при прочих равных условиях, интенсивнее будет развиваться процесс деформации и разрушения.

Рассмотренные закономерности были получены в условиях изолированной системы (процесс осциллографирования проводился с начального момента нагружения), однако есть все основания считать, что высказанные положения остаются в силе и для систем, подгружаемых извне в течение всего процесса нагружения, но влияние изучавшихся факторов будет проявляться не с начала процесса, а с момента существенного отклонения системы от квазиравновесного состояния.

Поступило
16 VII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Я. Б. Фридман, Сборн. Теоретические основы конструирования машин, 1957, стр. 257. ² М. Zaustin, Aeronaut. Eng. Rev., 14, № 12, 45 (1955). ³ Т. К. Зилова, Б. А. Палкин и др., Зав. лаб., 25, 1 (1959). ⁴ Л. С. Мороз, С. С. Шураков, Проблема прочности цементированной стали, Судпромгиз, 1947. ⁵ А. Надаи, Пластичность и разрушение твердых тел, ИЛ, 1954. ⁶ Е. Огован, Weld. J., 34, 3, 157 (1955); J. Appl. Phys., 26, 7, 900 (1955). ⁷ Т. К. Зилова, Я. Б. Фридман, Зав. лаб., 22, 6, 712 (1956). ⁸ Е. М. Шевандин и др., Зав. лаб., 22, 11, 1338 (1956); ДАН, 113, № 5, 1057 (1957). ⁹ А. А. Wells, Weld. Res., 7, № 2, 34 (1953). ¹⁰ И. Л. Шимелевич, Сборн. Металловедение, Л., 1957.

Р. С. МИНЦ

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ СПЕКАНИЯ НИКЕЛЯ, МЕДИ
И МОЛИБДЕНА ДИЛАТОМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 3 XI 1958)

Исследование кинетики спекания титана (1) в вакуумном дилатометре показало возможность осуществления процесса спекания металлического порошка путем многократного нагрева и охлаждения и, следовательно,

возможность замены изотермических режимов спекания циклическими режимами.

В настоящей работе излагаются результаты дилатометрического исследования процесса спекания порошков никеля, меди и молибдена, из которых следует, что вывод о возможности замены изотермического спекания циклическим, полученный на примере титана, может быть распространен на никель, медь, молибден и, возможно, некоторые другие чистые металлы.

Исследование проводилось в вакуумном дилатометре (2, 3), предназначенном для изучения кинетики спекания металлических порошков.

На рис. 1 показана дилатометрическая кривая циклического спекания спрессованного порошка карбонильного никеля. Образец в форме параллелепипеда размером $7 \times 7 \times 15$ мм был изготовлен путем двустороннего прессования при удельном давлении $2,32 \text{ т}/\text{см}^2$. Нагрев образца в дилатометре до 1000° и охлаждение до комнатной температуры производились со скоростью $300^\circ/\text{час}$. Перед началом опыта в дилатометре создавался вакуум 10^{-3} мм. Весь опыт, состоящий из 8 циклов нагрева и охлаждения, проводился при непрерывном действии насосной системы (форвакуумного и диффузионного насосов).

В процессе первого нагрева образца

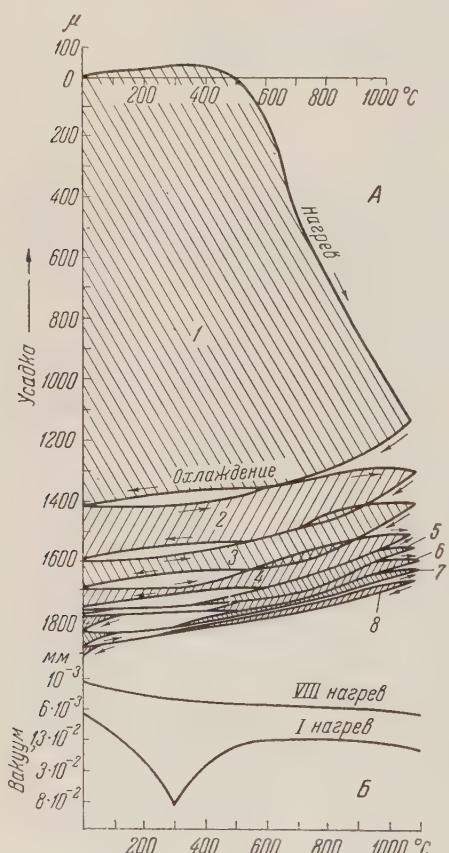


Рис. 1. А — дилатометрическая кривая циклического спекания никеля. Б — изменение вакуума в процессе циклического спекания

происходит быстрое падение вакуума, минимальное значение которого, составляющее приблизительно 17% от начальной величины в 10^{-3} мм, наблюдается при 300° . При дальнейшем нагреве вакуум в дилатометре увеличивается

ся; при 1000° , т. е. в конечной точке кривой нагрева для первого цикла, он достигает не более 60% начальной величины. При охлаждении образца вакуум продолжает расти, при этом исходное значение вакуума в 10^{-3} мм достигается только при комнатной температуре. При каждом следующем цикле повторяется та же закономерность в изменении величины вакуума, с тем отличием, что с увеличением порядкового номера цикла величина вакуума в минимальной точке кривой при нагревании возрастает (т. е. падение вакуума при 300° с увеличением числа циклов уменьшается); одновременно возрастает величина вакуума при 1000° .

Подобно тому как это имело место при дилатометрическом исследовании спекания титана (1), при исследовании спекания никеля (рис. 1) также в начале нагрева наблюдается некоторый подъем дилатометрической кривой, который указывает на рост образца, вызванный термическим расширением частиц и выделением газа из замкнутых пор (что находит подтверждение в падении вакуума). Наибольший подъем дилатометрической кривой имеет место приблизительно при 400° . При повышении температуры начинается усадка образца, величина которой пропорциональна температуре нагрева.

Процесс усадки, начавшийся при нагреве, продолжается также некоторое время при охлаждении. С понижением температуры скорость усадки постепенно уменьшается и сходит на нет. Одновременно идет процесс термического сжатия при охлаждении. При повторном нагреве (а также при всех последующих нагревах) до некоторой температуры происходит термическое расширение, а затем, наряду с ним, процесс дальнейшей усадки при спекании. Дилатометрическая кривая является результирующей кривой двух процессов: термического расширения или сжатия и усадки. Участки кривой нагрева, в которых усадка преобладает над термическим расширением, имеют меньший угол наклона к оси абсцисс, а участки кривой с ясно выраженной усадкой более значительный. В части кривой, где имеют место только процессы термического расширения или сжатия, кривая охлаждения каждого цикла сливается (с большей или меньшей точностью, которая зависит от некоторого отставания или опережения показаний термопары от истинной температуры образца) с кривой нагрева следующего цикла. По мере возрастания порядкового номера цикла температура, при которой усадка начинает заметно преобладать над термическим расширением, возрастает.

Дилатометрическая кривая циклического спекания никеля отличается некоторой неправильностью хода кривых нагрева и охлаждения в интервале температур до $400-500^\circ$. Эту неправильность следует отнести за счет магнитного превращения никеля. На рис. 2 показана зависимость величины усадки образца за каждый последующий цикл. Как видно из рис. 2, абсолютная величина усадки за один цикл (нагрев до 1000° и охлаждение до комнатной температуры) с каждым следующим циклом уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.

Дилатометрические кривые циклического спекания меди (рис. 3) и молибдена (рис. 4) были получены на образцах цилиндрической формы диаметром 7 мм, высотой 15 мм. Порошки чистых металлов прессовались путем равностороннего обжатия в жидкости под давлением 800 кГ/см 2 (для меди) и 1000 кГ/см 2 (для молибдена) порошка, заключенного в эластичную резиновую оболочку. Образцы изготовлены обточкой прессованных заготовок. Нагрев и охлаждение образцов в дилатометре — меди до 1000° , а молибдена до 1300° — производились со скоростью $50^\circ/\text{мин}$.

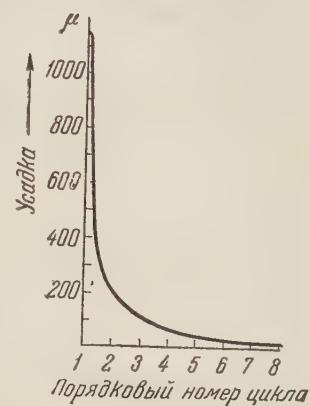


Рис. 2. Изменение величины усадки за каждый цикл в процессе циклического спекания никеля

Дилатометрические кривые циклического спекания меди и молибдена, так же как дилатометрические кривые циклического спекания титана⁽¹⁾ и никеля, показывают, что в первой стадии нагрева прессованной заготовки наблюдается рост образца, который постепенно переходит в усадку. С увеличением числа циклов спекания усадка увеличивается; абсолютная величина усадки за один цикл с увеличением числа циклов уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.

Проведенная работа показывает возможность спекания металлических

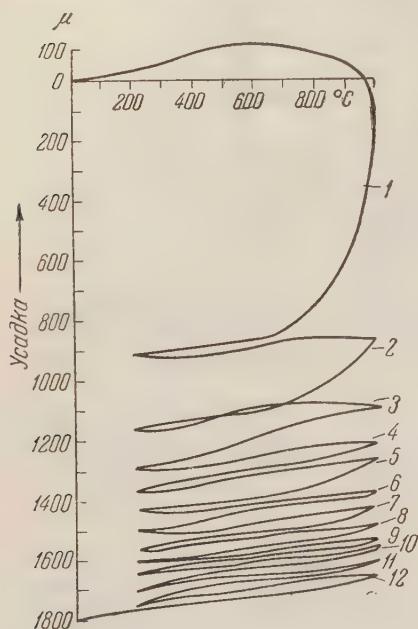


Рис. 3. Дилатометрическая кривая циклического спекания меди

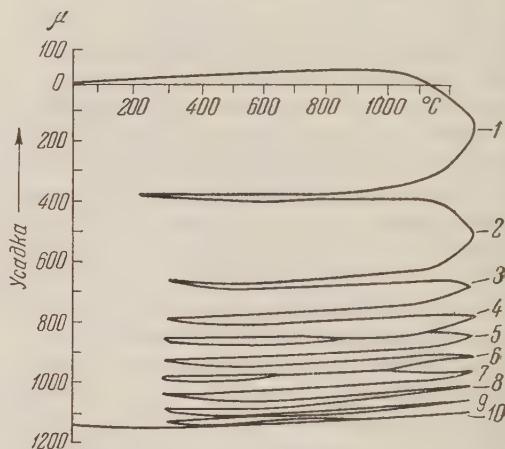


Рис. 4. Дилатометрическая кривая циклического спекания молибдена

порошков никеля, меди и молибдена (то же относится к титану⁽¹⁾) путем многократного нагрева и охлаждения и, следовательно, замены изотермических режимов спекания спеканием по режиму тероциклов.

Институт metallurgии им. А. Г. А. Байкова
Академии наук СССР

Поступило
22 X 1958

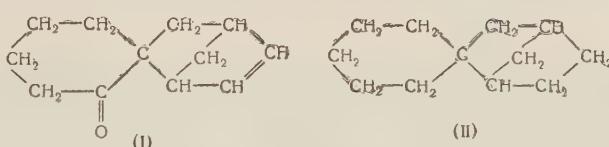
ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Р. С. Минц, ДАН, 118, № 3, 543 (1958). ² И. И. Корнилов, Р. С. Минц, Филиал ВИНИТИ, передовой научно-технический и производственный опыт, тема 4, № М-58-64/1, 7 (1958). ³ Р. С. Минц, Зав. лаб., № 10 (1958).

Н. В. ЕЛАГИНА, Т. В. СТАБНИКОВА и академик Б. А. КАЗАНСКИЙ

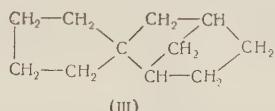
СИНТЕЗ 6,9-ЭНДОМЕТИЛЕНСПИРО-(4,5)-ДЕКАНА

Ранее нами было показано (1), что при диеновой конденсации 2-метиленциклогексанона-1 с циклопентадиеном образуется непредельный спирановый кетон — 1,4-эндометиленспиро-(5,5)-ундекен-2-он-7 (I)

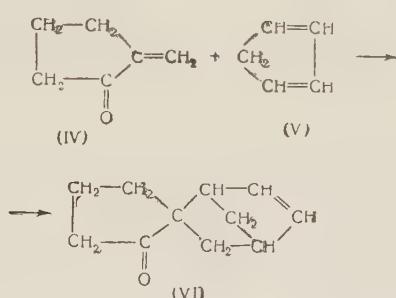


который был превращен в трициклический спирановый углеводород — 1,4-эндометиленспиро-(5,5)-ундекан (II).

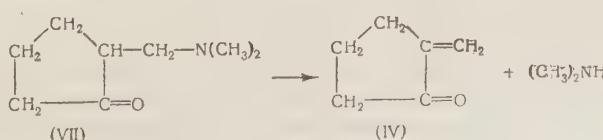
В данной работе мы применили реакцию диеновой конденсации циклических α -метиленкетонов с циклопентадиеном для синтеза еще одного представителя спирановых углеводородов с эндометиленовым мостиком в молекуле, именно 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана (III).



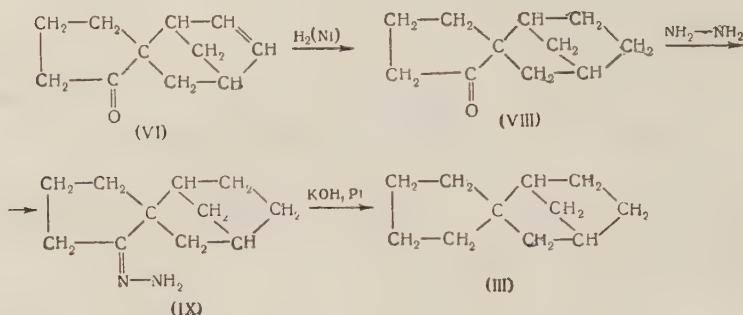
При реакции 2-метиленцикlopентанона-1 (IV) с циклопентадиеном (V) был получен непредельный трициклический спирановый кетон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декен-7-он-1 (VI).



Ввиду склонности к полимеризации 2-метиленцикlopентанона-1 (IV) в реакцию вводилось основание Манниха — 2-(N-диметиламинометил)-цикlopентанон-1 (VII), — которое в процессе реакции разлагалось на 2-метиленцикlopентанон-1 и вторичный амин.



Катализитическим гидрированием кетона (VI) в присутствии никеля Резнера на холода был получен 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканон-1 (VIII), который при действии гидразингидрата превращался в гидразон (IX). Последний подвергался катализитическому разложению по методу Н. М. Кижнера.



Полученный 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декан представляет собой бесцветную подвижную жидкость с терпенным запахом и обладает следующими константами: т. кип. $83^\circ/12$ мм; $n_D^{20} 1,4899$; $d_4^{20} 0,9340$; MR_D найдено 46,50, вычислено для $C_{11}H_{18}$ 46,40.

Экспериментальная часть

2-(N-диметиламинометил)-цикlopентанон-1. В трехгорлую круглодонную колбу емкостью 1 л, снабженную мешалкой с затвором обратным холодильником, капельной воронкой и трубкой для ввода газа помещалось 168,2 г (2 моль) цикlopентанона, 81,5 г (1 моль) хлоргидрат диметил-амина и 100 г 30% раствора формалина ($d = 1,092$), содержащего 30 г (1 моль) формальдегида. Реакция проводилась в атмосфере азота. Реакционную смесь слабо нагревали. Через 15 мин. начиналась реакция сопровождающаяся кипением смеси, по окончании которой смесь нагревали до кипения еще в течение 10 мин. К охлажденной реакционной смеси добавлялось 160 мл воды, и не вошедший в реакцию цикlopентанон экстрагировался серным эфиром.

К водному раствору хлоргидрата 2-(N-диметиламинометил)-цикlopентанона-1 при перемешивании и охлаждении до -5° прибавлялось из капельной воронки 133 г 30% водного раствора едкого натра. Свободное основание выделялось на поверхности реакционной смеси в виде маслянистого слоя.

Реакционная смесь экстрагировалась серным эфиром, и эфирный раствор высушивался над безводным сернокислым магнием. Эфир отгонялся, остаток перегонялся в вакууме в токе азота. После повторной перегонки было получено 56,2 г 2-(N-диметиламинометил)-цикlopентанона-1 (выход 39,8% теории) со следующими константами: т. кип. $84^\circ/12$ мм; $n_D^{20} 1,4598$; $d_4^{20} 0,9449$; MR_D найдено 40,91, вычислено для $C_8H_{15}ON$ 40,55.

Найдено %: C 68,44; 68,34; H 10,58; 10,72; N 9,93; 10,11
 $C_8H_{15}ON$. Вычислено %: C 68,05; H 10,71; N 9,92

Бесцветная, довольно подвижная жидкость с резким аминным запахом. Литературные данные (2): т. кип. $88-90^\circ/15$ мм.

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканон-1. Опыт проводился в стальном автоклаве с электрическим обогревом. Температура измерялась с помощью хромель-алюмелевой термопары.

В стеклянную пробирку емкостью 150 мл вносились 42,4 г (0,3 моля) свежеперегнанного 2-(N-диметиламинометил)-цикlopентанона-1, 29,7

(0,45 моля) циклопентадиена и 1 г гидрохинона. Пробирка помещалась в реактор автоклава, который нагревался в течение 4 час. при 120°. После охлаждения реакционная смесь растворялась в 200 мл серного эфира. Эфирный раствор промывался водой, 5% раствором соляной кислоты, 5% раствором соды, опять водой и высушивался над безводным сернокислым магнием. Эфир отгонялся, а остаток фракционировался в вакууме. Было получено 24,1 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декен-7-она-1 (выход 49,5% теории) со следующими константами: т. кип. 74—74,5°/12 мм; n_D^{20} 1,5120; d_4^{20} 1,0584; MR_D найдено 45,99, вычислено для $C_{11}H_{14}OF$ 45,94.

Найдено %: С 81,28; 81,29; Н 8,73; 8,77
 $C_{11}H_{14}O$. Вычислено %: С 81,44; Н 8,70

Бесцветная подвижная жидкость с ментольным запахом.
Семикарбазон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декен-7-она-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 200,5—201° (плавится с разложением).

Найдено %: С 64,97; 65,82; Н 7,84; 7,88; N 19,34; 19,37
 $C_{12}H_{17}ON_3$. Вычислено %: С 65,72; Н 7,81; N 19,17

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1. В сосуд для гидрирования емкостью 250 мл помещалось 23,5 г (0,145 моля) 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декен-7-она-1, 1,2 г никеля Рэнея и 150 мл этилового спирта. В течение 2,5 час. поглотилось 3226 мл (0°, 760 мм) водорода, после чего скорость гидрирования резко снизилась и опыт был прерван. Спирт отгонялся, а кетон высушивался над безводным сернокислым магнием и перегонялся в вакууме. Было получено 22,53 г 69-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 (выход 94,7% теории) с такими константами: т. кип. 86°/2 мм; n_D^{20} 1,5020; d_4^{20} 1,0402; MR_D найдено 46,60, вычислено для $C_{11}H_{16}O$ 46,41.

Найдено %: С 80,71; 80,67; Н 9,73; 9,82
 $C_{11}H_{16}O$. Вычислено %: С 80,44; Н 9,82

Бесцветная жидкость со слабым ментольным запахом.
Семикарбазон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 206,5—207,5°.

Найдено %: С 65,40; 65,23; Н 8,69; 8,56; N 18,92; 19,06
 $C_{12}H_{19}ON_3$. Вычислено %: С 65,11; Н 8,65; N 18,98

Оксим 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 95—95,5°.

Найдено %: С 73,35; 73,47; Н 9,44; 9,45; N 8,06; 8,14
 $C_{11}H_{17}ON$. Вычислено %: С 73,70; Н 9,56; N 7,81

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декан. В круглодонную колбу емкостью 500 мл помещалось 82,1 г (0,5 моля) 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1, 55,6 г (1 моль) 90% гидразингидрата и 100 мл этилового спирта. Колба соединялась с обратным холодильником и нагревалась в течение 6 час. на глицериновой бане, температура которой поддерживалась при 115°. Затем спирт и не вошедший в реакцию гидразингидрат отгонялись от реакционной смеси. К остатку в реакционной колбе добавлялось твердое едкое кали. Гидразон, выделившийся на поверхности реакционной смеси в виде маслянистого слоя, отделялся и высушивался над плавленным едким кали. Было получено 93,6 г гидразона 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 в виде густого светло-желтого масла. Гидразон был подвергнут катализитическому разложению без предварительной перегонки.

В колбу Вюрца емкостью 150 мл, снабженную термометром и соединенную с нисходящим холодильником, помещался гидразон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1, 2 г свежесплавленного едкого кали и 0,1 г платини-

рованного угля. Смесь нагревалась на металлической бане, температура которой постепенно повышалась. При температуре 170° началось энергичное разложение гидразона. Углеводород отогнался при температуре бани 230—240° и температуре отходящих паров 210—220°. Дистиллат высушивался над плавленным едким кали и перегонялся над новой порцией катализатора. Полученный углеводород промывался 50% уксусной кислотой, водой, 3% раствором едкого кали, еще раз водой, высушивался над плавленным поташом и перегонялся в вакууме над металлическим натрием. Было получено 52,5 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана (выход 70% теории) с т. кип. 78°/10 мм.

Полученный углеводород был перегнан в вакууме на ректификационной колонке с металлической насадкой эффективностью 40 т. т. Всего было получено 88 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана со следующими константами: т. кип. 76°/8 мм, 83°/12 мм; n_D^{20} 1,4899; d_4^{20} 0,9340; MR_D найдено 46, 50, вычислено для $C_{11}H_{18}$ 46,40.

Найдено %: С 87,78; 87,73; Н 12,24; 12,10
 $C_{11}H_{18}$. Вычислено %: С 87,92; Н 12,08

Бесцветная довольно подвижная жидкость с характерным терпенным запахом.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

Поступило
3 XII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. В. Елагина, В. М. Брусникина, Б. А. Казанский, ДАН, 106, 1015 (1956). ² C. Mappisch, P. Schaller, Arch. Pharm., 276, 575 (1938).

П. Т. КОЛОМЫЦЕВ

О ФАЗОВОМ СОСТАВЕ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ КОБАЛЬТ—БОР

(Представлено академиком И. П. Бардиным 6 XI 1958)

Сплавы системы кобальт—бор изучались рядом исследователей, которые определили несколько соединений кобальта с бором.

В работе ⁽¹⁾ Бине де Шассоне, кроме известного в то время соединения CoB, указал на наличие соединений Co_2B и CoB_2 .

Рентгенографический анализ сплавов системы кобальт—бор произвел Бьерштром ⁽²⁾. Он исследовал кристаллическую структуру соединений Co_2B и CoB, показав, что эти соединения изоморфны соответствующим боридам железа Fe_2B и FeB. Анализируя сплавы с большим содержанием бора, Бьерштром указывает на возможность существования еще одной фазы в системе Co—B. Костер и Мюльфингер ⁽³⁾ считали, что первой интерметаллидной фазой в системе Co—B со стороны кобальта является соединение Co_2B с температурой плавления 1265° . По данным термического и магнитного анализа авторы работы ⁽³⁾ построили диаграмму состояния системы Co—B до 8,41% B.

Подробное исследование сплавов системы кобальт—бор было выполнено акад. Н. П. Чижевским и Б. А. Шмелевым ⁽⁴⁾. Авторы произвели термический анализ, металлографическое и рентгеновское исследования, определение твердости и удельного веса сплавов, содержащих от 0,76 до 9,20% бора и построили диаграмму состояния, сходную с диаграммой состояния системы Fe—B.

Для исследования сплавов кобальта с бором нами было приготовлено 20 образцов, которые содержали 4% и более бора.

Для приготовления шихты был применен порошкообразный кобальт, содержащий 99,43% кобальта, 0,21% никеля, 0,1% железа, 0,01% меди, 0,09% кислорода, 0,03% кремния и аморфный бор, полученный путем термической диссоциации доборана, прокаленный в вакууме, содержащий не менее 99,5% бора. Шихта тщательно перемешивалась и прессовалась.

Образцы весом по 10 г, выплавленные в атмосфере чистого аргона, гомогенизировались при 1000° в течение 50 час.

Сплавы были подвергнуты рентгенографическому исследованию по методу порошков и микроскопическому анализу с измерением микротвердости на приборе ПМТ-3 при нагрузке 50 г. На приводимых далее микрофотографиях видны следы измерения микротвердости.

В результате исследования в системе кобальт — бор определено 4 соединения: Co_3B ; Co_2B ; CoB и γ -фаза, являющаяся, по-видимому, диборидом CoB_2 .

При содержании бора от 4 до 5,76% структура сплавов состоит из эвтектики $\alpha + Co_3B$ и избыточных кристаллов соединения Co_3B . Увеличение содержания бора свыше 5,8% приводит к появлению в структуре сплавов соединения Co_2B , которое обнаруживается металлографическим и рентгеновским методами. На рис. 1 приведены микрофотографии сплавов, содержащих 7 и 8,2% бора, на которых кристаллиты Co_3B окрашены в темный цвет. Структура сплава с 7% бора состоит преимущественно из зерен Co_3B и светлых зерен Co_2B . В структуре сплава с 8,2% бора кристаллов Co_3B образуется мало.

Увеличение содержания бора от 8,4 до 15,5% приводит к уменьшению в структуре сплавов составляющей Co_2B и увеличению составляющей CoB . Стабильной промежуточной фазы между соединениями Co_2B и CoB не обнаружено.

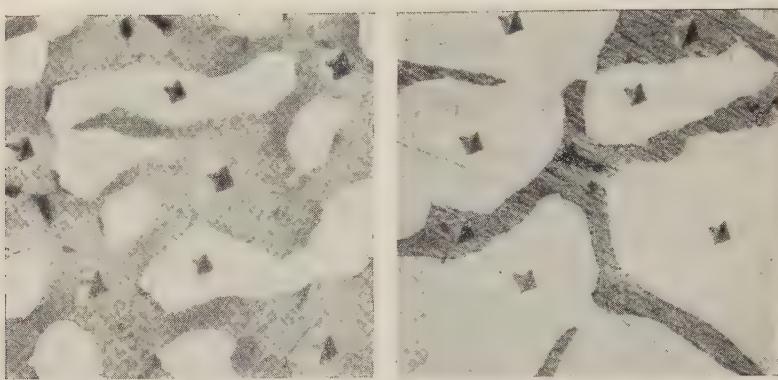


Рис. 1. Микроструктура сплавов системы кобальт — бор: *а* — 7% В, *б* — 8,2% В. 500×

При содержании бора в сплавах 15,6% и более в структуре появляется новая составляющая, которую мы назовем η -фазой.

На рис. 2 представлена микроструктура сплавов, содержащих 15,3 и 15,7% бора. Основной составляющей структуры этих сплавов является

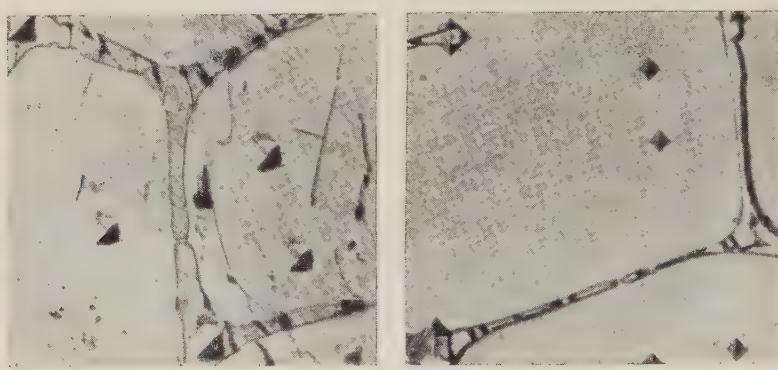


Рис. 2. Микроструктура сплавов системы кобальт — бор: *а* — 15,3% В, *б* — 15,7% В. 500×

соединение CoB . В сплаве с 15,3% бора второй составляющей является борид Co_2B , а в сплаве с 15,7% бора — небольшие включения η -фазы, на которых видны отпечатки алмазной пирамидки. Микроструктура сплава с наибольшим количеством бора, которое нам удалось ввести (рис. 3), состоит преимущественно из η -фазы и небольшого количества борида CoB .

Сравнивая на приведенных микрофотографиях размеры отпечатков от алмазной пирамидки, можно заметить, что η -фаза отличается большой твердостью.

Измерения микротвердости показали, что бориды Co_3B , Co_2B и CoB обладают одинаковой твердостью, равной 1145 кГ/мм², а микротвердость η -фазы составляет 2575 кГ/мм².

К статье П. Т. Коломыцева, стр. 1247



Рис. 4. Рентгенограммы боридов: *a* — Co_3B , *b* — Co_2B , *c* — CoB

К статье А. В. Топчиеева, Б. А. Кренцеля, Н. А. Покатило
и Е. Л. Ерасовой, стр. 1255

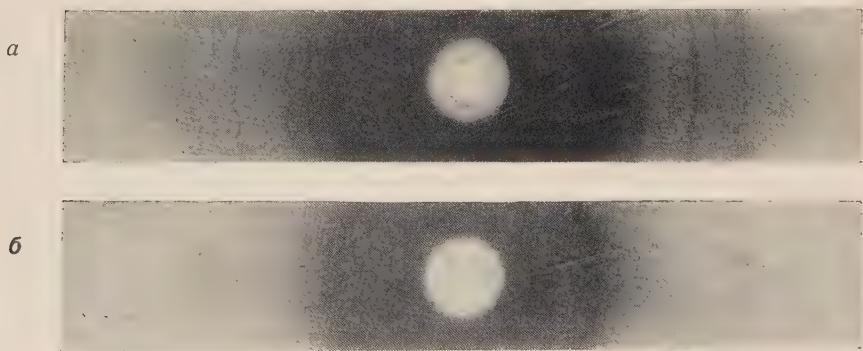


Рис. 2. Рентгенограммы кристаллического (*a*) и аморфного (*b*) полибутилена

Таблица 1

Рентгенометрические данные для Co_3B (излучение $\text{Co}K_{\alpha}$)

№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{ кX}$	№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{ кX}$
1	Сл.	0,1355	2,42	17	О. сл.	0,5268	1,23 ₀
2	С.	0,1432	2,36	18	Ср.	0,5644	1,18 ₈
3	Ср.	0,1581	2,24	19	Сл.	0,5730	1,17 ₉
4	С.	0,1766	2,12	20	С.	0,5928	1,15 ₉
5	С.	0,1915	2,04	21	Ср.	0,6142	1,13 ₉
6	С.	0,1942	2,02 ₆	22	С.	0,6336	1,12 ₂
7	С.	0,2052	1,97 ₀	23	Сл.	0,6492	1,108
8	С.	0,2123	1,93 ₈	24	Сл.	0,6578	1,100
9	С.	0,2328	1,85 ₀	25	О. сл.	0,6910	1,073
10	Ср.	0,2668	1,72 ₈	26	Сл.	0,7595	1,024
11	Сл.	0,2800	1,68 ₇	27	О. сл.	0,7981	0,999
12	Ср.	0,3056	1,64 ₅	28	С.	0,8469	0,970
13	О. сл.	0,3213	1,57 ₄	29	О. сл.	0,8843	0,949
14	Ср.	0,4741	1,29 ₇	30	Ср.	0,9033	0,934
15	О. сл.	0,5026	1,25 ₉	31	О. сл.	0,9343	0,919
16	Ср.	0,5049	1,25 ₀	32	Сл.	0,9596	0,911

Соединение Co_3B — серого цвета, с температурой плавления 1180° . Температура плавления была определена путем построения кривой охлаждения. Для этого образец весом 30 г плавился и охлаждался в вакууме $10^{-2} - 10^{-3}$ мм.

Рентгенометрические данные для Co_3B , полученные при использовании излучения $\text{Co}K_{\alpha}$ и фильтра из железной фольги, приведены в табл. 1, а рентгенограммы соединений Co_3B , Co_2B и CoB — на рис. 4.

Из приведенных данных можно сделать заключение, что кристаллическая решетка Co_3B изоморфна решетке Ni_3B , рентгенометрические данные которого приведены нами в работе⁽⁵⁾ и впоследствии Н. И. Блок, М. Н. Козловой и др. в работе⁽⁶⁾.

Рентгенографические данные для Co_2B , полученные на наших образцах, подтверждают утверждение Бьёрштрома⁽²⁾ и др., что решетка Co_2B изоморфна решеткам Fe_2B и Ni_2B .

По характеру расположения линий рентгенограмма борида CoB (рис. 4) существенно отличается от приведенной Вефером и Мюллером⁽⁷⁾ рентгено-

Рис. 3. Микрофотография сплава со структурой η -фаза + CoB . 500 \times

Таблица 2

Рентгенометрические данные для CoB (излучение $\text{Co}K_{\alpha}$)

№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{ кX}$	№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{ кX}$
1	О. сл.	0,0580	3,70	13	Сл.	0,5165	1,24 ₂
2	О. сл.	0,0789	3,17	14	С.	0,5531	1,20 ₀
3	Сл.	0,1153	2,63	15	С.	0,5809	1,17 ₁
4	Ср.	0,1371	2,41	16	Ср.	0,6595	1,099
5	О. с.	0,1691	2,17	17	Сл.	0,7239	1,049
6	С.	0,2031	1,98	18	О. сл.	0,7796	1,010
7	С.	0,2341	1,84 ₅	19	Сл.	0,8160	0,988
8	Ср.	0,2535	1,77 ₂	20	О. с.	0,8625	0,961
9	Ср.	0,3132	1,59 ₅	21	О. сл.	0,8791	0,952
10	Ср.	0,3208	1,57 ₆	22	Сл.	0,9251	0,928
11	Сл.	0,3469	1,51 ₆	23	Сл.	0,9455	0,918
12	О. сл.	0,4657	1,30 ₈				

грамммы борида FeB, а рентгенометрические данные соединения CoB, приведенные в табл. 2, отличаются от результатов, полученных в работе ⁽²⁾, и не дают оснований для утверждения об изоморфности решеток соединений CoB и FeB.

В результате проведенного исследования в системе кобальт — бор впервые обнаружено соединение Co₃B, решетка которого изоморфна решетке соединения Ni₃B, уточнены рентгенометрические данные для CoB. Установлено, что в системе кобальт — бор соединения Co₃B, Co₂B и CoB имеют почти одинаковую микротвердость, составляющую 1145 кГ/мм², и увеличение микротвердости более чем в два раза, до 2575 кГ/мм², происходит при образовании наиболее богатой бором η -фазы.

Автор выражает глубокую благодарность проф. И. И. Корнилову за интерес к работе и С. А. Стрекопытову за помощь в выполнении эксперимента.

Военно-воздушная инженерная академия
им. Н. Е. Жуковского

Поступило
28 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ M. Binet du Jassonneix, C. R., **145**, 240 (1907). ² T. Björström, Ark. f. Kemi, Min., Geol., **11**, A, 5, 1 (1933). ³ W. Köster, U. W. Mülfinger, Zs. Metallkunde, **30**, 348 (1938). ⁴ Н. П. Чижевский, Б. А. Шмелев, Тр. Моск. инст. стали им. И. В. Сталина, **17**, 3 (1940). ⁵ П. Т. Коломыцев, Н. В. Москолова, Тр. Научно-техн. конф. по изучению металлических соединений и их использованию в авиационной технике, Изд. ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1956. ⁶ Н. И. Блок, М. Н. Козлова и др., ДАН, **113**, 4, 811 (1957). ⁷ F. Wever, A. Müller, Zs. f. anorg. u. allgem. Chem., **192**, 317 (1930).

Академик А. Н. НЕСМЕЯНОВ, И. Ф. ЛУЦЕНКО, З. С. КРАЙЦ и А. П. БОКОВОЙ
ВИНИЛОВЫЕ ЭФИРЫ ФОСФОРИСТОЙ КИСЛОТЫ

В последние годы появилось значительное число работ по непредельным эфирам кислот фосфора, что связано с наличием у них ряда характерных особенностей ⁽¹⁾.

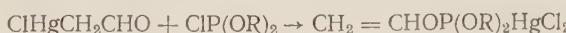
Немногочисленные известные представители полных непредельных эфиров фосфористой кислоты являются соединениями аллильного ряда и получены А. Е. Арбузовым и В. М. Зороастровой, а также Г. Камаэм и Н. А. Чадаевой ⁽²⁾. Неизвестно ни одного представителя виниловых эфиров фосфористой кислоты, поскольку общие методы синтеза эфиров фосфористой кислоты, в том числе и аллиловых, неприменимы для их получения.

Между тем, именно от виниловых эфиров фосфористой кислоты можно было ожидать ряда особенностей в химическом поведении, и прежде всего в арбузовской перегруппировке. Так, если аллиловый эфир фосфористой кислоты по скорости перегруппировки лишь немного уступает триметилфосфиту, то тривинилфосфит должен в этом отношении быть подобен фениловому эфиру фосфористой кислоты.

С целью изучения условий и направления изомеризации виниловых эфиров фосфористой кислоты нами были получены как соединения ряда $(RO)_2POCH = CH_2$ и $ROPO(OCH = CH_2)_2$, так и сам тривинилфосфит $(OCH = CH_2)_3$.

Для синтеза виниловых эфиров фосфористой кислоты была использована найденная А. Н. Несмeyновым, И. Ф. Луценко и З. М. Тумановой ⁽³⁾ реакция ацилирования α -мономеркурированных оксосоединений, идущая, как известно, с переносом реакционного центра.

Первоначально поставленные опыты по взаимодействию хлормеркурацетальдегида и диэтилхлорфосфита показали, что реакция легко проходит уже на холода по уравнению:



однако выходы виниловых эфиров получаются очень низкие, и вещество трудно очистить. Это обстоятельство несомненно связано с тем известным фактом, что эфиры фосфористой кислоты реагируют с суревом ⁽⁴⁾. Для того чтобы обойти это затруднение, мы провели реакцию диэтилхлорфосфита с меркурбисацетальдегидом в изопентане, доводя ее не до образования суревы, а только до получения хлормеркурацетальдегида



В этом случае диалкилвинилфосфиты были получены с выходом около 40 %. При получении алкилдивинилфосфита из хлорангирида Меншуткина и меркурбисацетальдегида уже в самом начале реакции наблюдалась сильная полимеризация. Добавлением эквивалентного количества основания удалось подавить полимеризацию и получить алкилдивиниловые эфиры с выходом 50—60 %. Взаимодействие диалкилхлорфосфита с меркурбисацетальдегидом в присутствии основания дает более высокие выходы диалкилвинилфосфитов (60—70 %). Во всех случаях в качестве основания приме-

Таблица 1

Виниловые эфиры кислот фосфора

	Выход, %	Т. кип.	n_D^{20}	d_4^{20}	MRD			Найдено, %			Вычислено, %		
					найдено	вычислено	С	Н	Р	С	Н	Р	
$(CH_3O)_2POR^*$	46	55—56°/80 ММ	1,4255	1,0406	33,46	33,27	35,63	6,60	22,37	35,30	6,66	22,76	
$(C_2H_5O)_2POR$	67	58—59°/28 ММ	1,4258	0,9787	42,91	42,51	43,30	8,03	18,26	43,90	7,98	18,87	
$(C_3H_7O)_2POR$	62	53—54°/3 ММ	1,4322	0,9518	52,39	51,74	49,67	8,87	16,37	49,99	8,91	16,42	
$(C_4H_9O)_2POR$	70	85—86°/4 ММ	1,4360	0,9381	61,45	60,98	54,52	9,35	13,98	54,53	9,61	14,06	
$(C_6H_5O)_2POR$	80	143—144°/3 ММ	1,5575	1,4567	72,25	64,62	5,11	12,19	64,60	5,03	11,90		
$CH_3OP(OR)_2$	56	60—61°/60 ММ	1,4390	1,0368	37,37	37,42	40,72	6,03	20,47	40,54	6,42	20,92	
$C_2H_5OP(OR)_2$	62	57—58°/30 ММ	1,4380	1,0015	42,47	42,03	44,31	6,65	19,49	44,50	6,84	19,42	
$C_3H_7OP(OR)_2$	60	56—57°/41 ММ	1,4392	0,9908	46,78	46,66	47,67	7,34	17,59	47,73	7,44	17,59	
$C_4H_9OP(OR)_2$	55	63°/7 ММ	1,4412	0,9873	51,48	51,28	50,32	7,85	16,58	50,52	7,95	16,29	
$C_6H_5OP(OR)_2$	46	108—109°/10 ММ	1,5454	1,1037	56,91	57,46	56,91	5,43	14,92	57,45	5,28	14,74	
$P(OR)_3$	64	51—52°/30 ММ	1,4485	1,0262	41,57	41,81	45,05	5,61	19,28	45,01	5,67	19,35	
$(C_2H_5O)_2P(S)OR$	67	82°/7,5 ММ	1,4562	1,0904	48,93	48,94	36,90	6,69	16,45	36,73	6,68	15,79	
$(C_3H_7O)_2P(S)OR$	50	97°/6 ММ	1,4581	1,0505	58,21	58,15	43,02	7,52	13,90	42,84	7,64	13,82	
$(C_4H_9O)_2P(S)OR$	62	126—127°/8 ММ	1,4575	1,0195	67,40	67,38	47,92	8,47	12,54	47,60	8,39	12,28	
$(C_6H_5O)_2P(S)OR$	65	163—164°/2 ММ	1,5655	1,2464	78,64	78,33	57,55	4,50	10,43	57,52	4,48	10,60	
$C_2H_5OP(S)OR_2$	74	72—73°/7 ММ	1,4634	1,1017	48,58	48,44	37,41	5,58	16,49	37,41	5,74	15,95	
$C_4H_9OP(S)OR_2$	96°/6 ММ	1,4654	1,0617	57,91	57,68	43,42	6,57	14,08	43,23	6,80	13,94		
$C_6H_5OP(S)OR_2$	134—135°/40 ММ	1,5268	1,1719	63,31	63,52	49,55	4,58	13,34	49,58	4,58	12,79		

* Здесь R = CH = CH₂

нялся триэтиламин, за исключением метильных производных, при получении которых был использован диэтиламилин. Аналогично из треххлористого фосфора и меркурбисацетальдегида был получен тривинилфосфит.

Для получения указанных выходов виниловых эфиров фосфористой кислоты целесообразно вносить в реакционную колбу сразу не более 0,1 моля ртутноорганического соединения и амина. После добавления эквивалентного количества хлорфосфита вносится следующая порция меркурбисацетальдегида и амина.

Винилфосфиты легко гидролизуются водой с сильным разогреванием. При добавлении фуксинсернистой кислоты моментально появляется характерное окрашивание. Тривинилфосфит быстро гидролизуется уже следами влаги, образуя первоначально белую студенистую массу, которая через 1—2 мин. сильно разогревается и темнеет за счет осмоляния освобождающегося ацетальдегида. Константы, выход и аналитические данные полученных эфиров представлены в табл. 1. Виниловые эфиры фосфористой кислоты присоединяют серу при нагревании на кипящей бане в течение 6—8 час. Константы и выход тионфосфатов даны в табл. 1.

Окисление виниловых эфиров фосфористой кислоты в различных условиях с целью получения виниловых эфиров фосфорной кислоты вследствие легко идущей полимеризации к успеху не привело.

В настоящее время нами изучаются реакции изомеризации полученных виниловых эфиров фосфористой кислоты, которые проходят с большим трудом, чем у триалкилфосфитов.

Экспериментальная часть

Получение диэтилвинилфосфита. В 250 мл изопентана внесли 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина; затем добавили при сильном размешивании в течение часа 0,1 моля диэтилхлорфосфита в 50 мл изопентана. После этого внесли снова 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина и добавили 0,1 моля диэтилхлорфосфита, после чего реакционную смесь перемешивали еще час. Изопентан сливали с осадка и осадок промывали (2×50 мл) изопентаном. Растворитель отогнали, и остаток перегнали в токе сухого азота. После двух перегонок получено 20,5 г (63% от теории) диэтилвинилфосфита.

Получение этилдивинилфосфита. В 250 мл изопентана внесли 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина и добавили при сильном размешивании в течение часа раствор 0,05 моля этилдихлорфосфита в 25 мл изопентана. Затем вновь внесли такое же количество ртутноорганического соединения и основания и добавили следующие 0,05 моля этилдихлорфосфита. В течение 4 час. ввели в реакцию 120 г (0,42 моля) меркурбисацетальдегида, 40,4 г (0,4 моля) триэтиламина и 29,4 г (0,2 моля) этилдихлорфосфита, после чего реакционную смесь перемешивали еще 1 час, сливали с осадка растворитель, и осадок промывали изопентаном (2×50 мл). Из соединенных растворов отогнали изопентан, а остаток перегнали в токе азота. После двух перегонок получено 19,8 г (60% теории) этилдивинилфосфита.

Получение тривинилфосфита. В 250 мл изопентана внесли в течение 3 час. 4 равными порциями 135 г (0,48 моля) меркурбисацетальдегида, 45,5 (0,45 моля) триэтиламина и 20,5 г (0,15 моля) треххлористого фосфора, после чего реакционную смесь перемешивали еще 1 час, растворитель слили с осадка, осадок промыли изопентаном (2×50 мл). Изопентан отогнали, и остаток перегнали в токе азота. После двух перегонок получено 11 г (46% теории) тривинилфосфита.

Присоединение серы к диэтилвинилфосфиту. 4,8 г (0,03 моля) диэтилвинилфосфита и 1 г серы нагревали с обратным ходильником на кипящей водяной бане 8 час.

Избыток серы отсосали, промыли 2 мл изопентана, и фильтрат разогнали в вакууме. Получено 4,5 г (79% теории) диэтилванилтионфосфата. Фенилдивинилфосфит и дифенилванилфосфит присоединяют серу при нагревании смеси в течение 8 час. при 130—150°.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
25 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Е. Л. Гефтер, Усп. хим., **25**, 162 (1956). ² А. Е. Арбузов, В. М. Зорко-
астррова, Изв. АН СССР, ОХН, **1950**, 357; Н. А. Чадаева, Г. Камай, ЖОХ,
20, 1487 (1950); Г. Камай, Н. А. Чадаева, Тр. Казанск. хим.-технол. инст.
им. С. М. Кирова, № 15, 32 (1951). ³ А. Н. Несмиянов, И. Ф. Луценко, З. М. Ту-
манова, Изв. АН СССР, ОХН, **1949**, 601. ⁴ А. Е. Арбузов, Избр. тр., М., 1952.

ХИМИЯ

Академик А. В. ТОПЧИЕВ, Б. А. КРЕНЦЕЛЬ, Н. А. ПОКАТИЛО и Е. Л. ЕРАСОВА

**О ПОЛИМЕРИЗАЦИИ α -БУТЕНА С КОМПЛЕКСНЫМ
МЕТАЛЛООРГАНИЧЕСКИМ КАТАЛИЗАТОРОМ $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$**

Вопросы стереоспецифической полимеризации α -олефинов с комплексными металлоорганическими катализаторами в последнее время привлекают все возрастающее внимание многих исследователей. Это объясняется как теоретическим интересом к реакциям полимеризации с получением стереорегулярных полимеров, так и ценными техническими свойствами образующихся продуктов. После открытия Д. Натта синтеза стереорегулярного полипропилена в печати появилось много сообщений по исследованию механизма стереоспецифической полимеризации α -олефинов и свойств получаемых полимеров. Эти работы обобщены в опубликованных обзорных статьях советских и иностранных авторов (1-4).

Наименее освещено в литературе получение высокомолекулярных полимеров на основе α -бутена. По этому вопросу за исключением отдельных упоминаний в работах Натта с сотр. (5-8) о свойствах и строении полибутена сообщений не было. В связи с этим нам представлялось интересным исследовать некоторые закономерности полимеризации α -бутена с катализатором $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$.

Экспериментальная часть

Исходный бутен получался дегидратацией n -бутанола над активной окисью алюминия при температуре 380—400°. Получаемый газ по анализу методом газожидкостной хроматографии (носитель — шамот, реагент — изоамилфталат) содержал: бутена-1 67,88%, бутена-2-цис 14,54%, бутена-2-транс 17,58%. Триэтилалюминий синтезировался прямым методом из этилена, алюминия и водорода*. Триэтилалюминий применялся в растворе очищенного бензина и содержал по анализу: активного $Al(C_2H_5)_3$ 54,38%, этоксисоединений 7,3%, диэтилалюминийгидрида 2,0%, растворителя 36,32%. $TiCl_4$ использовался продажный, чистый для анализа.

Реакция проходила в среде сухого n -гептана (неоднократно перегнанного с металлическим натрием и хранящимся над металлическим натрием). Предварительно вся реакционная система тщательно продувалась сухим азотом, освобожденным от кислорода, и опыт велся с соблюдением всех правил, принятых при работе с металлоорганическими соединениями.

Во всех опытах суммарное количество применяемого катализатора в растворителе составляло 5% и время реакции 4 часа. Дальнейшее увеличение времени реакции, как видно из графика рис. 1, было нецелесообразным.

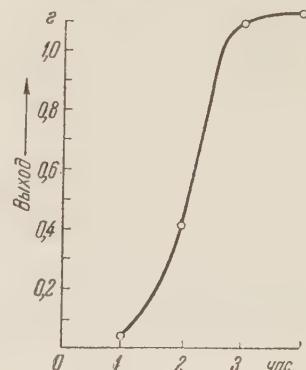


Рис. 1. Зависимость выхода полибутилена от времени реакции

* Синтез триэтилалюминия осуществлялся А. Ф. Поповым, которому пользуемся слушаем принести глубокую благодарность.

По окончании реакции остаток катализатора разлагался изопропиолевым спиртом. Полученный твердый полимер промывался изопропиловым спиртом, содержащим некоторое количество соляной кислоты, и затем по-

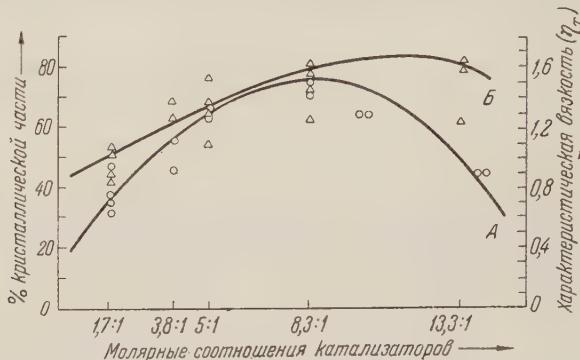


Рис. 3. Зависимость характеристической вязкости полибутилена (A) и содержания кристаллической части в полибутилена (B) от молярного соотношения катализаторов $(C_2H_5)_3Al : TiCl_4$

следовательно обрабатывался чистым изопропиолевым спиртом и горячей водой. После отмывки полимер сушился при температуре 60—70° до постоянного веса. Обработанный таким образом продукт содержал до 0,2% золь-

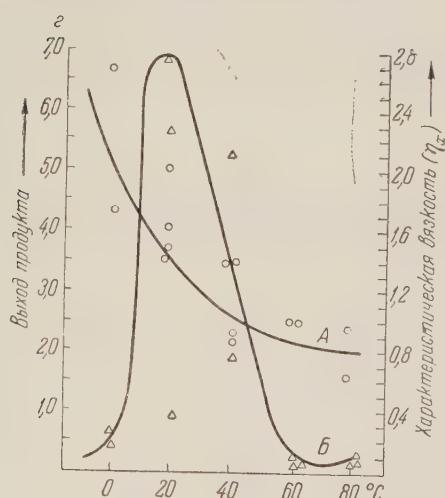


Рис. 4. Зависимость характеристической вязкости полибутилена (A) и выхода полибутилена (B) от температуры реакции

Характеристическая вязкость полибутилена определялась обычным методом в растворе декалина при 120°. Как видно из графика, изображенного на рис. 3 A, существенное влияние на характеристическую вязкость полимера оказывает соотношение между компонентами катализатора (температура опытов 20°). При этом явно прослеживается максимум характеристической вязкости, отвечающий молярному соотношению $Al(C_2H_5)_3 : TiCl_4 = 8,3 : 1$. Однако, как следует из графика, показанного на рис. 4 A и относящегося к серии опытов, проведенных при оптимальном соотношении компонентов катализатора, при понижении температуры характеристическая вязкость полимера резко повышается и лишь при температурах выше

Готовый полимер характеризовалась температурой плавления, характеристической вязкостью и горячим фракционированием с помощью эфира и η -гептана (9). Следует заметить, что по данным Натта с сотр. (8) некоторая часть слабо-кристаллического полипропиленов после экстракции эфиром может быть переведена в раствор кипящего пентана. Однако нашими предварительными опытами это не подтверждалось, и поэтому мы остановились на указанном выше порядке экстракции. Часть полимера, растворяющаяся в кипящем эфире, принималась за аморфную, а растворенная в гептане — за кристаллическую. Этот факт согласуется с приведенными ниже данными рентгеноструктурного анализа, выполненного В. В. Щекиным и С. А. Гольдиним, которым авторы приносят глубокую благодарность (рис. 2 см. вклейку к стр. 1247).

50° характеристическая вязкость, а следовательно и длина цепи макромолекул полибутина практически не зависят от температуры.

Вместе с тем, содержание кристаллической части в полимере также зависит от молярного соотношения между компонентами катализатора. Это положение иллюстрируется графиком на рис. 3Б, из которого видно, что и в этом случае прослеживается максимум, близкий к максимуму для кривой зависимости между характеристической вязкостью и молярным составом катализатора. Таким образом, имеется явная зависимость между содержанием кристаллической части в полимере и его молекулярным весом, т. е. увеличение содержания кристаллической части сопровождается повышением молекулярного веса. На выход полимера влияет температура реакции, и, как показано на рис. 4Б, оптимальный выход в наших условиях опытов наблюдается при температуре реакции между 20 и 30°. Некоторое влияние на выход полимера, правда не отчетливо проявляющееся, оказывает также молярный состав катализатора.

Поступило

13 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, Усп. хим., **25**, в. 8, 921 (1956). ² А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, А. И. Перельман, Усп. хим., **26**, в. 12, 1355 (1957).
³ J. S tie l e, Chem. Rev., **58**, № 3, 541 (1958). ⁴ E. C. Кронгауз, А. П. Супрун, Усп. хим., **27**, в. 9, 1056 (1958). ⁵ J. Natta, P. R i n o et al., J. Am. Chem. Soc., **77**, 1708 (1955). ⁶ J. Natta, P. C o r g a d i n i, I. W. B a s s i, Makromol. Chem., **16**, 77 (1955). ⁷ J. Natta, P. C o r g a d i n i, Makromol. Chem., **16**, 77 (1955). ⁸ J. Natta, P. R i n o et al., Gaz. Chim. Ital., **87**, 528 (1957). ⁹ J. Natta, P. R i n o et al., Chim. e Ind. **38**, № 2, 124 (1956).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Р. Ф. ВАСИЛЬЕВ, О. Н. КАРПУХИН, В. Я. ШЛЯПИНТОХ и
член-корреспондент АН СССР Н. М. ЭМАНУЭЛЬ

**ГАЗОВОЕ ИНИЦИРОВАНИЕ ОЗОНОМ В РЕАКЦИИ ОКИСЛЕНИЯ
ИЗОДЕКАНА И СВЯЗАННАЯ С НИМ ХЕМИЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ**

Окисление углеводородов в жидкой фазе представляет собой цепной процесс с вырожденным разветвлением цепей⁽¹⁾. Постепенное накопление разветвляющего агента (перекиси) в системе приводит к медленному нарастанию скорости реакции. Поэтому стадии быстрого протекания реакции предшествует, как правило, период индукции, достигающий в ряде случаев многих часов. Один из нас показал⁽²⁾, что кратковременные стимулирующие воздействия на реакцию в самом начале процесса окисления оказываются достаточными для эффективного сокращения периода индукции. В качестве инициирующих агентов можно использовать солевые катализаторы, химически-активные газы, проникающее излучение⁽³⁾.

Было замечено, что в ряде случаев⁽³⁾ длительное воздействие инициатора приводит к отрицательным последствиям: снижению скорости реакции и глубины превращения, появлению в системе больших количеств побочных продуктов и т. д. По этим причинам оказалось удобным применение газовых инициаторов (двуокись азота, озон, хлор и т. д.), поскольку воздействие газового инициатора может быть в нужный момент остановлено простым прекращением подачи его в систему. Особенно перспективным является использование озона, так как в этом случае следует ожидать минимального количества побочных продуктов и сильного воздействия этого исключительно активного газа.

Газовое инициирование озоном окисления *n*-парафина было изучено в работе⁽⁴⁾.

В настоящей работе мы поставили целью изучить стадию инициирования озоном в изолированном виде, т. е. изучить те явления и процессы, которые имеют место в период кратковременного воздействия инициатора.

В качестве объекта исследования был выбран изодекан (2,7-диметилоктан). Предварительные опыты показали, что кратковременная продувка озона существенно ускоряет реакцию. Опыты проводились при пониженной температуре (от 26 до 90°) для того, чтобы вторичные процессы не осложняли кинетической картины явления*.

При выборе метода исследования мы обратили внимание на то, что многие реакции с участием озона сопровождаются хемилюминесценцией⁽⁵⁾. Поскольку хемилюминесценция возникает как результат элементарных химических процессов, идущих в системе, изучение этого явления позволяет судить о механизме реакции. Нам удалось зарегистрировать слабое свечение, возникающее при барботировании кислорода, содержащего 2—3% озона, через изодекан, находящийся в стеклянной окислительной ячейке при температурах 20—90°. Индикатором свечения служил фотоумножитель ФЭУ-19. Фототок записывался на электронном потенциометре ЭППВ-51 с высокоомным входом.

* Окисление изодекана идет с заметной скоростью при 110—120°.

На рис. 1 приведена запись изменения интенсивности свечения во времени при непрерывном продувании озона в изодекан при температуре 55°. Интенсивность постепенно растет, через 2,5 часа достигает максимума, затем постепенно падает.

Было установлено, что выключение подачи озона на любой стадии реакции приводит к мгновенному исчезновению свечения. При повторном включении подачи озона происходит быстрое восстановление прежней интенсивности. Эти результаты могут быть поняты, если допустить, что свечение возникает при взаимодействии озона с соединением, которое до этого, в свою очередь, образовалось при реакции озона с углеводородом.

Существование экстремума интенсивности во времени показывает, что концентрация гипотетического соединения проходит через максимум, т. е. кинетика накопления этого соединения совпадает с кинетикой накопления промежуточного продукта в последовательных химических реакциях. Конечный продукт реакции, содержащий активный кислород, образуется с ускорением в начале, что также характерно для последовательных реакций (рис. 2). Другое возможное предположение о причине автоускорения — раз-

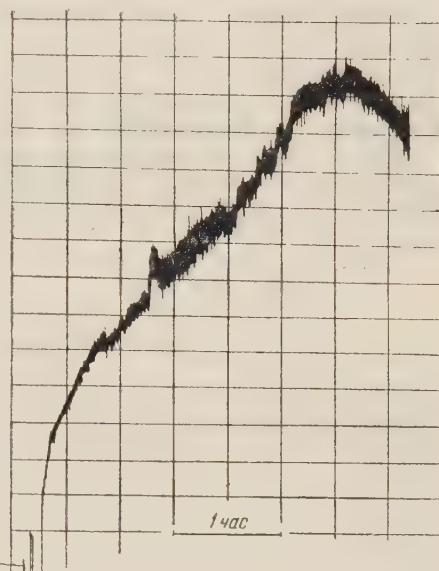


Рис. 1. Запись фототока фотоумножителя при непрерывном барботировании озонированного (2,5%) кислорода через изодекан при температуре 55°

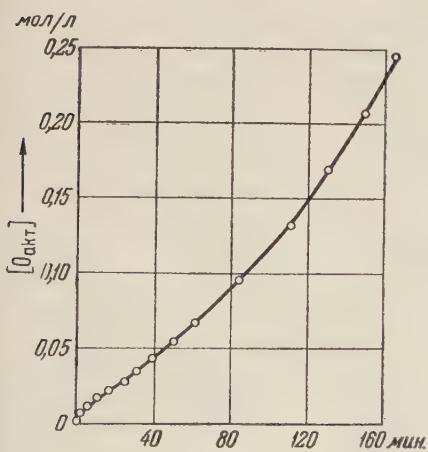


Рис. 2. Накопление активного кислорода при непрерывном озонировании изодекана при температуре 20°

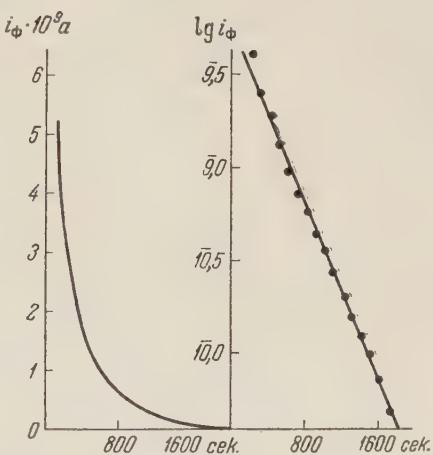


Рис. 3. Распад промежуточного продукта, сопровождающийся свечением, при температуре 80°. Слева — запись фототока; Справа — полулогарифмическая анаморфоза кривой

втвляющее действие образовавшихся продуктов, приводящее к прогрессивному нарастанию цепной лавины, непригодно, так как в наших опытах температура слишком низка для того, чтобы цепи могли развиваться.

Дальнейшее доказательство промежуточного характера продукта первичного взаимодействия углеводорода с озоном было получено нами в опы-

так при повышенной температуре. Изодекан, озонированный в течение 2—3 час. при комнатной температуре, быстро нагревался до 80—85° в отсутствие кислорода и озона. Фотоумножитель регистрировал быстрое возгорание свечения и затем постепенное его затухание по мономолекулярному закону (рис. 3) с константой $k = 2,5 \cdot 10^{15} e^{-29000/RT}$ сек⁻¹. Учитывая, что конечный продукт реакции — гидроперекись — при указанных температурах не разлагается, мы приписываем это явление реакции термического распада промежуточного продукта.

Таким образом, взаимодействие озона с нормальными углеводородами при умеренных температурах представляет собой сложный процесс, идущий через образование относительно устойчивого промежуточного соединения.

Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
29 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Н. Семенов, Цепные реакции, 1934. ² Н. М. Эмануэль, ДАН, 102, № 3, 559 (1955). ³ Н. М. Эмануэль, Изв. АН СССР, ОХН, 1957, 1928. ⁴ Э. А. Блюмберг, В. Г. Воронков, Н. М. Эмануэль, Изв. АН СССР, ОХН, 1959, № 1, 24.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. И. ГОЛЬДАНСКИЙ

**РОЛЬ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА В КИНЕТИКЕ ХИМИЧЕСКИХ
РЕАКЦИЙ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 6 XI 1958)

Еще в работах Д. Г. Бургена и С. З. Рогинского и Л. Розенкевича ⁽¹⁾ и в ряде статей Р. Белла ⁽²⁾ был поставлен вопрос о возможной роли туннельного эффекта в химической кинетике. Однако попытки экспериментального обнаружения такой роли при температурах, относительно близких к комнатной, не дали однозначных результатов, область же весьма низких температур, где туннельный эффект должен проявиться более ярко, долгое время оставалась совершенно не изученной. Лишь в последнее время пробудился интерес к протеканию всевозможных химических реакций при низких температурах, причем появились и экспериментальные возможности наблюдения таких реакций даже при очень малой их скорости (например, метод мечевых атомов, парамагнитный резонанс и т. д.). В связи с этим сейчас представляется целесообразным дать критерии, характеризующие разграничение области высоких температур, где туннельным эффектом можно пренебречь, и низкотемпературной области, где роль туннельного эффекта оказывается весьма существенной. Желательно также рассмотреть вопрос о том, насколько сильно влияют на температурную зависимость скорости реакций в низкотемпературной области форма и ширина активационного барьера и эффективная масса, переносимая путем туннельного перехода. Анализ этого вопроса поможет в будущем установлению основных характеристик активационных барьеров по экспериментальным данным о температурной зависимости и влиянии изотопического состава на скорость химических реакций в низкотемпературной области.

Роль туннельного эффекта в протекании химических реакций определяется соотношением трех величин энергии, а именно: энергии активации E_0 , энергии теплового движения kT (T — абсолютная температура, $k = 1,4 \cdot 10^{-16}$ эрг/град — константа Больцмана) и «характеристической» энергии системы $\varepsilon = \hbar^2 / \mu d^2 = 1,11 \cdot 10^{-54} / \mu d^2$ эрг (μ — приведенная масса, d — эффективная полуширина активационного барьера). Введем два безразмерных параметра, характеризующих соотношения E_0 , kT и ε : $x = E_0 / kT$ и $a = \pi \sqrt{2} \sqrt{E_0 / \varepsilon}$ (как правило, $a \gg 1$). Будем считать далее, что распределение взаимодействующих частиц по скоростям их движения является максвелловским. Тогда константа скорости реакций с учетом роли туннельного эффекта должна записываться в виде

$$K = \frac{2 \sqrt{2\pi} R^2}{V \mu (kT)^{3/2}} (E_0)^2 \int_0^{\infty} y \omega(y) e^{-xy} dy, \quad (1)$$

где $y = E / E_0$; E — энергия относительного движения частиц; $R = r_1 + r_2$ — сумма радиусов взаимодействующих частиц (для определенности мы рассматриваем бимолекулярную реакцию); $\omega(y)$ — вероятность туннельного про никновения сквозь активационный барьер ($y < 1$) или прохождения над этим барьером ($y > 1$).

В качестве простого и в то же время достаточно общего двухпараметрического выражения для симметричного активационного барьера примем следующее:

$$U(x) = \frac{E_0}{\operatorname{ch}^2(x/d)}, \quad (2)$$

где x — координата, отсчитываемая по обе стороны от центра барьера (изображенного кривой 1 на рис. 1).

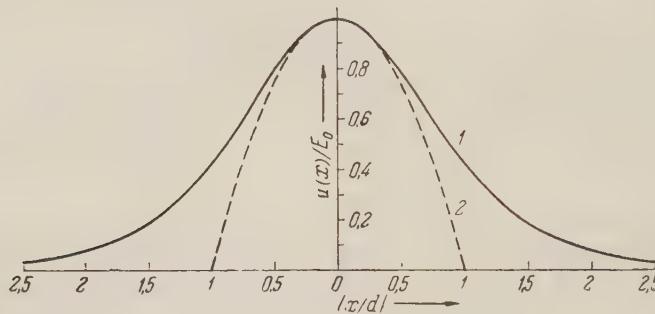


Рис. 1

При малых x/d формула (2) переходит в обязательную для формы любой симметричной седловины вблизи перевала параболическую зависимость

$$U(x) \approx E_0 \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right), \quad (3)$$

и в дальнейшем мы будем сравнивать результаты, следующие из формулы (2) и получающиеся в крайнем и явно нереальном случае целиком (вплоть до $x/d = 1$) параболического барьера (кривая 2 на рис. 1). При обоих видах барьеров (согласно (2) и (3)) с точностью до множителя от 1 до 2 можно принимать $w(y > 1) = 1$ и рассматривать константу скорости как сумму обычной аррениусовской константы

$$K_{\text{арр}} = \frac{2\sqrt{2\pi} R^2}{V_{\mu} (kT)^{3/2}} E_0^2 \int_1^{\infty} y e^{-\kappa y} dy = \frac{2\sqrt{2\pi} R^2 V_{kT}}{V_{\mu}} (1 + \kappa) e^{-\kappa} \quad (4)$$

и константы туннельного взаимодействия

$$K_{\text{туннельн}} = \frac{2\sqrt{2\pi} R^2}{V_{\mu} (kT)^{3/2}} E_0^2 \int_0^1 y w(y) e^{-\kappa y} dy. \quad (5)$$

Для барьера, описываемого (2), вероятность туннельного проникновения записывается⁽³⁾ в виде

$$w(y) = \frac{\operatorname{sh}^2 a \sqrt{y}}{\operatorname{sh}^2 a \sqrt{y} + \operatorname{ch}^2 \left[\frac{\pi}{2} \sqrt{4 \frac{a^2}{\kappa^2} - 1} \right]} \approx \frac{e^{2a \sqrt{y}}}{e^{2a \sqrt{y}} + e^{2a}} \quad (6)$$

(последнее приближение применимо в области $\sqrt{y} \gg 1/a$).

Таким образом, подынтегральная функция в выражении (5) для $K_{\text{туннельн}}$ имеет вид

$$f(y) \approx \frac{y e^{2a \sqrt{y}} e^{-\kappa y}}{e^{2a \sqrt{y}} + e^{2a}} \approx \text{const} \cdot e^{2a \sqrt{y} - \kappa y} \quad (7)$$

и обращается в максимум при

$$y = y_m \approx \left(\frac{a}{\kappa}\right)^2 = 2\pi^2 \frac{kT}{\epsilon} \frac{kT}{E_0}. \quad (8)$$

Заметный вклад туннельного эффекта в общую скорость реакции наблюдается тогда, когда максимум функции $f(y)$ попадает в область подбарьерных энергий ($y_m < 1$), т. е. в данном случае при условии $\kappa > a$.

В случае целиком параболического барьера (2) вероятность туннельного проникновения $w_1(y) = e^{-a(1-y)}$, а подынтегральная функция в (5) приобретает вид $f_1(y) = ye^{-a} e^{(a-\kappa)y}$. (9)

Очевидно, что наличию максимума подынтегральной функции в пределах активационного барьера отвечает теперь условие $y_m = \frac{1}{\kappa - a} < 1$, т. е. $\kappa > a + 1$. Поскольку, однако, $a \gg 1$, то и в случае целиком параболического барьера условие заметного вклада туннельного эффекта можно записать в виде $\kappa > a$. Следовательно, характеристическая температура T_q , ниже которой туннельный эффект играет заметную роль, определяется, практически независимо от формы барьера, соотношением

$$T_q = \frac{E_0}{ak} = \frac{V \epsilon E_0}{k \pi V^2} = \frac{\hbar V E_0}{k \pi d V^2 \mu} . \quad (10)$$

Для величины константы туннельного взаимодействия в области $T < T_q$ при барьере типа (2) методом перевала получаем

$$(K_{\text{туннельн}})_{T < T_q} \approx \frac{2 \sqrt{2\pi} R^2 \sqrt{kT_q}}{V \mu} 2 \left(\frac{T}{T_q} \right)^2 a^{3/2} e^{-a} e^{-a(1-T/T_q)} \quad (11)$$

т. е. вместо обычной линейной (с точностью до предэкспоненты) зависимости $\ln K = A - E/kT$ здесь появляется другая зависимость: $(\ln K_{\text{туннельн}})_{T < T_q} = B + aT/T_q$. При $T = T_q$ в данном случае $(K_{\text{туннельн}})_{T_q} \approx 2 \sqrt{a} (K_{\text{арр}})_{T_q}$, а при $T \approx 3/2 T_q$ обе константы скорости сравниваются, и в области более высоких температур туннельный эффект можно вовсе не учитывать.

В случае параболического барьера (2) в области $T < T_q$

$$(K_{\text{1 туннельн}})_{T < T_q} \approx \frac{2 \sqrt{2\pi} R^2 \sqrt{kT_q}}{V \mu} \frac{\sqrt{T/T_q}}{(1 - T/T_q)^2} e^{-a} \times \\ \times \left\{ 1 - e^{-a(T/T_q - 1)} \left[1 + a \left(\frac{T}{T_q} - 1 \right) \right] \right\} , \quad (12)$$

и при $\kappa \gg a$, т. е. $T/T_q \ll 1$, константа скорости с точностью до предэкспоненциального множителя перестает зависеть от температуры.

При $T \gtrsim T_q$ выражения для константы туннельного взаимодействия в двух рассматриваемых случаях формы барьеров практически совпадают.

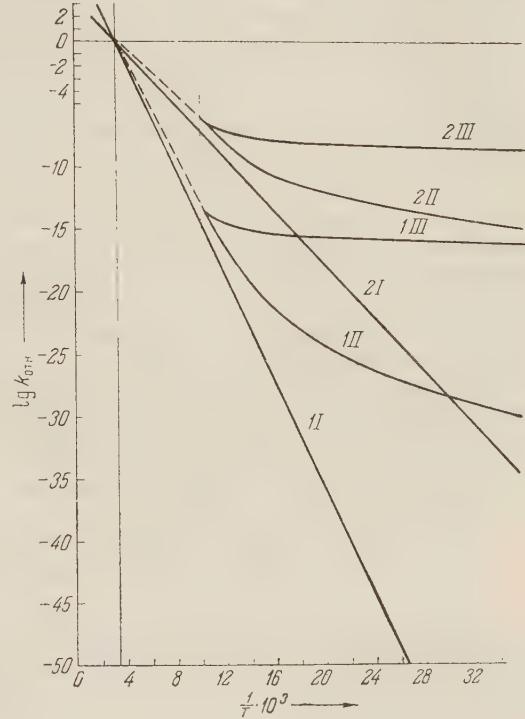


Рис. 2. 1 — $a = 50$; 2 — $a = 25$; I — закон Аррениуса; II и III — с учетом туннельного эффекта: II — барьер вида $1/\text{ch}^2(x/d)$, III — параболический барьер

Для количественной иллюстрации приведенных выше формул на рис. 2 даны зависимости $\lg K = f(1/T)$ в области температур 28—500°К (причем при 300°К принято $K = 1$) для $a = 50$ и $a = 25$. Как видно из (12) и (13), задание параметра a полностью определяет вид зависимости K от T/T_q . Для определенности на рис. 2 принято, что $T_q = 100^\circ\text{K}$; тогда значению $a = 50$ отвечает $E_0 = 10\,000$ кал/моль и $\varepsilon = 5,6 \cdot 10^{-15}$ эрг, значению $a = 25$ отвечает $E_0 = 5000$ кал/моль и $\varepsilon = 1,12 \cdot 10^{-4}$ эрг. При больших значениях E_0 и ε вся изображенная на рис. 2 картина смещается в сторону более высоких температур.

В заключение следует подчеркнуть, что мы не рассматривали здесь возможных в случае сложных молекул довольно сильных температурных изменений предэкспоненты. Экспериментальную проверку и применение полученных формул для определения формы активационных барьеров и других их характеристик (μ , d) наиболее удобно произвести именно для таких реакций, где предэкспонента аномально велика и которые потому протекают с измеримой скоростью даже при очень низких температурах. В дальнейшем следовало бы рассмотреть роль туннельного эффекта при низких температурах и для таких случаев, когда вместо максвелловского имеют место различные квантовые распределения исходной системы по энергии.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
15 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ D. G. Bougip, Proc. Nat. Acad. Sci., Washington, № 15, 357, (1929);
С. З. Рогинский, Л. Розенкевич, Zs. phys. Chem., B, 10, 47 (1930).
- ² R. P. Bell, Proc. Roy. Soc., A 139, 466 (1933); 148, 241 (1935); 158, 128 (1937).
- ³ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1948.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-ко^респондент АН СССР А. Ф. КАПУСТИНСКИЙ

ЭФФЕКТИВНЫЙ РАДИУС ЭЛЕКТРОНА В КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ

Размеры электрона были определены позже и с меньшей точностью, чем его заряд и масса, поскольку последние величины обладают большим постоянством и имеют большее значение для физики и химии. Хорошо известно⁽¹⁾, что для изолированного электрона радиус равен $2,8 \cdot 10^{-13}$ см. С изменением условий эта величина способна сильно варьировать. Она сильно возрастает при вхождении электрона в состав атома. Так, в отдельном атоме водорода⁽²⁾ расстояние протон — электрон равно $5,3 \cdot 10^{-9}$ см, а так как радиус протона с точностью до 0,01 Å можно принять равным нулю, то эффективный радиус электрона в нормальном атоме Н составляет

$$r_0 = 0,93 \text{ Å.}$$

Эти размеры еще возрастают при переходе к кристаллическим решеткам. В настоящее время значения ионных радиусов⁽³⁾ и атомных радиусов⁽⁴⁾ известны достаточно надежно, а именно с точностью до 0,02 Å. Эти данные позволяют оценить размеры электрона с помощью трех различных методов, приводящих к одинаковым результатам.

1-й метод. Поскольку отрицательный ион водорода отличается от нейтрального водорода наличием двух электронов вместо одного, постольку можно принять, что разность размеров этих частиц дает размер одного электрона:

$$r_0 = r_{\text{H}^-} - r_{\text{H}^0} = 1,54 \text{ Å} - 0,78 \text{ Å} = 0,76 \text{ Å.}$$

2-й метод. Так как простейший положительный ион металла, а именно катион лития, содержит два электрона, то, вычитая его радиус из радиуса нейтрального атома лития, содержащего три электрона, мы так же получим оценку размеров одного электрона:

$$r_0 = r_{\text{Li}^+} - r_{\text{Li}^0} = 1,57 \text{ Å} - 0,78 \text{ Å} = 0,79 \text{ Å.}$$

3-й метод. Так как в нейтральном водороде (разумеется, также в кристаллической решетке) радиус протона, по крайней мере с точностью до 0,01 Å, можно принять равным нулю⁽⁵⁾, то радиус электрона будет равен радиусу нейтрального Н:

$$r_0 = r_{\text{H}^0} = 0,78 \text{ Å.}$$

Все три метода дают в пределах общепринятой оценки точности эффективных радиусов частиц в решетках твердого тела одинаковый результат (0,76; 0,79; 0,78 Å), т. е.

$$r_0 = 0,78 \pm 0,02 \text{ Å.}$$

В более грубых расчетах можно принять эффективный радиус электрона равным 0,8 Å.

Эта новая константа может быть использована при решении разнообразных задач по физике и физической химии. Так, она находит применение при детальном рассмотрении модели металлического состояния. Можно допустить, что в металлическом состоянии, по крайней мере для типичных металлических решеток и для элементов, образующих благородногазовые катионы, решетка образуется из свободных (внешних) электронов и жесткого скелета катионов. В таком случае электрон можно считать самостоятельным партнером и говорить о его размерах. Радиусы электронов при этом очевидно, должны равняться разности радиусов нейтральной частицы катиона для каждого данного металла. В том, что это действительно так можно убедиться из данных табл. 1.

Таблица 1

Разности радиусов металла и катиона, принимаемые равными радиусу электрона в решетке металла (в Å)

						Средн. в группе				
Li	0,7	Na	0,9	K	1,0	Rb	1,0	Cs	0,8	0,9
Be	0,8	Mg	0,8	Ca	0,8	Sr	0,8	Ba	0,8	0,8
B	0,8	Al	0,8	Sc	0,8	Y	0,8	La	0,6	0,8
C	0,6	Si	0,8	Ti	0,8	Zr	0,7	Ce	0,8	0,7

Средн. по периодам	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	

В табл. 1 для всех элементов, образующих благородногазового типа катионы, для которых известны значения ионных радиусов по системе В. М. Гольдшмидта (3) (не известное для В значение вычислено Г. Б. Бокиным (5)), даны разности радиусов ионов и металлов. Последние приведены в сводке Б. Ф. Ормента (4). Так как ионные радиусы Гольдшмидта относятся к шестерной координации, для металлов, за исключением Sc, Y и La (для которых известны радиусы только для координационного числа 12), приведены данные для к. ч. 8, так как поправка для перехода к к. ч. 6 в этом случае мала. Для полноты сюда включен и углерод (алмаз), хотя по своим свойствам он не близок к металлам; естественно, что именно для углерода обнаруживается наибольшее отклонение от той закономерной последовательности, которая видна в таблице. Учитывая сделанные оговорки, мы проводим все сопоставления с точностью не до 0,02 Å, а лишь до 0,1 Å.

Мы приходим к выводу, что размеры такого электронного «сгустка» в решетке металлов действительно постоянны и притом равны радиусу электрона в пределах допустимых ошибок. Приведенные данные можно рассматривать и как подтверждение модели металлического состояния со свободными электронами, и как дополнительный аргумент в пользу правильности полученной нами оценки размеров электрона.

Все сказанное выше можно резюмировать в следующих двух положениях: а) эффективный радиус электрона равен $0,78 \pm 0,02$ Å; б) в металлах представляющих собою систему из катионов благородногазового типа и электронов, сохраняется постоянство радиуса электрона с точностью до $0,1-0,2$ Å.

Московский химико-технологический институт
им. Д. И. Менделеева

Поступило
4 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ H. Taylor, S. Glasstone, A Treatise on Physical Chemistry, 1, London, 1942. ² N. Lange, Handb. of Chemistry, USA, 1957. ³ В. М. Гольдшмидт, Кристаллохимия, М., 1937. ⁴ Б. Ф. Ормонт, Структура неорганических веществ, М.—Л., 1950. ⁵ Г. Б. Бокий, Кристаллохимия, 1956.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. И. КИТАЙГОРОДСКИЙ

К ТЕОРИИ НАПРЯЖЕНИЯ ОРГАНИЧЕСКИХ МОЛЕКУЛ

(Представлено академиком М. И. Кабачником 10 XI 1958)

§ 1. В настоящей работе мы остановимся на вопросе о возможности трактовки и предсказания напряжений и конформаций (т. е. валентных углов) циклических органических молекул. Возможность использования электрической модели молекулы для этих целей весьма проблематична. Напротив, имеются основания полагать, что подход к молекуле как к механической системе может быть в этом отношении весьма продуктивным.

Идея использования механической модели для нахождения осуществляющейся конформации молекулы, если известен порядок соединения атомов в молекулу, заключается в определении минимума потенциальной энергии системы атомов. Поскольку исторически в органической химии сложилось представление о некоторых «наилучших» лишенных напряжений структурах, то для суждения о формах молекулы старались оценить, а затем минимизовать энергию, избыточную по отношению к ненапряженной молекуле.

Ссылки на единичные работы, проведенные до настоящего времени и лежащие в рассматриваемом круге идей, можно найти у Вестгеймера (1). Использование механической модели в этих работах носит весьма ограниченный характер, так как взаимодействие между валентно не связанными атомами учитывается лишь для тех явлений, которые получили в органической химии название орто-эффекта. Общую постановку вопроса о применимости механической модели, а также качественное рассмотрение строения органических молекул с точки зрения этой модели можно найти также у автора настоящей статьи (2).

В настоящей работе анализируются возможности механической модели и рассматриваются некоторые ее применения.

§ 2. В основе рассмотрения лежит утверждение о том, что химическая связь определяет расстояния между валентно связанными атомами и «естественные» углы между направлениями связей, а конформация молекулы устанавливается взаимодействием упругости валентных углов и отталкиванием валентно не связанных атомов, находящихся на расстоянии, меньшем суммы межмолекулярных (вандерваальсовых) радиусов. Притяжение атомов, находящихся на расстояниях, больших суммы межмолекулярных радиусов, мало и не сказывается на конформации. Так как упругости углов и отталкивание существенно слабее валентных сил, то они не могут изменить расстояния между валентно связанными атомами.

Таким образом, полагается, что энергия молекулы является суммой трех слагаемых:

$$U = U_{\text{вал. св}} + U_{\text{угл}} + U_{\text{отталк.}}$$

Мы назовем энергией напряжения молекулы сумму двух последних членов

$$U_{\text{напр}} = U_{\text{угл}} + U_{\text{отталк.}}$$

Заметим, что при таком определении все нелинейные молекулы напряжены, так как и в бензоле или циклогексане, в воде или сероводороде валентно не связанные атомы отталкиваются, ибо находятся на расстояниях меньше равновесных.

Конформация реальной молекулы отвечает условию минимума напряжений

$$\frac{\partial U_{\text{напр}}}{\partial \varepsilon_i} = 0,$$

где ε_i — параметры конформации молекулы.

Так как при поисках минимума энергии параметры конформации варьируют в незначительных пределах, то всегда возможно представить не только энергию упругости, но и энергию отталкивания в виде квадратичных функций. Тогда энергию напряжения можно записать в виде:

$$U_{\text{напр}} = \frac{1}{2} \sum k_i (\gamma_i - \gamma_{i0})^2 + \frac{1}{2} \sum K_i (d_{i0} - d_i)^2,$$

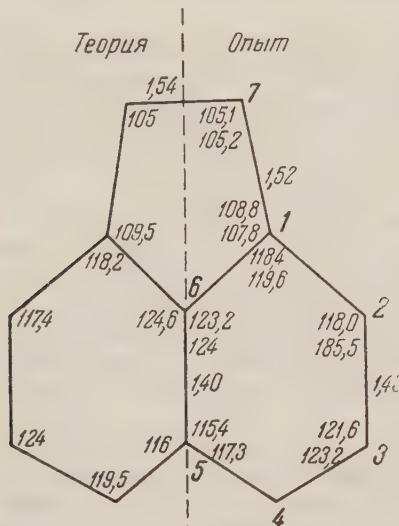


Рис. 1

кой молекулы $2n - 3 - m$). Выражая d_i и γ_i через независимые параметры ε_i , всегда возможно представить энергию напряжения в виде $U_{\text{напр}} = U(\varepsilon_i, \gamma_{i0}, d_{i0}, k, K)$.

Раскладывая $U_{\text{напр}}$ в ряд по степеням ε_i , мы получим в качестве условия минимума энергии напряжения систему $3n - 6 - m$ уравнений вида $\sum a_i \varepsilon_i = c$, где a_i и c могут быть представлены в функции значений естественных углов, равновесных межмолекулярных расстояний и коэффициентов жесткостей (точнее, отношений коэффициентов жесткостей к одному из них).

Таким образом возникает возможность решения двух задач: прямой — нахождения конформации по известным значениям жесткостей и обратной — изучения коэффициентов жесткости (а также, если в этом есть сомнение, «нормальных» углов) по точным структурным данным.

§ 3. Возможности решения прямой задачи в настоящее время невелики из-за отсутствия сведений о потенциале взаимодействия валентно не связанных атомов и о потенциале упругости угла. Тем более существенным является изучение коэффициентов жесткости анализом структуры молекул, геометрия которых определена достаточно точно.

Некоторые суждения о величинах энергии напряжения получают из термохимии. Однако из этих данных нельзя, естественно, получить сведения о слагаемых энергии молекулы — об энергии упругости или стерического отталкивания.

Энергию деформации угла принято оценивать как величину $\frac{1}{2}k\delta^2$, где k — коэффициент, взятый из данных по колебательным спектрам, а δ — деформация угла по отношению к его «нормальному» значению. Подобная оценка не оправдана. Действительно, в теории колебаний молекулы раскладывают энергию в ряд вблизи равновесного состояния. В равновесном состоянии энергия равна нулю, а δ есть угол отклонения от равновесного значения (а не от «нормального»). Нас же, напротив, интересует значение энергии напряжений равновесной молекулы. Далее, энергия $\frac{1}{2}k\delta^2$ молекулы вблизи равновесия является суммой соответствующих изменений энергий упругости угла и стерического взаимодействия, нас же интересуют раздельно жесткости обоих взаимодействий.

Таким образом, сведения о потенциалах взаимодействия могут быть получены единственным способом — анализом конформаций молекул с достаточно точно известной геометрией.

Однако некоторые упрощения могут быть приняты, во всяком случае в первых исследованиях. Рассмотрение структуры простейших гидридов, а также производных метана показывает, что коэффициент упругости угла мало меняется при переходе от атома к атому. Если предполагать, что в пределах до деформаций в 20° квадратичное представление энергии сохраняется, то это значит, что k есть постоянная величина.

Однаковая сжимаемость органических веществ и малый разброс равновесных межмолекулярных расстояний в кристалле говорят об однотипности кривых взаимодействий валентно не связанных атомов. Поскольку в молекулах не осуществляются сокращения расстояний существенно большие, чем $\frac{1}{3}d_0$, кривые взаимодействия должны быть более или менее параллельными.

На начальной стадии исследования представляется возможным говорить об одной кривой взаимодействия валентно не связанных атомов, отличающихся лишь абсциссой минимума. Возрастание энергии стерического отталкивания происходит быстрее, чем по квадратичному закону. Однако при варьировании энергии напряжения расстояния меняются незначительно и квадратичное приближение вполне оправдано. Поэтому мы будем пользоваться для энергии стерического отталкивания выражением $\frac{1}{2}K(d_{oi} - d_i)^2$, где K в свою очередь является функцией d . Примерные расчеты показывают, что отношение K/k колеблется в пределах $0,05 - 0,5 \text{ \AA}^{-2}$.

§ 4. Для многих циклических молекул варьирование конформации не приводит к изменениям энергии стерического отталкивания. Тогда энергия напряжения сводится к энергии упругости углов. Коэффициент жесткости k сокращается в условии минимума, и расчет приводит непосредственно к значениям углов, минимизующих энергию.

Для проверки теории был произведен расчет аценафтина (рис. 1). Эта молекула существенно напряжена. Увеличение внешних углов при атомах C_5 и C_1 под действием отталкивания углеродных атомов обеспечивает лишь незначительную долю деформации этих углов. Поэтому с достаточной для наших целей точностью можно положить для аценафтина $U_{\text{напр}} = U_{\text{угл}}$. Три независимых параметра, за которые были взяты отклонения от 120° углов при C_6 , C_1 и C_2 , определяют форму молекулы, обладающей двумя плоскостями симметрии. Деформацию CH_2 -группы можно не учитывать (см. ниже), так как отклонение угла при C_7 всего лишь 4° . Энергия напряжения оказывается равной $U = 6(2\varepsilon_6 + 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 0,017)^2 + 6\varepsilon_6^2 + 2\varepsilon_1^2 + 2\varepsilon_2^2 + 2(\varepsilon_6 + 2\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 0,004)^2 + 2(2\varepsilon_6 + 3\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 0,012)^2 + 2(0,5\varepsilon_6 + 0,038)^2 + 2(1,5\varepsilon_6 - 0,30)^2 + 2(\varepsilon_1 + 1,5\varepsilon_6 - 0,30)^2$. Условие минимума дает $\varepsilon_6 = 4,6^\circ$, $\varepsilon_1 = -1,8^\circ$, $\varepsilon_2 = -2,6^\circ$. Превосходное совпадение расчета и опыта (3) иллюстрирует рис. 1, на котором опытные значения приведены для двух независимых молекул.

§ 5. Существенный интерес представляют углы при алифатическом атome углерода, соединенном с двумя атомами H и двумя атомами C.

Между углами $\alpha = \angle \text{CCC}$, $\beta = \angle \text{HCH}$ и $\gamma = \angle \text{HCC}$ имеется простая связь $-\cos \gamma = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$. Выразив потенциальную энергию через не зависящие параметры, за которые можно взять отклонения углов α и β от тетраэдрического значения, и анализируя условия минимума, мы приходим к условию $\Delta\beta = -\frac{3}{4}\Delta\alpha$ и $\Delta\gamma = -\frac{1}{16}\Delta\alpha$ вне зависимости от значения отношения жесткостей K/k . Так же находим, что для любых значений K/k $\Delta\alpha > 0$. Таким образом, какова бы ни была форма потенциалов взаимодействия углов, $\angle \text{CCC}$ имеет значение, большее тетраэдрического, угол $\angle \text{HCH}$ меньше тетраэдрического, а углы $\angle \text{HCC}$ почти сохраняют значение 109,5°. При $K/k = 0,15$ мы получим $\Delta\alpha = 2,5^\circ$.

В алифатических соединениях углы $\angle \text{CCC}$ увеличены до 112°. С нашей точки зрения, такое увеличение должно иметь место всегда — вне зависимости от того, в какое соединение входит группа. В частности, в циклогексане и более высоких циклоалканах углы при атомах углерода должны иметь те же значения.

Представляет интерес произвести анализ условий минимума энергии всех точно определенных структур, а также поставить ряд точных структурных исследований специально для определения коэффициентов жесткости. Целесообразно проверить простые следствия теории, такие, например, как сокращение угла C_1 бензольного ядра в бифениле.

Институт элементоорганических соединений
Академии наук СССР

Поступило
4 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ F. H. Westheimer, в сборн. Steric Effects in Organic Chemistry, 1956
² А. И. Китайгородский, Изв. АН СССР, сер. физ., 15, 157 (1951); Органическая кристаллохимия, Изд. АН СССР, 1955. ³ H. W. W. Ehrlich, Acta Cryst., 10, 699 (1957).

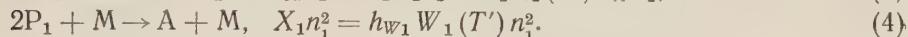
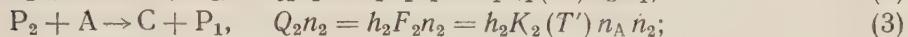
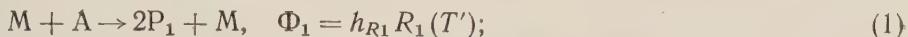
ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. А. ЛОВАЧЕВ

**ТЕОРИЯ ЦЕПОЧЕЧНО-ТЕПЛОВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ
С ДВУМЯ АКТИВНЫМИ ЦЕНТРАМИ**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 5 XI 1958)

Схема реакции, в которой А и Б представляют исходные вещества, С — продукт реакции и P_1 и P_2 — активные центры, принята в виде:



Справа записаны выражения для скоростей выделения тепла, где h_i — тепловой эффект реакции (кал/моль); n_1 и n_2 — концентрации активных центров P_1 и P_2 (моль/г смеси); n_A , n_B и n_C — концентрации веществ А, Б и С (моль/г смеси); K_i и W_1 — константы скоростей реакций ($\text{г}^2/\text{см}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{сек}$); R_1 — скорость зарождения цепей (моль/см $^3 \cdot$ сек); T' — температура (°К). Принято, что коэффициенты диффузии исходных веществ D_A и D_B и продукта D_C равны коэффициенту температуропроводности ($\lambda = c_p D_A = c_p D_B = c_p D_C$), и поэтому $R = R(T')$ и $F_i = F_i(T')$.

Система уравнений для ламинарного плоского пламени при принятых условиях и схеме реакции сводится к трем уравнениям:

$$\lambda p p' - B c p + Q_1 n_1 + Q_2 n_2 + X_1 n_1^2 + \Phi_1 = 0, \quad (5)$$

$$D p^2 n_1'' - p n_1' (B - D p') + F_2 n_2 - F_1 n_1 + R_1 - W_1 n_1^2 = 0, \quad (6)$$

$$D p^2 n_2'' - p n_2' (B - D p') + F_1 n_1 - F_2 n_2 = 0. \quad (7)$$

Принимаем следующие обозначения: x — координата (см); u — скорость потока (см/сек); ρ — плотность (г/см 3); λ — теплопроводность смеси кал/см·сек·°C; c — теплоемкость (кал/г·°C); D_{P_1} и D_{P_2} — коэффициенты диффузии активных центров (см 2 /сек); $B = u \rho$; $D = \rho D_{P_1} = \rho D_{P_2}$; $T = T' - T'_0$; $p = dT / dx$; $p' = dp / dT$; $n_1' = dn_1 / dT$; $n_1'' = d^2 n_1 / dT^2$; $n_2' = dn_2 / dT$ и $n_2'' = d^2 n_2 / dT^2$. Индекс 0 относится к начальному состоянию свежей смеси ($T' = T'_0$), индекс г — к состоянию при температуре горения ($T' = T'_r$), а индекс m — к состоянию, отвечающему максимальному значению градиента температуры ($T' = T'_m$). Крайние значения функций скоростей химических реакций равны нулю ⁽¹⁾, а граничные условия к (5), (6) и (7) сходны с приведенными в ⁽¹⁾.

Полагая сначала $R_1 = 0$ и $W_1 = 0$, концентрации активных центров при $T = T_m$ запишем согласно ⁽¹⁾ на основании (6) и (7) в виде:

$$n_{1m} = t_1 + (F_{2m} n_{2m} - F_{1m} n_{1m} - B l_1 p_m) N, \quad (8)$$

$$n_{2m} = t_2 + (F_{1m} n_{1m} - F_{2m} n_{2m} - B l_2 p_m) N, \quad (9)$$

$$n_m = n_{1m} + n_{2m} = t - B l p_m N, \quad (10)$$

$$\text{где } l_1 = \frac{n_{1r} - n_{10}}{T_r}, \quad l_2 = \frac{n_{2r} - n_{20}}{T_r}, \quad N = \frac{r}{2D_m p_m^2}, \quad t_1 = n_{10} + l_1 T_m, \quad t_2 = n_{20} +$$

$$+ l_2 T_m, \quad r = T_m (T_r - T_m), \quad l = l_1 + l_2, \quad t = t_1 + t_2 \text{ и } T_m = 0,5 T_r.$$

Соотношение (10) получено сложением (8) и (9). По (8) и (9) найдем

$$n_{1m} = \frac{t_1 + F_{2m} N n_m - B l_1 p_m N}{1 + (F_{1m} + F_{2m}) N}, \quad (11)$$

$$n_{2m} = \frac{t_2 + F_{1m} N n_m - B l_2 p_m N}{1 + (F_{1m} + F_{2m}) N}. \quad (12)$$

Теперь по суммарной скорости тепловыделения $Q_m n_m = Q_{1m} n_{1m} + Q_{2m} n_{2m}$, входящей в (5), подставляя (11), (12) и (10), получим

$$Q_m = \frac{(l_1 Q_{1m} + l_2 Q_{2m}) + (Q_{1m} F_{2m} + Q_{2m} F_{1m}) N l}{l (1 + F_{1m} N + F_{2m} N)}. \quad (13)$$

Нахождением n_m (10) и Q_m (13) задача о распространении пламени с двумя активными центрами сводится к тому решению, которое было получено (1, 2) для упрощенной схемы цепной реакции с активным центром одного вида. Этим подтверждается реальность упрощенной схемы. Для максимального градиента температуры $p_m = p_*$ по (2) получим

$$2D_m p_m^2 = Q_m r L, \quad (14)$$

$$\text{где } L = \frac{l}{c} \frac{(\kappa - 2q)}{2q}; \quad q = \frac{p_0}{p_m} \left(\frac{T'_0}{T'_m} \right)^{\frac{a-1}{a}} \text{ при } D_p \sim (T')^a \text{ и } \kappa = \frac{c D_p}{\lambda_0}.$$

Подставляя (14) в (13), найдем из квадратного уравнения

$$Q_m = \frac{(L Q_l - F_m) \pm \sqrt{(L Q_l - F_m)^2 + 4 L Q_F}}{2L}, \quad (15)$$

$$\text{где } Q_l = \frac{l_1 Q_{1m} + l_2 Q_{2m}}{l}, \quad Q_F = Q_{1m} F_{2m} + Q_{2m} F_{1m} \text{ и } F_m = F_{1m} + F_{2m}.$$

Полагая, что $L Q_l \ll F_m$ (можно показать, что это всегда имеет место) и разлагая радикал в (15) в ряд, найдем

$$Q_m \approx \frac{Q_F}{F_m} = (h_1 + h_2) \frac{F_{1m} F_{2m}}{F_{1m} + F_{2m}}. \quad (16)$$

Наконец, согласно (2) для скорости распространения пламени u_0 получим соотношение с учетом скоростей зарождения ($R_1 \neq 0$) и квадратичного обрыва цепей ($W_1 \neq 0$):

$$u_0 = \varphi \xi \psi \frac{1}{p_0} \sqrt{\frac{n_r Q_m p_m D_p m}{2 c T_r}}, \quad (17)$$

где $\varphi = 2 \sqrt{\frac{2q}{\kappa} \left(1 - \frac{2q}{\kappa} \right)}$, $n_{1r} = n_{1r} + n_{2r}$, $D_p = D_{p_1} = D_{p_2}$, а Q_m определяется по (15) или по приближенному соотношению (16). Коэффициенты ξ и ψ по (1, 2) определяются соотношениями

$$\xi = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{16q \kappa c T_r R_{1m}}{(\kappa - 2q)^2 n_{1r}^2 Q_m} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (18)$$

$$\psi = \left(1 + \frac{qc T_r}{\kappa Q_m} \cdot \dot{W}_{1m} \right)^{-1/2}. \quad (19)$$

Полагая, как в (1), что распределение концентраций P_1 и P_2 определяется значениями величин при $T = T_m$, получим в соответствии с (11) и (12) зависимости концентраций P_1 и P_2 от температуры:

$$n_1(T) = \frac{(2D_m p_m^2 l_1) T + (F_{2m} n_m - \eta l_1 p_m^2) T (T_r - T)}{2D_m p_m^2 + (F_{1m} + F_{2m}) T (T_r - T)}, \quad (20)$$

$$n_2(T) = \frac{(2D_m p_m^2 l_2) T + (F_{1m} n_m - \eta l_2 p_m^2) T (T_r - T)}{2D_m p_m^2 + (F_{1m} + F_{2m}) T (T_r - T)}, \quad (21)$$

где $n_m = \frac{n_r}{2} \left(1 - \frac{2q}{\kappa}\right)$; $\eta = 4D_m q \frac{1}{\kappa T_m}$; p_m находится по (14).

Соотношения (15) или (16) и (10) дают возможность определить для упрощенной схемы цепной реакции ^(1,3) эффективную константу скорости продолжения цепи и величину эффективной концентрации активного центра одного вида по данным для реакционной схемы с двумя активными центрами.

Из (16) вытекает, что величина Q_m , от которой зависит скорость выделения тепла в (17), а следовательно, и скорость распространения пламени, определяется в основном наименьшей из величин F_{1m} или F_{2m} , не зависит от n_{1r} и n_{2r} и от отдельных тепловых эффектов, а определяется суммой $(h_1 + h_2)$. Скорость выделения тепла зависит еще от $n_r = n_{1r} + n_{2r}$, которая будет в основном определяться наибольшей из концентраций двух активных центров при температуре горения. Активный центр с наибольшей концентрацией (мол/г) или пропорциональным ей наибольшим парциальным давлением при температуре горения будет определяющим (ведущим) активным центром.

Соотношение (17) дает возможность находить константы и энергии активации процессов (2) и (3) по опытным зависимостям u_0 от T_r' в том случае, если, например, в смесях с избытком вещества Б $F_{1m} > F_{2m}$ (в этом случае из (16) следует, что $Q_m \approx (h_1 + h_2) F_{2m}$, и определяются константа K_2 и энергия активации E_2) или в смесях с избытком А $F_{1m} < F_{2m}$ (при этом находятся K_1 и E_1). Определив, например, K_2 и E_2 , можно найти K_1 и E_1 по зависимости u_0 от T_r' в смесях с избытком А. Когда известны константа и энергия активации какого-либо одного из процессов (2) или (3), то константа и энергия активации второго процесса могут быть определены по опытной зависимости u_0 от T_r' с помощью соотношения (17) при любых F_{1m} и F_{2m} .

Для двух случаев хлоро-водородного пламени по (17) были рассчитаны теоретические значения скоростей распространения пламени, которые

Таблица 1

Опытные и теоретические значения скоростей распространения (см/сек) для хлоро-водородных смесей

Состав горючей смеси	$0,6\text{H}_2 + 0,4\text{Cl}_2$	$0,5\text{H}_2 + 0,5\text{Cl}_2$
Опытные данные Бартоломе (4)	405	350
По соотношению (17)	350	485

приводятся в табл. 1 вместе с соответствующими опытными величинами по (4). Константы скоростей были приняты по (5): $K_1 = 10^{13,9} \rho^2 \times \exp(-5500/RT')$, $K_2 = 10^{13,4} \rho^2 \exp(-2500/RT')$. Коэффициенты переноса взяты по (6): $(D_{\text{P}_1})_0 = 0,19$ (атом Cl), $(D_{\text{P}_2})_0 = 1,04$ (атом H) и $\lambda_0 = 8,6 \cdot 10^{-5}$. Скорость распространения пламени определяется диффузионным потоком активных центров, поэтому значение D_{P_m} , входящее в (17), было вычислено по соотношению $D_{\text{P}_m} = (D_{\text{P}_{1m}} n_{1r} + D_{\text{P}_{2m}} n_{2r}) / (n_{1r} + n_{2r})$.

Более точное соотношение для D_{P_m} будет приведено в следующей статье, в которой будет опубликовано решение при $D_{P_1} \neq D_{P_2}$.

Принимая во внимание сопоставление теоретических значений u_0 , вычисленных по (17), с результатами численного интегрирования исходной системы уравнений, приведенными в ⁽¹⁾, а также соответствие между опытными и теоретическими значениями по табл. 1, следует сделать вывод, что теоретическое рассмотрение распространения пламени в системах со схемой реакции, подобной приведенной в начале настоящей статьи, правильно описывает процесс реального распространения такого пламени.

Зависимости u_0 от давления и температуры горения T'_r существенным образом определяются изменением концентраций активных центров с давлением и температурой ⁽²⁾. Соотношение (17) дает возможность количественно оценивать ведущую роль одного из двух активных центров при одинаковых коэффициентах их диффузии. Концентрации различных активных центров могут по-разному зависеть от давления для смеси данного состава. При изменении исходного состава смеси быстрота изменения концентрации данного активного центра меняется. Поэтому с уменьшением давления определяющая (ведущая) роль может переходить от одного активного центра к другому, концентрация которого при снижении давления возрастает быстрее. Угол наклона на графике опытной зависимости в координатах $\lg u_0$ — обратная температура зависит главным образом от теплоты образования ведущего активного центра. Поэтому при анализе опытных данных с помощью формул, полученных без учета диффузии активных центров, вместо энергии активации E будет находиться некоторое эффективное значение $E_\Phi = E + H_i$, где H_i — эффективная теплота, которая зависит от состава смеси и определяется соотношением пропорциональности $\sqrt{n_i} \sim \exp(H_i/RT'_r)$.

Распределение концентраций активных центров в зависимости от температуры дается соотношениями (20) и (21). Если, например, $n_{1r} > n_{2r}$, то суммарная концентрация активных центров будет в основном определяться диффузией P_1 , а зависимость $n(T) = n_1(T) + n_2(T)$ будет иметь вид кривой, непрерывно возрастающей от начальной концентрации $n = n_1$ до конечной $n = n_r$, наибольшей по величине от начальной температуре до температуры горения. Зависимость $n_1(T)$ будет представлена кривой такого же характера, а кривая зависимости $n_2(T)$ будет иметь максимум между начальной температурой и температурой горения, так как пр относительно малом l_2 величина числителя в соотношении (21) будет определяться в основном зависимостью $F_{1m} n_m T (T_r - T)$. При схеме реакции, принятой в настоящей статье, в реальных величинах скорости зарождения цепей обе кривые $n_1(T)$ и $n_2(T)$ не могут одновременно иметь максимумы в зоне реакции.

На основании изложенного выше соотношение для определения скорости распространения пламени может быть получено с учетом процессов, обратных и параллельных процессам (2) и (3), а также с учетом скорости зарождения и скорости квадратичного обрыва для второго активного центра.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
1 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. А. Ловачев, ДАН, **120**, № 6, 1287 (1958). ² Л. А. Ловачев, ДАН, **123**, № 3, 501 (1958). ³ D. B. Spalding, Phil Trans. Roy. Soc. London, A249, № 957, (1956). ⁴ E. Bartolomé, Zs. f. Elektrochem., **54**, № 3, 169 (1950). ⁵ A. F. Trotman-Dickenson, Gas Kinetics, London, 1955, p. 182—186. ⁶ K. Hellwig, R. C. Anderson, J. Am. Chem. Soc., **77**, 232 (1955).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. И. ПОПОВ и член-корреспондент АН СССР С. З. РОГИНСКИЙ

**КИНЕТИЧЕСКИЙ ИЗОТОПНЫЙ ЭФФЕКТ ОКИСЛЕНИЯ ВОДОРОДА
НА ПЛАТИНЕ**

В гомогенной кинетике для изучения механизма химических реакций широко используется исследование кинетических изотопных эффектов^(1, 2). В гетерогенном катализе таких исследований было довольно много в тридцатых годах, но их результаты не оказали сколько-нибудь заметного влияния на развитие теории катализа из-за противоречивости и недостаточной ясности постановки задачи. В последние годы появились отдельные работы с применением современных методов изотопных исследований^(1, 3). Они содержат интересные частные наблюдения, но не скрывают путей для широкого применения величин кинетических изотопных эффектов в теории катализа. Между тем, легко показать, что такие измерения, тесно увязанные с измерением других характеристик, в принципе могут дать существенные сведения. В частности, таким путем можно надеяться определять режимы каталитических реакций, их стадии, природу связей, рвущихся или образующихся на контролирующем этапе, и структуру переходного комплекса, а также адсорбционную и кинетическую неоднородность поверхности и т. д.⁽¹⁾. Для этого раньше всего нужны надежные измерения величин изотопных эффектов.

В настоящей работе изложены результаты измерения кинетического изотопного эффекта окисления водорода на платине при большом избытке водорода. Выбор этой реакции определился отсутствием побочных процессов, возможностью проведения реакции в широком интервале температур, начиная с температур, лежащих ниже 0°, наличием ряда более ранних работ нашей лаборатории, приведших к формулировке вероятной стадийной схемы реакции⁽⁴⁾, а также описанием любопытных температурных аномалий в старых работах, посвященных этой реакции на платине и палладии^(5, 6).

Экспериментальная часть

Принцип метода и описание установки. Реакция проводилась в динамических условиях с использованием в качестве катализатора гладкой платины, что исключало осложнения, связанные с пористостью. К потоку водорода с повышенным содержаниемдейтерия, поступающему на катализатор, непрерывно добавлялось количество кислорода, составляющее несколько процентов от стехиометрического. При его полном израсходовании реагирует лишь некоторая доля от общего количества водорода. После выделения образовавшейся воды непрореагировавший водород количественно сжигается в атмосфере кислорода. По изотопному составу рекуперата и воды, полученной при каталитическом окислении, вычисляется изотопный состав исходного водорода. Величина кинетического изотопного эффекта α определяется по соотношению концентраций протия идейтерия в воде, образовавшейся в результате каталитической реакции, и в исходном водороде. Исследование проводилось в стеклянной цельнопаянной установке, схема которой приведена на рис. 1.

Газы водород и кислород получались разложением воды, обогащенной по дейтерию в электролизере с одним катодом и двумя анодами, параллельно подключаемыми к источнику тока. Объем электролита (20% раствор едкого натра) составлял 650—700 мл. В цепь малого анода вводился реостат, позволяющий регулировать соотношение величины анодных токов, а следовательно и соотношение количеств кислорода, выделяющихся на обоих анодах. Кислород с малого анода поступает для частичного окисления водорода на платине, а с большого для сжигания непрореагировавшей части в кварцевой горелке. Величины газовых потоков определялись по силе тока.

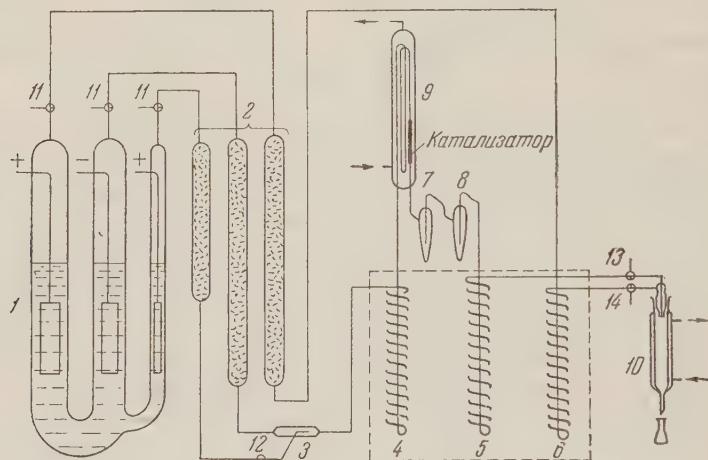


Рис. 1. Схема установки для исследования кинетического изотопного эффекта контактного окисления водорода на платине. 1 — электролизер; 2 — колонки с силикагелем для осушки газов; 3 — смеситель; 4, 5, 6, 7, 8 — ловушки, охлаждаемые твердой углекислотой; 9 — реактор; 10 — рекуператор; 11, 12, 13, 14 — краны

Реактор представляет собой коленчатую трубку длиной в 120 см с внутренним диаметром 6,5 мм, заключенную в рубашку, по которой пропускается вода из термостата типа Гепплера. В выходном участке трубы реактора помещался моток платиновой проволоки длиной 800 см и сечением 0,2 мм (геометрическая поверхность 50 см²). В предварительных опытах непосредственно в зону реакции вводилась никром-константановая термопара, но, как оказалось, температура не изменяется ни с началом реакции, ни в ее ходе, поэтому в последующих опытах термопара в реактор не вводилась.

Для вымораживания воды, образующейся в результате каталитического окисления водорода, с реактором соединены последовательно две ловушки, которые дают возможность проводить опыты как с отбором одной порции воды, так и с отбором двух последовательных порций. В одинарных опытах вода вымораживается в ловушке 7, в двойных — сначала в ловушке 8 при ловушке 7, нагретой до 160° , а затем в ловушке 7. Непрореагировавший водород поступает в рекуператор — кварцевую горелку, соединенную шлифом с водяным холодильником. Рекуператор в одинарном опыте из холодильника стекает в одну пробирку, а в двойном — последовательно в две

Проведение опытов. Перед началом опыта электролизер соединяется кранами 11 с атмосферой, затем подключается к источнику тока, и электродные пространства продуваются трехкратным объемом газов. Одновременно система через трехходовые краны 13 и 14 (при открытом кране 12) откачивается до давления порядка 10^{-2} мм, а через рубашку реактора начинают пропускать из термостата воду, нагретую до температуры

опыта. Далее водородная линия, «большая» и «малая» кислородные (до крана 12) заполняются, соответственно, водородом и кислородом из электролизера. Опыт начинается с подачи кислорода «малой» линии через кран 12 и смеситель 3 в реактор, а непрореагировавшего водорода и кислорода «большой» линии — в рекуператор 10.

Кинетический изотопный эффект водорода в этой работе измерялся при 95°. Объемные скорости водорода и кислорода, поступающих в реактор, были равны, соответственно, 1,7 и 0,085 л/час. Полному расходованию кислорода отвечает окисление 0,1 вводимого водорода. Таким образом, в одинарном опыте при 4-часовой работе накапливалось 0,54 мл воды, полученной в результате каталитического окисления водорода, и 5,4 мл рекуперата. Обе порции воды очищались с помощью однократной «экспресс-перегонки» (7), а затем анализировались капельным методом, относительная точность которого для наших концентраций дейтерия (1,5—2,5 мол. %) составляет $\pm 1\%$ (7). По их изотопному составу рассчитывался изотопный состав исходного водорода, а затем коэффициент разделения.

Результаты опытов и их обсуждение. В табл. 1 приведены результаты наших опытов по кинетическому изотопному эффекту окисления водорода на платине при 95°. Как видно из таблицы, в ходе каталитического окисления водорода происходит обогащение образующейся воды протием. Значения коэффициента разделения α , рассчитанные по приведенному ниже уравнению, в четырех опытах, из которых два дублировались, колеблются в сравнительно узких пределах $\pm 0,04$ от среднего арифметического $\alpha = 1,31$, т. е. $\Delta\alpha = \pm 3\%$.

При необратимости реакции вещества, состоящего из двух изотопных форм, и при отсутствии искажающего влияния изотопного обмена реакцию можно рассматривать как два независимых процесса. В нашем случае (при небольшом содержании дейтерия в водороде) это практически только



Каждый из этих процессов включает диффузию водорода к поверхности и последующие стадии, которые могут начинаться с адсорбции H_2 или с его реакции при ударе об адсорбированный кислород и заканчиваться десорбцией воды и ее диффузией из приповерхностного слоя в газовый поток.

При контроле процесса внешней диффузией водорода обе реакции протекали бы по первому порядку:

$$\frac{d[H_2O]}{dt} = k_1 ([H_2] - [H_2O]), \quad \frac{d[HDO]}{dt} = k_2 ([HD] - [HDO]).$$

Разделив почленно первое кинетическое уравнение на второе и проинтегрировав результат, получаем

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\ln(1 - f_1)}{\ln(1 - f_2)},$$

где $f_1 = [H_2O]/[H_2]$, $f_2 = [HDO]/[HD]$ — доли превращения H_2 и HD .

Отношение констант $k_1/k_2 = D_1/D_2$ представляет искомый кинетический эффект или коэффициент разделения α при контроле процесса диф-

Таблица 1

№№ опытов	Порции воды	Водород, окислен, каталитически, % D_2O	Непрореагир. водород (рекуператор), % D_2O	Исходный водород (расч.), % D_2O	α	
					1	2
1	I	1,83	2,41	2,35	1,31	
	II	1,72	2,22	2,17	1,28	
2	I	1,56	2,05	2,00	1,31	
	I	1,56	2,12	2,06	1,35	
3	II	1,58	2,18	2,12	1,35	
	I	1,65	2,12	2,07	1,28	
4						

фузией водорода*. Аналогичные рассуждения имеют силу и при контроле процесса диффузией воды, образовавшейся в результате окисления, из приповерхностного слоя катализатора в газовый поток.

В силу известной обратной пропорциональности коэффициента диффузии корню квадратному из массы диффундирующей молекулы, отношение констант k_1/k_2 в случае диффузии водорода к поверхности катализатора равнялось бы $D_1/D_2 = \sqrt{m_{\text{HD}}/m_{\text{H}_2}}$, т. е. 1,22, и при диффузии молекул образовавшейся воды из приповерхностного слоя в газовый поток $D_1/D_2 = \sqrt{m_{\text{HDO}}/m_{\text{H}_2\text{O}}}$, т. е. $\approx 1,03$. Сравнивая эти величины с полученным нами значением $\alpha = 1,31$, которое, возможно, несколько занижено вследствие катализитического изотопного обмена $\text{HD} - \text{H}_2\text{O}$ (влияющего на изотопный состав в направлении, противоположном кинетическому изотопному эффекту), внешнюю диффузию водорода или воды на контролирующем этапе следует исключить.

Значительно сложнее обстоит дело в случае контроля процесса катализитического окисления водорода химическими или адсорбционными стадиями, так как при этом в переходных комплексах участвуют атомы поверхности катализатора, в скрытом виде входят термодинамические эффекты адсорбционных равновесий и т. п.

При низких давлениях скорость окисления H_2 на Pt и Pd описывается уравнением $\omega = k \frac{[\text{O}_2]}{[\text{H}_2]^{1/2}}$, явно включающим концентрацию водорода⁽⁴⁾. При давлениях, близких к атмосферному, скорость реакции пропорциональна давлению кислорода и почти не зависит от давления водорода^(8, 9). По-видимому в наших опытах скорость контактного окисления водорода контролируется стадией, не включающей непосредственно водород (например хемосорбцией O_2) или включающей водород в форме, не зависящей от его концентрации в газовой фазе, например водород насыщенного адсорбционного слоя на активной поверхности катализатора. Это, однако, не исключает появления водородного кинетического эффекта, так как доля O_2 , O_2^- или O^- , реагирующих с молекулами H_2 и HD, на заполненных участках зависит от их удельного содержания на поверхности, т. е. от отношения концентрации в газовой фазе с поправкой на изотопный эффект адсорбции. Кроме того, следует учитывать истинный кинетический изогонный эффект реакций O_2 (O_2^- или O^-) с H и D или с H_2 и HD.

До прямых измерений изотопного эффекта адсорбции в условиях катализатора преждевременно говорить более определенно о характере химического этапа контактного окисления водорода, приводящего к появлению наблюдаемого разделения изотопов водорода. Необходимо также выяснить влияние на величину α изменения активности катализатора. Опыты с O^{16} и O^{18} и с водородом, содержащим большой процент дейтерия, вместе с определением температурной зависимости α могли бы помочь уточнению природы химической стадии контактного окисления водорода и ее переходного комплекса.

Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
2 XII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ С. З. Рогинский, Теоретические основы изотопных методов изучения химических реакций, Изд. АН СССР, 1956. ² Lars C. S. Melander, The Use of Nuclides in the Determination of Organic Reaction Mechanisms, 1955. ³ K. Wiberg, Chem. Rev., 55, 713 (1955). ⁴ О. В. Крылов, С. З. Рогинский, ДАН, 88, 293 (1953); Изв. АН СССР, ОХН, 1956, № 2. ⁵ H. W. Melwill, J. Chem. Soc., 1934, 1243. ⁶ Т. Тишольски, Zs. phys. Chem., 40, 333 (1938). ⁷ А. И. Шатенштейн, Е. А. Яковлева и др., Изотопный анализ воды, Изд. АН СССР, 1957. ⁸ Г. К. Боресков, М. Г. Слинько, А. Г. Филиппова, ДАН, 92, № 2, 353 (1953). ⁹ C. N. Nipshelwood, J. Chem. Soc., 1929, 1779.

* D_1 и D_2 — коэффициенты диффузии молекул H_2 и HD.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. А. ШАРПАТЫЙ, В. Д. ОРЕХОВ и М. А. ПРОСКУРНИН

**О ХАРАКТЕРЕ И РОЛИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПРОДУКТОВ
ПРИ РАДИОЛИТИЧЕСКОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ НИТРАТА**

(Представлено академиком С. С. Медведевым 11 XI 1958)

В работах ^(1, 2) отмечалось, что на радиолитическое восстановление нитрата оказывает заметное влияние молекулярный кислород, присутствующий в растворе. Было высказано предположение, что ингибирующее действие молекулярного кислорода связано с взаимодействием его с промежуточными продуктами восстановления нитрата типа HNO_3^- и должно было бы проявляться уже при чрезвычайно малых концентрациях O_2 . Кроме того, на реакцию диспропорционирования ионов HNO_3^- (вторую основную стадию восстановления нитрата) должны были бы оказывать влияние мощность дозы γ -лучей и температура раствора.

Мы исследовали зависимость выхода нитрита от мощности дозы в 1 M растворе нитрата и 1 M NaOH в интервале мощностей доз от 0,04 до 1000 г/сек. Выход нитрита в растворах, насыщенных воздухом, остается постоянным во всем интервале изменения мощности доз и равняется ~ 3 экв/100 эв (рис. 1,1). В отсутствие кислорода (раствор насыщался азотом) в области мощностей доз 0,5—1000 г/сек выход нитрита значительно выше (~ 8 экв/100 эв) (рис. 1,2). При содержании кислорода 2,5% в газовой смеси кислорода и азота над раствором $\text{G}_{\text{NO}_2^-}$ прямо пропорционален логарифму мощности дозы (рис. 1, 3).

Эти результаты могут служить косвенным подтверждением предположения о конкуренции процессов диспропорционирования иона гидроазотной кислоты и окисления его кислородом до нитрат-иона. При малых мощностях доз (0,04—0,5 г/сек) средняя концентрация HNO_3^- в объеме раствора настолько мала, что $0,5 \cdot 10^{-5} M$ концентрации кислорода достаточно, чтобы кислород мог конкурировать с процессом диспропорционирования ионов HNO_3^- . При больших мощностях доз (60—100 г/сек) необходима более высокая концентрация O_2 в растворе для прохождения обратной реакции $\text{HNO}_3^- + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}_3^- + \text{HO}_2$. В интервале изменения мощности доз от 0,04 до 0,1 г/сек в 1 M растворе нитрата, насыщенном азотом, выход нитрита возрастает до 10,5—11 экв/100 эв (рис. 1,1), т. е. достигает значений, которые могут соответствовать полному использованию продуктов радиолизованных молекул воды (так же как и в случае применения сопряженных акцепторов ^(1, 3) *).

Для выяснения роли промежуточных продуктов в процессе восстановления нитрата был поставлен ряд опытов по облучению растворов при различных температурах. Как уже отмечалось ранее, в области температур 20—90° выход нитрита не меняется в растворах, насыщенных азотом ^(2, 3). По-видимому, такое изменение температуры мало влияет на образование конечных продуктов NO_3^- и NO_2^- по реакции диспропорционирования

* Введение сопряженного акцептора OH-радикалов—глицерина при этих условиях облучения не изменяет $\text{G}_{\text{NO}_2^-}$, который остается равным 10,5—11 экв/100 эв.

$(G_{\text{NO}_2^-} = 8 - 8,5 \text{ экв/100 эв})$. Облучение растворов при более низких температурах (до -25°) приводит к уменьшению $G_{\text{NO}_2^-}$ до значений $\sim 2,5 \text{ экв/100 эв}$ *. При дальнейшем понижении температуры растворов вплоть до температуры жидкого азота $G_{\text{NO}_2^-}$ остается практически постоянным (рис. 2, 1). В растворах, содержащих кислород (насыщались воздухом),

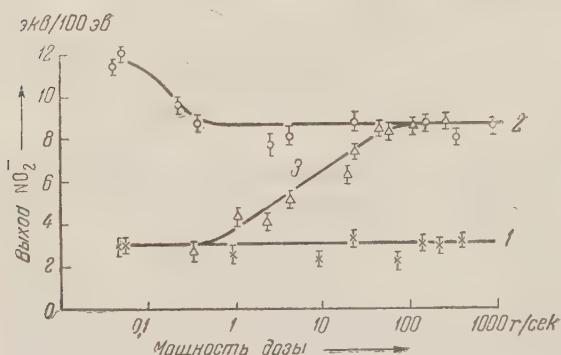


Рис. 1. Зависимость $G_{\text{NO}_2^-}$ от мощности дозы γ -лучей (логарифмический масштаб). 1 — раствор насыщен воздухом, 2 — раствор насыщен азотом, 3 — раствор насыщен смесью газов N_2 и O_2 с 2,5% кислорода в смеси над раствором

ставляет собой смесь кристаллов NaNO_3 и льда ⁽⁴⁾.

Применение метода электронного парамагнитного резонанса к системе нитрат — вода во время облучения ускоренными электронами позволило обнаружить при температурах от -196 до -70° ряд промежуточных радикальных продуктов восстановления нитрата и атомарный водород **. Отмечено, что промежуточные радикальные продукты быстро исчезают после прекращения облучения, и тем быстрее, чем выше температура замороженного раствора. Кроме того, было обнаружено, что в замороженных растворах нитрата, очевидно, в меньшей степени присутствуют радикалы, образующиеся в замороженной воде, которые, по-видимому, вступают в реакцию с ионами нитрата. Отсюда в первом приближении можно считать, что в данном случае мы имеем дело с однородной смесью кристаллов, где происходят обычные радикальные реакции.

зависимость выхода нитрита от температуры раствора имеет несколько иной вид (рис. 2, 2). Падение выхода начинается при более высоких температурах и обусловлено также взаимодействием O_2 с промежуточными продуктами восстановления нитрата.

Для определения точного значения $G_{\text{NO}_2^-}$ в замороженных растворах необходимо знание механизма передачи поглощенной энергии и взаимодействия образующихся радикальных продуктов с учетом поверхности эффектов, поскольку эвтектика пред-

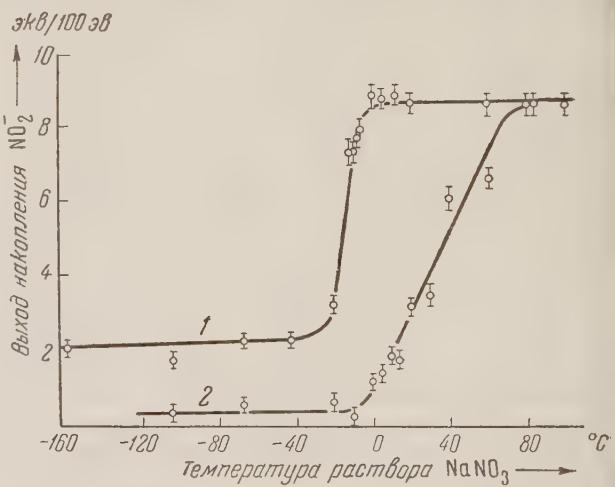


Рис. 2. Зависимость $G_{\text{NO}_2^-}$ от температуры раствора. 1 — раствор насыщен азотом, 2 — воздухом

* Выход нитрита был рассчитан в предположении, что замороженный раствор представляет собой однородную смесь кристаллов льда и NaNO_3 .

** Концентрация Н-атомов в тысячи раз меньше, чем концентрация промежуточных радикальных продуктов восстановления нитрата.

Из сказанного можно заключить, во-первых, что основные процессы восстановления нитрата в замороженных растворах происходят до размораживания их для анализа на продукты превращения нитрат-иона, что не согласуется с выводами некоторых авторов (5); во вторых, наряду с прямым действием γ -излучения на NO_3^- , в замороженных растворах, как уже отмечалось (1, 6), имеет место радикальное восстановление нитрата. В дальнейшем с помощью метода ЭПР предполагается более детально изучить свойства промежуточных продуктов системы.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность сотрудникам Института химической физики АН СССР Н. Я. Бубену, А. Т. Корницкому, Ю. Н. Молину и В. Н. Шамшеву за проведение ряда опытов по исследованию радикалов с помощью метода ЭПР во время облучения.

Научно-исследовательский
физико-химический институт
им. Л. Я. Карпова

Поступило
11 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. А. Шарпatty, В. Д. Орехов, М. А. Проскурин, Сборн. Действие ионизирующих излучений на неорганические и органические системы. Изд. АН СССР, 1958, стр. 43. ² М. А. Проскурин, В. Д. Орехов, Е. В. Барелко, А. И. Чернова, Сборн. Изотопы и излучения в химии, Изд. АН СССР, 1958, стр. 119. ³ В. А. Шарпatty, В. Д. Орехов, М. А. Проскурин, Сборн. Действие ионизирующих излучений на неорганические и органические системы, Изд. АН СССР, 1958, стр. 37. ⁴ В. Альтгаммер, Расчеты и графика соляных растворов, 1932, стр. 10. ⁵ Z. M. Vacq, R. Alexander, Fundamentals of Radicbiology, London, 1955, p. 49. ⁶ В. А. Шарпatty, Тр. Первого всесоюзн. совещ. по радиационной химии, Изд. АН СССР, 1958, стр. 112.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. И. ОКУНЕВ, А. К. КИРЬЯНОВ и Б. И. СЕРГИН

РАВНОВЕСНЫЕ УСЛОВИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОКИСИ ЦИНКА
МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ЖЕЛЕЗОМ

(Представлено академиком С. И. Вольфовичем 6 X 1958)

Одним из взаимодействий, определяющих отгонку цинка при фьюминговании цинковистых шлаков, является восстановление окиси цинка металлическим железом. Однако условия равновесия этой реакции экспериментально не изучены. Имеются лишь кинетические исследования (1) и заводские испытания (2), на основании которых установлена значительная скорость и полнота ее протекания.

Таблица 1

Исходные термодинамические данные

Соединение	ΔH_{298°	S_{298°	$C_p = a + bT + cT^2$			Температурн. интервал, $^\circ\text{К}$	Лит. источник
			a	$b \cdot 10^3$	$c \cdot 10^{-5}$		
$\text{Zn}_{(\text{г})}$	31200	38,36	4,97	—	—	—	—
ZnO	— 83360	10,40	11,71	1,28	—2,180	298—1000	(5)
$\text{Fe}(\gamma)$	510	6,60	4,85	3,00	—	298—1357	(5)
FeO	— 64500	14,20	11,66	2,00	—0,670	298—1650	(6)
Fe_3O_4	— 266800	35,00	41,17	18,82	—9,795	273—1065	(6)
$\text{ZnO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$	— 285600	31,50	41,17	18,82	—9,795	—	По аналогии Fe_3O_4

В настоящем сообщении кратко излагаются результаты экспериментального исследования условий равновесия реакции:



которые сравниваются с расчетными данными.

Термодинамический анализ реакции (a) и побочных процессов выполнен методом Темкина—Шварцмана (3) с использованием данных, приведенных в табл. 1. Результаты анализа сведены в табл. 2.

Экспериментальное изучение условий равновесия реакции (a) осуществлялось по методике, использованной ранее (4).

Навески химически чистых препаратов, взятых в стехиометрическом отношении, помещались в фарфоровые лодочки и прокаливались в токе очищенного азота в течение 15—45 мин. в интервале температур 800—1000°C.

Размер реакционной трубки и скорость газа подбирались такими, чтобы обеспечивались условия, отвечающие равновесным. Количество выделившегося цинка определялось после опыта путем взвешивания реакционной смеси на аналитических весах.

Результаты экспериментов приведены в табл. 3 и на рис. 1.

При изучении реакции (а) необходимо было учесть возможность протекания побочных реакций, например:

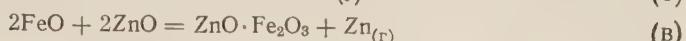


Таблица 3

Экспериментальные данные и рассчитанные по ним величины K_p , ΔZ_T° реакции (а)

T-ра, °C	Убыль веса навески *, мг	Степень протекания реакции, %	K_p	$\lg K_p$	ΔZ_T°
800	0,6	0,036	$4,07 \cdot 10^{-3}$	-2,39	2560
900	9,2	0,394	$4,57 \cdot 10^{-2}$	-1,34	1570
900	6,0	0,256	$3,02 \cdot 10^{-2}$	-1,52	1780
900	4,8	0,195	$2,33 \cdot 10^{-2}$	-1,63	1910
950	14,2	0,577	$6,86 \cdot 10^{-2}$	-1,16	1420
950	9,8	0,400	$4,84 \cdot 10^{-2}$	-1,31	1600
1000	23,2	0,815	$9,78 \cdot 10^{-2}$	-1,01	1278
1000	19,8	0,910	$1,07 \cdot 10^{-1}$	-0,97	1238

* Исходный вес 2,57 мг.

Таблица 4

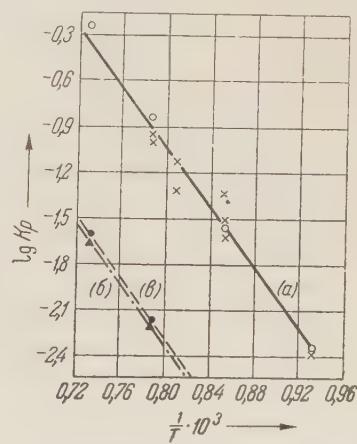
Расчетные значения ΔZ_T° и P_{Zn} для реакций (б) и (в)

t °C	Реакция (б)			Реакция (в)		
	ΔZ_T°	$\lg K_p$	P_{Zn}	ΔZ_T°	$\lg K_p$	P_{Zn}
900	15266	-2,845	$1,43 \cdot 10^{-3}$	15437	-2,821	$1,55 \cdot 10^{-3}$
1000	12740	-2,192	$6,92 \cdot 10^{-3}$	12692	-2,179	$6,62 \cdot 10^{-3}$
1100	10232	-1,629	$2,89 \cdot 10^{-2}$	10229	-1,628	$2,35 \cdot 10^{-2}$
1200	2740	-1,000	0,10	7743	-1,149	$7,09 \cdot 10^{-2}$

Термодинамический анализ реакций (б) и (в), результаты которого приведены в табл. 4, показал, что давление цинка, развивающееся по этим реакциям, значительно меньше упругости паров основного процесса. Поэтому влиянием побочных реакций на изучаемую можно пренебречь.

Следует, однако, отметить, что равновесное давление паров цинка по реакциям (б) и (в) в несколько раз превосходит упругость паров этого металла при фьюминговании шлаков. При известных условиях эти взаимодействия могут быть, по-видимому, использованы для практических целей.

Рис. 1. Зависимость констант равновесия реакций (а), (б) и (в) от температуры



Как видно из рис. 1 и сравнения данных табл. 2 и 3, экспериментальные значения константы равновесия реакции (а) удовлетворительно совпадают с расчетными величинами. То же относится и к значению ΔH_0 , найденному методом σ -функции: опытное значение составило величину

50000 кал/моль, против 50644 кал/моль согласно калориметрическим измерениям. Сказанное служит косвенным доказательством отсутствия влияния побочных процессов

Температурная зависимость изменения изобарного потенциала и константы равновесия может быть выражена следующими уравнениями:

$$\Delta Z_t^0 = 48697 - 34,39 T;$$

$$\lg K_p = -\frac{10645}{T} + 7,517.$$

Уральский научно-исследовательский
и проектный институт медной промышленности

Поступило
4 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. М. Лакерник, Сборн. научн. тр. Научно-иссл. инст. цветн. мет., № 10, 218 (1955). ² А. И. Окунев, В. М. Вильмов, И. Г. Саркисов, Бюлл. Центр. инст. информ. Мин. цветн. мет. СССР, № 4 (81), 19 (1957). ³ М. Х. Карапетьянц, Химическая термодинамика, 1953. ⁴ А. И. Окунев, Л. А. Поповкина, ДАН, 107, № 1, 97 (1956). ⁵ Э. В. Брицке, А. Ф. Капустинский, Термические константы неорганических веществ, Изд. АН СССР, 1951. ⁶ О. Кубашевский, Э. Эванс, Термохимия в металлургии, ИЛ, 1954.

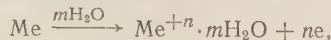
ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Н. Д. ТОМАШОВ и Ю. Н. МИХАЙЛОВСКИЙ

МЕХАНИЗМ АНОДНОГО РАСТВОРЕНИЯ МЕТАЛЛОВ В ПОЧВАХ

(Представлено академиком В. И. Спицыным 6 XI 1958)

Процесс анодного растворения металлов во влажных почвах, так же как и для электролитов, может быть представлен общим уравнением:



где первичной стадией является переход в почвенный электролит иона металла. Поскольку анодный процесс сопровождается гидратацией образующихся ионов металла, необходимым условием является присутствие в почве определенного количества влаги (1). Значительное изменение влажности естественных грунтов может в сильной степени влиять на скорость анодного растворения металлов. Ниже приводятся результаты экспериментального исследования процесса анодного растворения железа «Армко» в ряде влажных почв.

На рис. 1 приведены анодные поляризационные кривые, полученные на железных электродах в песке различной влажности: 1 — 20%, 2 — 15%, 3 — 10%, 4 — 5%, 5 — 2,5%, 6 — 1%. Увлажнение производилось 10% раствором NaCl. Из приведенных данных видно, что при уменьшении влажности почвы происходит сдвиг стационарного потенциала железа в положительную область и увеличение торможений анодной реакции. Аналогичная зависимость наблюдается и в глинистых почвах. Следует заметить, что при уменьшении влажности почвы от 20% (полностью насыщенная влагой почва) до 5% характер зависимости анодных потенциалов железа от плотности тока существенно не меняется. В полулогарифмических координатах — E , $\lg i$ графически эта зависимость представляется прямыми параллельными линиями, которые смещаются в положительную область по мере уменьшения влажности почвы. Сохранение логарифмической зависимости потенциала от плотности тока на железном электроде в указанном интервале влажностей дает основание полагать, что рост торможения анодной реакции при уменьшении влажности почвы связан в основном с уменьшением электрохимически активной поверхности электрода, т. е. поверхности, смоченной почвенным электролитом. Участки же металла, непосредственно не смоченные электролитом, но несущие адсорбционные пленки влаги, являются в электрохимическом отношении менее

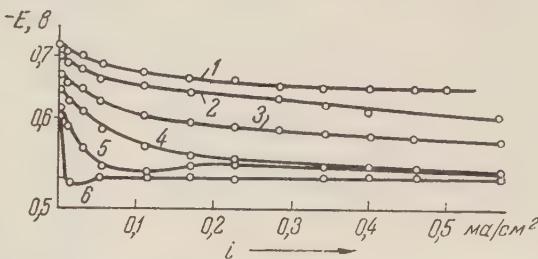


Рис. 1. Анодная поляризация железа в песке различной влажности: 1 — 20%, 2 — 15%, 3 — 10%, 4 — 5%, 5 — 2,5%, 6 — 1%

* Потенциалы даны по отношению к насыщенному медно-сульфатному электроду, потенциал которого по отношению к стандартному водородному равен 0,306 в.

активными и существенного влияния на анодную поляризацию железа при относительно высокой влажности почвы не оказывают.

В менее влажных почвах (2,5 и 1% влажности) уже при небольших плотностях анодного тока наблюдается значительная поляризуемость железного электрода (кривые 5 и 6 на рис. 1). В этом случае торможение анодной реакции необходимо связывать с возникновением анодной пассивности, так как хорошая аэрация поверхности металла в маловлажных почвах будет облегчать анодное пассивирование железного электрода. По этой причине в легких почвах, и особенно при низкой влажности, т. е. в условиях

значительной проницаемости для кислорода воздуха (2), анодный процесс может в заметной степени тормозиться.

Наконец, в почвах воздушно-сухих, содержащих лишь незначительное количество влаги за счет адсорбции водяных паров из воздуха, торможение анодного процесса может еще более увеличиваться в результате замедления процесса гидратации ионов металла. На рис. 2 приведены анодные поляризационные кривые, полученные на железных электродах под адсорбционными пленками влаги в атмосфере 100% влажности в отсутствие почвы над анодом (кривая 1) и под слоем песка (2) и глины (3) в этой же атмосфере*. Из рис. 2 видно, что анодная поляризуемость железа в атмосфере 100% относительной влажности в отсутствие почвы меньше, чем анодная поляризуемость в той же атмосфере, но под слоем песка или, тем более, под слоем глины. Увеличение анодной поляризуемости под слоем

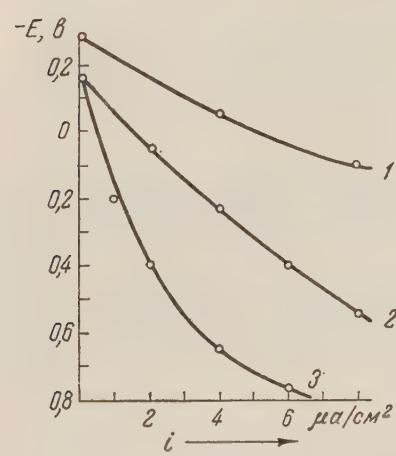


Рис. 2. Анодная поляризация железа в атмосфере 100% относительной влажности в отсутствие почвы (1) и под слоем песка (2) и глины (3) толщиной 1 см

почвы, по сравнению с открытым электродом, во влажной атмосфере не может быть связано с экранированием твердыми частицами поверхности металла от раствора. Напротив, наличие твердых частиц могло бы способствовать капиллярной конденсации влаги (4) и тем самым облегчать анодную реакцию. По-видимому, увеличение анодной поляризуемости под почвой связано с тем, что наличие слоя песка (или глины) на металле замедляет процесс диффузии водяных паров к реакционной поверхности. Поскольку сопротивление внутренней диффузии водяных паров в песчаной и глинистой почвах имеет большую величину (2), скорость анодной реакции в этом случае может уже тормозиться скоростью транспорта молекул воды. Это предположение подтверждается также полученным нами ранее аналогичным увеличением анодной поляризуемости железного электрода на воздухе под адсорбционной пленкой влаги с уменьшением влажности атмосферы (3).

Увеличение анодной поляризуемости с уменьшением влажности почвы, как уже указывалось, связано не только с ростом торможения анодной реакции в силу пассивации электрода, но и в значительной степени с сокращением увлажненной электрохимически активной площади металла. Поэтому вполне очевидно, что с уменьшением количества влаги в почве площадь металла, смоченного электролитом, также уменьшается. Действительно, если не учитывать сокращение активной площади металла, становится неясным облагораживание стационарного потенциала железа и сдвиг анодных поляризационных кривых в положительную область (см. рис. 1). Если

* В этом случае почва намеренно не увлажнялась, и ее влажность определялась установлением адсорбционного равновесия между почвой и влажным воздухом.

бы это явление было связано в основном с пассивацией металла, то наблюдаемая полулогарифмическая зависимость анодного потенциала железа от плотности тока также менялась бы с влажностью почвы. Однако для всех почв, вплоть до 5% влажности, угол наклона анодных поляризационных кривых в полулогарифмических координатах остается постоянным. Повидимому, облагораживание потенциала железа необходимо связывать с увеличением плотности коррозионного тока на электрохимически активных участках металла.

Для исследования зависимости электрохимически активной площади металла от влажности почвы был применен электрохимический метод расчета, посредством измерения дифференциальной емкости железных электродов, находящихся во влажной почве. Так как емкость электрода прямо пропорциональна электрохимически активной площади металла (6), то, измеряя емкость в насыщенной влагой почве, а затем в почве с меньшей влажностью, можно проследить сокращение активной площади электрода.

В табл. 1 приведены величины дифференциальной емкости железного электрода в песке различной влажности.

Из приведенных в табл. 1 данных видно, что емкость железного электрода убывает с уменьшением влажности почвы. Если считать, что в почве 20% влажности вся поверхность металла является электрохимически активной, то отношение емкости электрода в любой почве к емкости электрода

Таблица 1

№№ п.п.	Влажность почвы, %	Дифференци- альная ем- кость элек- троды, $\mu\text{ф}/\text{см}^2$	Электрохими- чески актив- ная площадь
1	20	310	1,00
2	10	100	0,32
3	5	50	0,16
4	2,5%	15	0,04

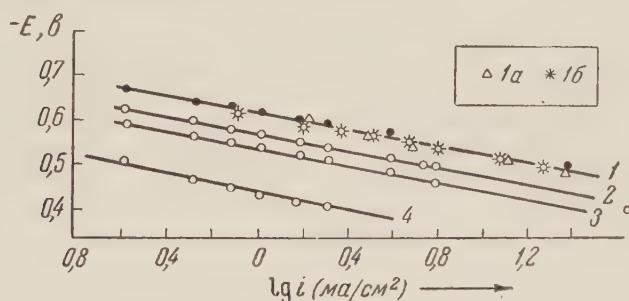


Рис. 3. Анодная поляризация железа в песке разной влажности: 1 — 20%, 2 — 10%, 3 — 5%, 4 — 2,5%; 1a и 1b — пересчитаны из 2 и 3 с учетом электрохимически активной площади

в почве 20% влажности определяет долю электрохимически активной площади на единице видимой поверхности электрода.

На рис. 3 приведены анодные поляризационные кривые в полулогарифмических координатах, полученные в исследованных почвах на этих же электродах. По мере уменьшения влажности анодные кривые (1—4), при расчёте на видимую поверхность, смещаются в положительную область. Однако, если произвести пересчет на электрохимически активную площадь металла, используя данные табл. 1, то анодные поляризационные кривые для песка 5 и 10% влажности точно укладываются на анодную кривую для песка 20% влажности. Это значит, что при уменьшении влажности почвы механизм анодного процесса не изменяется, а сдвиг потенциала в положительную область связан с ростом плотности поляризующего тока за счет уменьшения электрохимически активной площади металла. В менее влажных почвах (например 2,5%, кривая 4) анодная поляризационная кривая, при пересчете на активную поверхность, не укладывается на общую кри-

вую (1), а лежит ниже ее. Это свидетельствует о том, что не вся активная поверхность металла может функционировать анодно. Емкость запассированых участков металла включается в измеренную емкость электрода, однако протекание анодных процессов на них затрудняется. Следовательно, в маловлажных почвах доля анодных участков еще более сокращается.

Из приведенного материала видно, что с уменьшением влажности почвы плотность токов саморастворения увеличивается в связи с облегчением катодного процесса (1), а стационарный потенциал железа сдвигается в положительную область по общей кривой I (см. рис. 3). Таким образом, при расчете на активную (непосредственно увлажненную) анодную поверхность железа скорость коррозии с уменьшением влажности почвы увеличивается. При расчете на видимую поверхность скорость коррозии будет увеличиваться только дотех пор, пока облегчение катодного процесса будет протекать быстрее сокращения активной площади. При дальнейшем же уменьшении влажности в силу пассивации основной поверхности металла общая скорость коррозии металла будет уменьшаться.

Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
3 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Н. Д. Томашов, Усп. хим., 26, в. 2, 139 (1957). ² Н. Д. Томашов, Ю. Н. Михайловский, ДАН, 107, № 6, 853 (1956). ³ Н. Д. Томашов, Ю. Н. Михайловский, ДАН, 110, № 6, 1026 (1956). ⁴ Г. В. Акимов, Теория и методы исследования коррозии металлов, Изд. АН СССР, 1945. ⁵ А. В. Лыков, Явления переноса в капиллярно-пористых телах, М., 1954. ⁶ А. Н. Фрумкин, В. С. Багоцкий, З. А. Иоффе, Б. Н. Кабанов, Кинетика электродных процессов, М., 1952.

ГЕОЛОГИЯ

Л. А. РУСИНОВ

**СТРУКТУРНО-ТЕКТОНИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ
ФОСФОРИТОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**

(Представлено академиком Н. С. Шатским 16 X 1958)

Изучение распределения фосфоритовых залежей в зависимости от тектонических структур показывает, что каждой крупной тектонической структуре соответствуют особые условия образования фосфоритов и своеобразный характер фосфоритовых залежей. Эта связь, которая находит прямое отражение в основных промышленных показателях месторождений, позволила положить в основу предлагаемой далее группировки фосфоритовых месторождений именно структурные признаки.

В настоящее время общепринято деление фосфоритовых месторождений морского происхождения на геосинклинальные и платформенные. Однако каждая из этих групп охватывает иногда месторождения, различные по своим показателям.

Так, среди месторождений геосинклинальных областей резко выделяются месторождения собственно области геосинклинального прогиба, с их крупными залежами высокосортных фосфоритов (месторождения районов Малого Карагату и Скалистых гор) и месторождения области краевого прогиба, несоизмеримо меньших размеров и худшего качества (месторождения Карагата, Стерлитамака, Селеука). Столь же резко различны по характеру фосфоритоносности месторождения молодых и древних платформ. Более того, в пределах только молодых платформ выделяются области, различные по структурной обстановке. Одни из них — с унаследованной структурой основания (Тунис-Алжирские месторождения) отличаются насыщенным залеганием пластов и высоким качеством фосфоритов, другие — без такого унаследования (фосфоритоносная формация Хауторн, полуостров Флорида) при спокойном залегании характеризуются тем, что фосфоритовая свита их разубожена кластическим и карбонатным материалом. Однако и те, и другие характеризуются очень крупными масштабами осфатонакопления.

К типичным месторождениям древних платформ, которые располагаются в окраинных частях синеклизы, относятся Егорьевское и Вятско-Камское месторождения (Московская синеклиза), обширная полоса распространения геноманских фосфоритов на северной окраине Днепровско-Донецкой впадины (Украинская синеклиза) и др.

Структурно-тектоническая обстановка обуславливает развитие тех или иных литологических формаций. По Н. С. Шатскому, для геосинклинальных фосфоритоносных бассейнов характерна вулканогенно-кремнистая формация, для залежей на молодых платформах — терригенно-карбонатная, а для древних платформ — глауконитовая. Определенным формациям, в свою очередь, свойственна определенная текстура фосфоритовых пластов. Так, в геосинклинальных, кремнистых формациях преобладающее значение имеют фосфоритовые пласти со сплошной, массивной текстурой (месторождения Малого Карагату); в терригенно-карбонатных формациях молодых платформ — зернистые фосфориты месторождений Туниса—Алжира;

глауконитовой (песчано- или глинисто-глауконитовой) формации древних платформ — конкреционные фосфориты, типичные для большинства месторождений Русской платформы.

Уже приведенные здесь примеры типичных месторождений указывают на то, что масштабы фосфатонакопления и качество фосфоритов различны для основных типов месторождений. К молодым платформам приурочены огромные скопления высокосортных фосфоритов с содержанием 27—31% P_2O_5 (Алжир, Тунис, Марокко). Таким же высоким качеством и крупными запасами порядка миллиардов тонн характеризуются геосинклинальные месторождения. В синеклизах на древних платформах отлагались маломощные фосфоритовые пласты, которые распределяются на огромных площадях. Запасы их ограничиваются сотнями миллионов тонн, а содержание P_2O_5 в промышленных фосфоритовых пластах колеблется от 7—8 до 15%. Наконец, для месторождений краевых прогибов характерно невысокое и очень изменчивое качество фосфоритов, малая и невыдержанная мощность свиты. Несмотря на то, что месторождения последней категории наименее изучены и трудно судить о запасах, которые в них сосредоточены, представ-

Таблица 1

Классификация фосфоритовых месторождений по тектоническим признакам

	Характер тектонических нарушений фосфоритовой залежи	Фосфоритоносные формации (по Н. С. Шатскому)	Текстура фосфоритов	Проявления метаморфизма фосфоритов	Примеры фосфоритовых залежей
Геосинклинали	Сильная складчатость. Падение фосфоритового пласта под углом более 40° . Многочисленные разрывные нарушения	Вулканогенно-кремнистая	Массивная	На некоторых участках фосфориты метаморфизованы (местами до апатита)	Кок-су, Джаны-Тас, Кок-Джон, Аксай, Чу-лактау и др. Малом Каратая. Скалистые горы
Краевые прогибы	Слабая складчатость. Углы падения менее 40°	Кремнисто-известняковая	Тонкослоистая	—	Стерлитамак
	Сильная складчатость. Углы падения более 40° . Редкие разрывные нарушения	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Каратаг (Гискарский хребет)
Молодые платформы с унаследованием структуры основания	Сильная складчатость фосфоритовой залежи	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Тунис—Алжир
Молодые платформы без унаследования структуры основания	Почти горизонтальная фосфоритовая залежь	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Флорида
Древние платформы	Горизонтальное залегание фосфоритового пласта	Глауконитовая	Конкремионная	—	Месторождения Русской и Сибирской платформ и др.

ляется, тем не менее, целесообразным выделить их в самостоятельную группу наименее выдержаных, маломощных месторождений с фосфоритами низкого качества.

Предлагаемая группировка * фосфоритовых месторождений (табл. 1), в основу которой положен структурно-тектонический признак, может иметь практическое значение для дальнейшего направления поисков и разработки методов разведочных работ на фосфориты морского происхождения.

Поступило
15 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. А. Р у с и н о в, Изв. Высш. учебных заведений, Геология и разведка, № 2 (1958).
² Н. С. Ш а т с к и й, Докл. совещ. по осадочным породам, в. 2, Отд. геол.-географич. наук АН ССР, 1955

* Доложена автором на научной конференции Московского геолого-разведочного института в 1956 г.

Г. П. ТАМРАЗЯН

ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ АзербАССР
И ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ РСФСР

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 28 VI 1958)

Рассмотрение распределения нефтяных и газовых месторождений Азербайджана выявляет интересную и важную особенность, связанную, по-видимому, с геотектоническим развитием данной области и, возможно, имеющую значение и для других нефтегазоносных областей.

Важнейшие выявленные нефтяные и газовые месторождения Азербайджана приурочиваются к Аджикабул-Мардакянскому глубинному разрыву, проходящему с юго-запада на северо-восток через Нижне-Куринскую низменность, Кобыстан, Апшеронский полуостров и Апшеронский архипелаг (рис. 1). К Аджикабул-Мардакянскому глубинному разрыву, являющемуся ископаемым (неогеновое и антропогеновое осадконакопление закрыло и завуалировало этот разрыв), приурочена также наиболее мощная грязевулканическая зона⁽³⁾.

Вдоль Аджикабул-Мардакянского глубинного разрыва, протяженностью в пределах рассматриваемой территории Восточного Азербайджана в 150 км, намечается узкая полоса шириной всего в 20 км (5—8 км к северо-западу и 12—15 км к юго-востоку от разрыва), к которой приурочено абсолютное большинство известных нефтяных и газовых месторождений всего Азербайджана. По данным на 1957 г., нефтяные месторождения, расположенные в этой полосе, дали 96,7% всей добытой в течение столетия нефти Азербайджана. В этом, Аджикабул-Мардакянском, поясе нефтегазонакопления расположены не только наиболее богатые нефтяные и газовые месторождения, из которых уже получена почти вся добыча нефти в Азербайджане (96,7%), но в нем сконцентрировано 79% ныне известных запасов нефти республики (подготовленный, разведанный и видимый запасы). Более того, открытые в последние годы крупные нефтяные месторождения (Кюровдаг, Мишовдаг, Калмас) и крупнейшее газовое месторождение страны — Карадагское расположены как раз в Аджикабул-Мардакянском поясе нефтегазонакопления*.

Остальные нефтегазовые месторождения Азербайджана, из которых добыто остальное количество нефти (3,3%), приурочены к структурам, осложненным обычно крупными тектоническими разломами**.

Зоны разломов пересекают Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв (и соответствующий пояс нефтегазонакопления), с которым они,

* Рассматриваемые общетеоретические представления, связанные с расположением нефтяных и газовых месторождений и формированием в них залежей нефти и газа, позволяют уверенно считать, что в пределах Аджикабул-Мардакянского пояса нефтегазонакопления располагаются и другие пока не выявленные нефтяные и в особенности газовые месторождения.

** Нефтяные Камни и соседние площади находятся одновременно на северо-восточном продолжении выявленного автором Бакинского глубинного вала, проходящего в 40—50 км юго-восточнее Аджикабул-Мардакянского глубинного разрыва и простирающегося примерно в том же северо-восточном направлении.

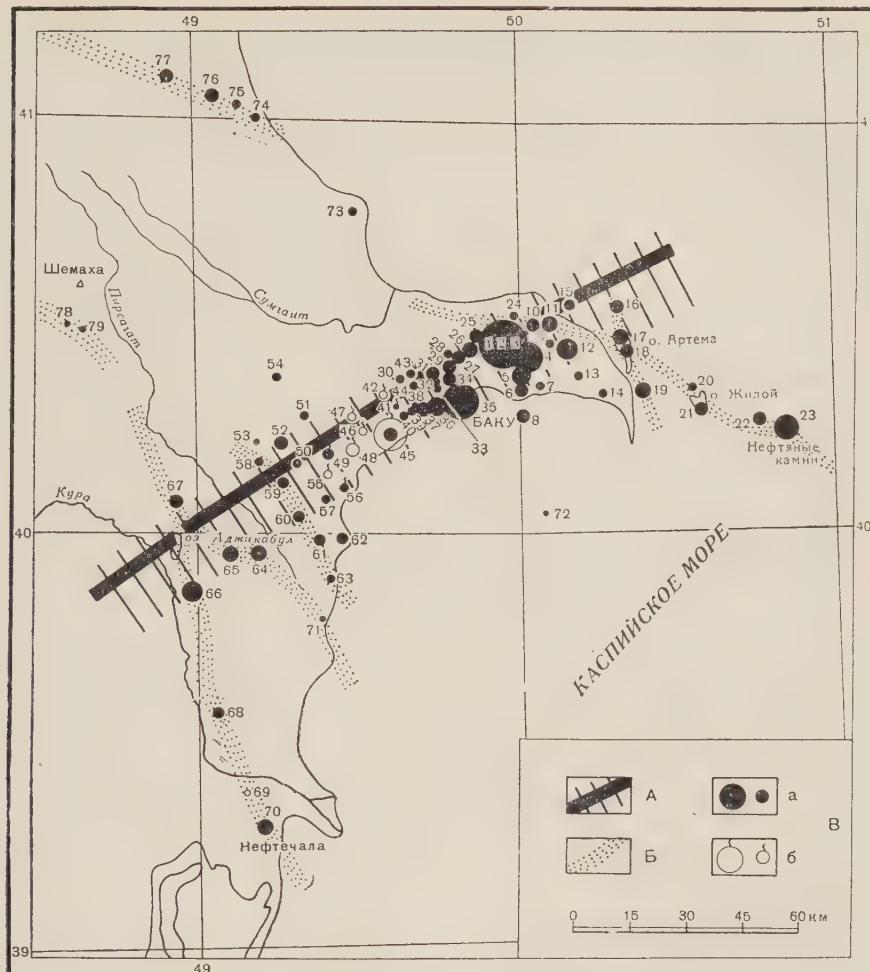


Рис. 1. Карта распределения нефтегазовых месторождений Восточного Азербайджана и тектонические разрывы (разломы). А — Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв и прилегающий к нему пояс нефтегазонакопления; Б — важнейшие зоны крупных тектонических разломов; В — крупнейшие, средние и не значительные нефтяные (а) и газовые (б) месторождения. Месторождения (площади): 1 — Балаханское, 2 — Сабунчинское, 3 — Раманинское, 4 — Сураханское, 5 — Карабухурское, 6 — Зыхское, 7 — Гоусанское, 8 — Песчаный, 9 — Бининское, 10 — Маштагинское, 11 — Бузовниковское, 12 — Калинское, 13 — Тюркянское, 14 — Зыринское, 15 — Мардакянское, 16 — Банка Дарвина, 17 — Северо-Артемовское, 18 — Южно-Артемовское, 19 — Гюргяно-море, 20 — Камни Григоренко, 21 — о. Жилой, 22 — Грязевая сопка, 23 — Нефтяные Камни, 24 — Кюрдаханское, 25 — Қирмакинское, 26 — Бинагадинское, 27 — Чахнаглярское, 28 — Хурдаланское, 29 — Сулутепинское, 30 — Боздагское, 31 — Шабандагское, 32 — Аташинское, 33 — Шубанинское, 34 — Ясамальская долина, 35 — Бибизябатское, 36 — Локбатанское, 37 — Путинское, 38 — Кушханинское, 39 — Кергезское, 40 — Кызылтепинское, 41 — Шонгарское, 42 — Сарычка-Гюльбахтское, 43 — Карабайбатское, 44 — Гездекское, 45 — Карадагское, 46 — Апартское, 47 — Шихиканское, 48 — Миаджик-Миагчикское, 49 — Утальгинское, 50 — Рагимское, 51 — Чейлдагское, 52 — Умбакинское, 53 — Восточно-Адживелинское, 54 — Донгуздыкское, 55 — Туорогайское, 56 — Кянизадагское, 57 — Малокянизадагское, 58 — Барыдашское, 59 — Солохайское, 60 — Айрантекянское, 61 — Котурдагское, 62 — Дашибильское, 63 — Пирсагатское, 64 — Калмаское, 65 — Мишовдагское, 66 — Кюровдагское, 67 — Харминское, 68 — Бабазанан-Дуровдагское, 69 — Хиллинское, 70 — Нефтечалинское, 71 — Бяндованское, 72 — Банка Макарова, 73 — Севотабадское, 74 — Чондагар-Зоратское, 75 — Сиазань-Нардаранское, 76 — Сааданско, 77 — Амирханлинское, 78 — Матрасы, 79 — Чараган

оказываются связанными на глубине возможными путями миграции газа и нефти по ним.

Таким образом, почти все нефтяные и газовые месторождения Азербайджана связаны с зонами крупных разрывов, среди которых особенно выделяется Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв, к которому приурочивается в совокупности свыше 90% всей добытой и ныне известной остав-

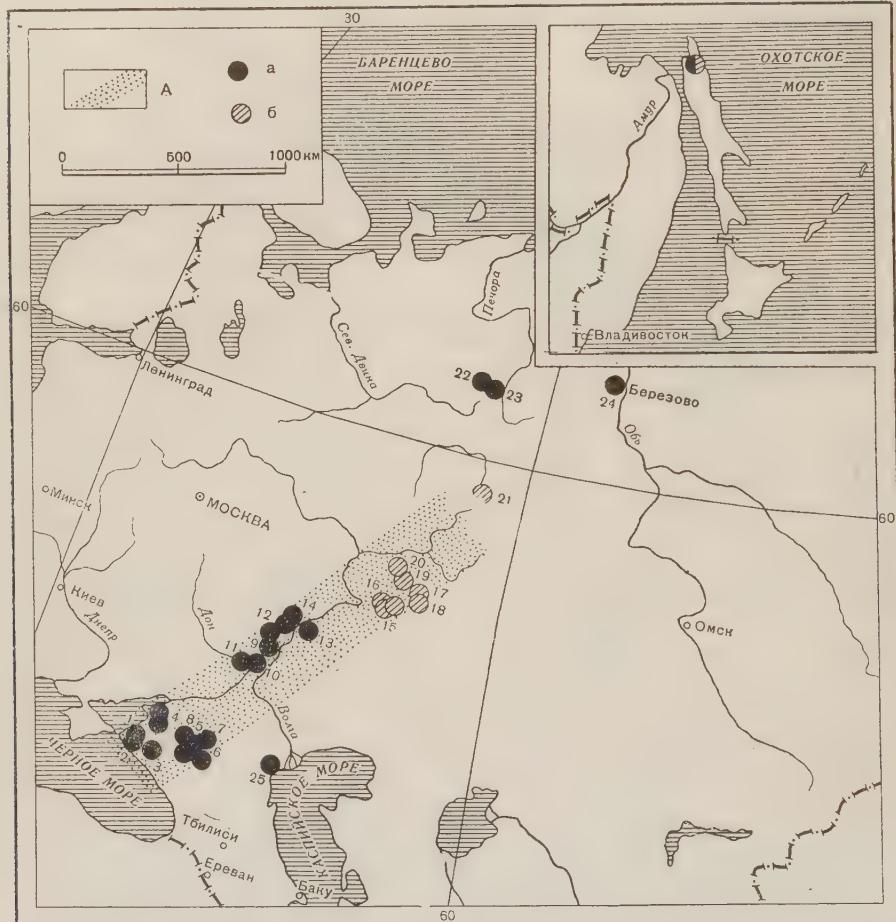


Рис. 2. Обзорная карта распределения важнейших газовых месторождений РСФСР. А — Краснодар-Ромашкинская газоносная зона. а — свободный газ, б — растворенный в нефти газ. Важнейшие месторождения: 1 — Анастасьевское, 2 — Троицкое, 3 — Александровское, 4 — Каневское, 5 — Северо-Ставропольское, 6 — Пелагиадинское, 7 — Кугультинское, 8 — Расшеватское, 9 — Коробковское, 10 — Саушинское, 11 — Верховское, 12 — Линевское, 13 — Степновское, 14 — Елшано-Кюрдюмское, 15 — Дмитриевское, 16 — Мухановское, 17 — Туймазинское, 18 — Шкаповское, 19 — Ромашкинское, 20 — Акташское, 21 — Яринское, 22 — Нибельское, 23 — Омринское, 24 — Березовское, 25 — Промысловское

шайся в недрах нефти. Такова важнейшая особенность размещения нефтяных и газовых месторождений Азербайджана, выявляемая фактическими данными вековой разработки недр республики.

Приуроченность основных нефтяных и газовых месторождений к зоне глубинного разрыва, возможно, указывает на определенную роль последних в формировании этих месторождений. Если глубинные разломы Азербайджана достигают подошвы земной коры, как это допускает В. А. Горин (1), то Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв мог послужить мощным транзитным путем, по которому углеводородные газы могли подняться

в выше расположенные участки земной коры и образовать здесь скопления газа и отчасти преобразоваться при соответствующих условиях в нефть (например, согласно развитой И. И. Потаповым ⁽²⁾ схеме или по другой схеме). Углеводородные газы при движении по глубинному разрыву к поверхности земли вблизи последней могут подвергнуться боковой миграции в толще проходимых здесь отложений (образовывая в них громадные нефтегазовые залежи), если, конечно, последние будут представлены хорошо проницаемыми породами (прибрежно-континентальные и прибрежно-морские отложения, трещиноватые карбонатные породы и т. д.).

Поднимающиеся по глубинным разломам * мощные газовые струи совместно с образующимися в самих осадочных толщах газовыми и нефтяными скоплениями образуют в конечном счете современные залежи газа и нефти.

По данным на 1957 г., выявленные газовые ресурсы РСФСР, составляющие около $\frac{2}{3}$ газовых ресурсов всего Советского Союза, также имеют тенденцию приурочиваться к сравнительно узкой (около 300 км и менее) и длинной полосе (свыше 1600 км), начинающейся у Краснодарского края и идущей в северо-восточном направлении через крупнейшие газовые месторождения Ставропольского края, Ставропольской АССР, Саратовской, Куйбышевской и Оренбургской областей, Татарской и Башкирской АССР (рис. 2). Такие крупные месторождения, как Анастасьевское, Троицкое и Каневское (в Краснодарском крае), Коробковское (в Ставропольской обл.), Степновское (в Саратовской обл.), Мухановское (в Куйбышевской обл.), Ромашкинское (в Татарской АССР) и Туймазинское и Шкаповское (в Башкирской АССР), располагаются почти на одной линии **. Между этими крупными месторождениями и вблизи них располагается целая серия более мелких газовых месторождений. Выше-отмеченная сравнительно узкая зона, начинающаяся в Краснодарском крае (совместно с прилегающими месторождениями западной части Ставропольского края) и протягивающаяся до Ромашкинского месторождения в Татарской АССР, сосредоточивает свыше 90% всех ныне известных газовых ресурсов РСФСР, тогда как по площади эта зона составляет всего около 3% последней. Эта Краснодар-Ромашкинская газоносная зона ***, так отчетливо выделяющая свое направление на большом расстоянии (где она пересекает районы и области с резко различающимся геологическим строением и историей геологического развития поверхности части земной коры), возможно, связана с глубинными разломами подножья земной коры и тем самым косвенно указывает на региональное глубинное строение земной коры огромной территории ****.

Поступило
26 VI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. А. Горин, Докл. АН АзербССР, № 12, 713 (1953). ² И. И. Потапов, Изв. АН АзербССР, № 6 (1951). ³ Г. П. Тамразян, ДАН, 118, № 4, 809 (1958).

* Глубинные разрывы, поднимающиеся от подножья земной коры к ее поверхности постепенно кверху разветвляются, размельчаются, охватывая вблизи последней зону сравнительно большой ширины. Разрывы являются проводниками углеводородных газов снизу не только для нашей Земли, но, вероятно, и у ее спутницы — Луны, зоны вулканической деятельности которой несомненно связаны с разрывами.

** Простижение как Аджикабул-Мардакянского глубинного разрыва и нефтегазоносного пояса в Азербайджане, так и Краснодар-Ромашкинской газоносной зоны в РСФСР примерно одинаково.

*** Северо-восточное продолжение Краснодар-Ромашкинской газоносной зоны, возможно, достигает Березовской группы газовых месторождений в низовьях р. Оби. Вся Краснодар-Ромашкино-Березовская зона, таким образом, приобретает выдающийся интерес; в этой зоне, несомненно, располагаются пока еще не выявленные мощные залежи газа.

**** Структурный план осадочных образований платформенных, и в определенной мере (хотя и в сильно завуалированном виде) геосинклинальных, областей в конечном счете обуславливается особенностями глубинной тектоники, и в частности разломами кристаллического фундамента. С этой точки зрения выявление региональных глубинных разломов (возможно, главным образом диагональных) нижних структурных этажей земной коры, косвенным указанием на наличие которых может служить и расположение цепочек структур, приобретает не только теоретический, но и выдающийся практический интерес.

А. М. ЛУРЬЕ

К ВОПРОСУ О ГЕНЕЗИСЕ БАРИТОВ СУМСАРСКОГО ЦИНКОВО-СВИНЦОВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 15 X 1958)

Сумсарское месторождение расположено на южном склоне Чаткальского хребта. Оно относится к типу низкотемпературных цинково-свинцовых месторождений, залегающих в карбонатных породах. Сходным у нас в СССР является месторождение Миргалимсай в горах Карагату (Южный Казахстан).

Месторождение приурочено к горизонту доломитов живетского яруса девона, отличающемуся от остальных карбонатных пород района повышенными кларками концентрации свинца на всей площади его развития (50 × 50 км). В одной из статей автора⁽³⁾ указывалось, что свинец в отмеченном горизонте концентрируется в связи с процессами осадконакопления. Казалось бы, позиция месторождения дает возможность однозначно решить вопрос об условиях его образования. Данные изотопического состава свинцов месторождения, которые идентичны свинцам из других участков упомянутого горизонта, подтверждают высказанное предположение⁽¹⁰⁾.

Однако в составе руд Сумсарского месторождения присутствуют значительные количества бария, который не устанавливается в повышенных концентрациях в карбонатных породах района, что в значительной степени усложняет вопрос о генезисе месторождения.

По данным А. Б. Натальина и И. В. Прасоловой (1954 г.), количества BaO в рудах колеблется от 0,0 до 7,4 %. Барий является основной составной частью стронцийсодержащего барита, образующего неправильные гнездообразные выделения или небольшие прожилки. Взаимоотношение его с сульфидами указывает на принадлежность последних к более поздним генерациям, так как барит замещается галенитом и сфалеритом, проникающим по плоскостям спайности или границе зерен.

Для выяснения вопроса об условиях образования барита необходимо вкратце остановиться на геохимии бария и стронция.

По данным В. Энгельгардта⁽¹⁴⁾, В. Нолля⁽¹⁶⁾ и др., в изверженных породах барий и стронций присутствуют преимущественно в калийсодержащих минералах, главным образом в полевых шпатах. Причина этого связывается с улавливанием бария и стронция калием при процессах магматической кристаллизации, что подтверждается экспериментально. При кристаллизации магматического расплава основная масса бария и стронция сразу же улавливается полевыми шпатами, поэтому в более поздних его дифференциатах — таких, как граниты или пегматиты, — количество этих элементов резко уменьшается, хотя содержание калия продолжает увеличиваться. Это дает основание Ф. В. Чухрову⁽¹³⁾ считать, что барий, а следовательно, и стронций не доходят до остаточной кристаллизации в существенных количествах, и поэтому появление их в гидротермальных растворах следует объяснить выщелачиванием этих элементов из полевых шпатов изверженных пород.

При образовании осадочных пород пути миграции описываемых элементов расходятся. Наиболее высокие концентрации бария обычно устанавливаются

ваются в глинистых осадках, что объясняется способностью глинистых коллоидов, частицы которых заряжены отрицательно, адсорбировать катионы, особенно с большим ионным радиусом (¹⁸). Меньшее количество бария встречается в алевролитах и песчаниках, и совсем низким содержанием бария характеризуются карбонатные породы.

При процессах химического выветривания полевых шпатов в благоприятных условиях барий переходит в раствор в виде бикарбоната или хлорида. При этом он уносится в водоемы или же откладывается среди боковых пород в зависимости от наличия в растворе аниона $(SO_4)^{2-}$, с которым барий немедленно взаимодействует, образуя труднорастворимый сульфат бария. Ясно, что в морской среде эта реакция осуществляется наиболее легко.

Среди осадочных отложений барий сравнительно быстро перекристаллизовывается, образуя конкреции, реже латераль-секреционные жилки. Подобного рода образования распространены широко. Они встречаются в осадочных породах из разных частей Союза и описаны многими исследователями. Желваки барита найдены и в современных морях среди илов.

Соединения стронция, в отличие от бария, легко растворимы и могут удерживаться в растворе длительное время. Осаждение его из морской воды происходит лишь в сильно осолоненных бассейнах и поэтому повышенные концентрации стронция встречаются среди более поздних продуктов химической дифференциации — гипсов, ангидритов и ассоциирующих с ними доломитов.

Общеизвестна также способность стронция накапливаться биогенным путем в арагонитовом скелете морских организмов (^{15, 16}).

Различная миграционная способность бария и стронция при гипергенных процессах приводит к «постепенной очистке от стронция» вторичных баритов (¹²). Так, например, в керченских баритах, по данным Ф. В. Чухрова (¹³), стронций улавливается лишь спектроскопически. Аналогичная картина отмечается Я. В. Самойловым (⁴) для баритовых конкреций в верхнеюрских отложениях б. Костромской губ. В чиатурских баритах стронций вовсе не обнаружен (⁸).

Однако тенденция бария к освобождению от стронция в поверхностных условиях еще не дает права считать все бариты с высоким содержанием стронция гипогенными. При стечении некоторых благоприятных обстоятельств барий может попадать в среду, насыщенную солями стронция, и в этом случае неизбежна их совместная кристаллизация. Так, например, В. И. Драгунов и С. М. Катченков (²) описали стронцийсодержащий барит и баритцелестин, образовавшиеся в лагунах конинско-сарматского бассейна Южного Мангышлака. Нередко также нахождение стронцийсодержащих баритов и среди континентальных красноцветных отложений разного возраста, что находится в полном соответствии с условиями формирования их в жарком пустынном климате, обусловливающем засоленность и загипсованность пород и, следовательно, высокую концентрацию солей стронция в растворах.

В связи с вышеизложенным представляет интерес поведение бария и стронция на фациальном профиле района месторождения (рис. 1), построенном по данным большого числа спектральных анализов (более 500)*. В по-

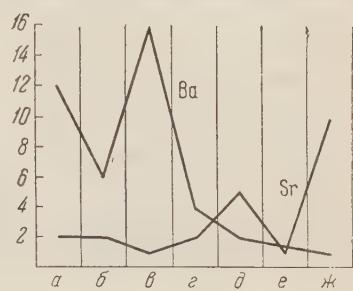


Рис. 1. Распределение бария и стронция (в условных единицах) на фациальном профиле пород Сумарского района. а — полимиктовые песчаники, б — алевролиты, в — аргиллиты, г — мергели, д — известняки, е — доломиты, ж — ангидриты и ассоциирующие с ними доломиты

* Анализы выполнялись в спектральной лаборатории под руководством Л. Н. Индиченко.

лимиктовых песчаниках (а) соотношение между интересующими нас элементами такое же, как и в нижележащих эфузивах нижнего — среднего девона, за счет разрушения и размыва которых они возникли. Это дает основание полагать, что в полимиктовых песчаниках барий и стронций присутствуют преимущественно в решетке обломочных зерен полевых шпатов.

При движении к алевролитам (б) количество бария резко снижается, что обусловлено, во-первых, разбавляющим действием карбоната, который составляет часто до 50% породы (в песчаниках карбоната мало), во-вторых — уменьшением количества полевых

шпатов в составе алевролитов. Содержание стронция на отмеченном интервале остается неизменным. По-видимому, убыль стронция, генетически связанного с барием в составе полевых шпатов, компенсируется стронцием биогенного происхождения, находящимся в известковом цементе алевролитов.

В аргиллитах (в), как и следовало ожидать в соответствии со свойствами этих элементов, содержание бария резко возрастает, а стронция — падает.

При движении от аргиллитов (в) к известнякам (д) наблюдается обратная картина: содержание бария быстро падает, стронция — возрастает. Очевидно, повышение концентрации стронция в известняках связано с биогенными процессами, так как пробы с наиболее высокими содержаниями этого элемента приурочиваются к дентритусовым и шламовым разностям известняков.

В доломитах (е) содержание стронция вновь резко снижается, так как

Таблица 1
Образцы из разных участков месторождения Сумсар

№ образца	BaO	SrO	BaO/SrO
	в вес. процентах		
1-52	58,91	6,03	10
2-52	57,35	6,07	10
3-52	58,42	5,50	11
5-52	58,09	5,12	12
6-52	61,83	2,70	21
4050	60,50	3,25	19

Образцы из эфузивов района месторождения Сумсар

2197	61,42	2,81	22
2190	59,41	2,28	26
3337	60,25	2,79	21

Приложение. Анализы для образцов № 1—6-52 заимствованы из отчета Сумсарской ГРП, остальные анализы выполнены аналитиком О. Я. Николаевой.

в отличие от известняков условия накопления стронция биогенным путем. Причина этого кроется в повышенной солености морской воды, в которой не могли развиваться организмы, накапливающие в своем скелете стронций. В то же время концентрация солей при образовании описываемых доломитов была еще недостаточной для химического осаждения соединений стронция. По данным А. П. Виноградова и Т. Ф. Боровик-Романовой (1), для насыщения морской воды SrSO_4 требуется концентрация солей, в пять раз превышающая нормальную, — следовательно, выпадение его из растворов должно приурочиваться к началу садки гипсов. Такие высокие стадии осолонения могли реализоваться в Сумсарском районе лишь в отдельных, относительно небольших лагунах, где и возникали доломиты и ассоциирующие с ними ангидриты с высоким содержанием стронция (см. рис. 1, ж).

На интервале д — ж содержание бария меняется незначительно, несколько уменьшаясь, что, по-видимому, обусловлено удалением от источников питания.

Образование доломитов, вмещающих рудные тела Сумсара, произошло из морской воды, насыщенной солями стронция (е). В подобных условиях барий должен осаждаться, а стронций удерживаться в растворе, и, следовательно, в данном случае исключается возможность образования баритов с высоким содержанием стронция. Таким образом, бариты Сумсарского месторождения, содержащие до 10,8% SrSO_4 , не могут быть осадочного происхождения.

Кроме месторождения барит также встречается среди толщи нижележащих эфузивов (нижнего — среднего девона), где он образует небольшие линзы и жилки, лишенные сульфидов свинца. В барите, залегающем среди эфузивов, отношение бария к стронцию близко к отношению этих элементов вмещающих породах. Это и целый ряд других особенностей (пространственная приуроченность баритовых выделений к породам определенного става, развитие их на большой площади, залегание в виде линз и быстро склоняющихся прожилков в трещинах разрыва) дает основание относить их к образованиям типа альпийских жил.

По составу бариты из эфузивов сходны с баритами Сумсарского месторождения (табл. 1). Можно предположить, что как в первом, так и во втором случае барий и стронций заимствовались из эфузивов близкими по составу растворами. Проникновение последних в пределы месторождения и обусловлено благоприятной структурной обстановкой.

Экспериментальными исследованиями Н. И. Хитарова и А. А. Москалюк было показано, что растворимость галенита резко снижается при введении в состав хлоридных вод аниона $(SO_4)^{2-}$. Это дает основание предположить, что уменьшение концентрации анионов $(SO_4)^{2-}$, связанное с выпадением из растворов барита, должно было приводить к интенсивному растворению и переотложению галенита.

Институт геологии рудных месторождений,
петрографии, минералогии и геохимии
Академии наук СССР

Поступило
9 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. П. Виноградов, Т. Ф. Боровик-Романова, ДАН, **46**, № 5 (1945).
² И. Драгунов, С. М. Катченков, ДАН, **93**, № 2 (1953). ³ А. М. Лурье, АН, **123**, № 1 (1958). ⁴ Я. В. Самойлов, Изв. Акад. наук, 1910. ⁵ Я. В. Самойлов, Сборн. в честь 25-летия научн. деятельн. В. И. Бернадского, М., 1914. ⁶ Н. М. Страхов, И. Д. Борнеман-Старынкевич, в кн. Вопросы минералогии, геохимии и петрографии, М.—Л., 1946, стр. 262. ⁷ Н. М. Страхов, К. Ф. Одионова, Э. С. Залманизон, Тр. Геол. инст. АН СССР, в. 155, геол. сер. 1955). ⁸ Н. М. Страхов, Зап. Всесоюзн. минерал. общ., в. 2 (1957). ⁹ Н. И. Суровцов, Bull. Natur. de Moscou, п. с., **20** (1906). ¹⁰ А. И. Тугаринов, С. И. Быков, Бюлл. Комисс. по определ. абс. возр. геол. формаций, в. 2 (1957). ¹¹ Н. И. Хитаров, А. А. Москалюк, Сов. геол., сборн. 43 (1955). ¹² А. Е. Ферсман, Геохимия, ч. 2, 1934. ¹³ Ф. В. Чухров, Изв. АН СССР, сер. геол., № 3 (1937). ¹⁴ W. Engelhardt, Chemie der Erde, **10**, 1936, S. 187. ¹⁵ V. M. Goldschmidt, Geochemistry, Oxford, 1954. ¹⁶ W. Nöll, Chemie der Erde, **8**, Н. 4, 1934, S. 507.

ОКЕАНОЛОГИЯ

А. П. ЖУЗЕ, В. П. ПЕТЕЛИН и Г. Б. УДИНЦЕВ

**К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ДИАТОМОВЫХ ИЛОВ
С *EETHMODISCUS REX* (WALL.) HENDEY**

(Представлено академиком Н. М. Страховым 6 X 1958)

В тропической зоне океанов распространены донные отложения, обра-
ванные почти исключительно створками диатомовой водоросли *Eethmo-
discus rex* (Wallich) Hendey. В некоторых местах, как правило в пониже-
ниях ложа океана, мощность этмодискусовых отложений достигает 5—7 м.
Частиче в составе этмодискусовых илов других органических остатков,
например других видов диатомовых, радиолярий и т. д., крайне незначи-
тельно.

Роль диатомовой водоросли *Eethmodiscus rex* в осадкообразовании из-
вестна уже давно. Вместе с тем известно, что в тропическом планктоне
Eethmodiscus rex встречается редко. Так возникла проблема происхождения
этмодискусовых илов, интересующая широкий круг специалистов океано-
гов.

Eethmodiscus rex (Wallich) Hendey — это современный океанический
вид тропической зоны океанов. По данным Макхью (10), он встре-
чается круглогодично у берегов Калифорнии, в районах, где проходит
плотное Калифорнийское течение. По данным Г. И. Семиной (2), этмо-
дискус встречается в планктоне западной части Тихого океана до 42° с. ш.
в планктоне центральной части этого океана до 30° с. ш.

Специальные поиски этмодискус в планктоне Тихого океана в сборах
Английской экспедиции на «Челленджере» (1951—1952 гг.) производили
в района Марянского глубоководного желоба Уайзман и Хенди (12);
в сборах шведской экспедиции на «Альбатросе» (1947—1948 гг.) такие
исследования, по указаниям Кольбе (8), производил Аррениус.

Как предполагает Хенди (4), первое упоминание о массовых скопле-
ниях этмодискус в планктоне Бенгальского залива принадлежит Валлиху.
Карстен (5) неоднократно указывал на присутствие этмодискус в планк-
тоне Индийского океана, основываясь на сборах «Вальдивии» (1898—1899 гг.)
Карстен предполагал, что этмодискус населяет глубокие слои воды, лежа-
щие ниже эвфотической зоны. При обычных сборах планктона эти слои не
заселяются, в чем Карстен видел причину редких находок этмодискус
в сборах планктона. Этмодискус не был обнаружен Кольбе в 9-месячных
сборах планктона в районе Кокосовых островов (8). Карстену принадлежит
также указание на распространение этмодискус в планктоне Атлантического
океана.

Приведенными данными, по существу, ограничиваются все сведения о
распространении этмодискус в планктоне Мирового океана. Более много-
численны сведения о распространении этмодискусовых илов (рис. 1).

Впервые донные отложения, образованные почти исключительно облом-
ками створок этмодискус, были обнаружены Манном во время плавания
на «Альбатросе» в 1888—1904 гг. (9). Он писал, что указанный тип донных
отложений широко распространен в Тихом океане между Марянскими и Фи-
липпинскими островами. Позднее в этом же районе Тихого океана этмо-
дискусовые илы изучались Ханзава (3). Ридель (11) описал этмодискусовый
илю по сборам «Челленджера» (1872—1876 гг.) для района Марянского же-

лоба. Данные отложения этого желоба по сборам экспедиции на «Челленджере» (1951—1952 гг.) изучались Уайзманом и Хенди⁽¹²⁾, обнаруживши чистые этмодискусовые илы в пробе с глубины 10 505 м. Этим исследователям принадлежит первая попытка собрать все данные по распространению этмодискуса в планктоне и в донных отложениях Тихого океана.

Экспедицией Института океанологии АН СССР на «Витязе» в 25-м рейсе (1957 г.) и в 27-м рейсе (1958 г.) были взяты в западной части Тихого океана 9 проб этмодискусовых илов. Эти илы в некоторых случаях (станция № 3728) целиком слагают колонку, в других случаях составляют толь-

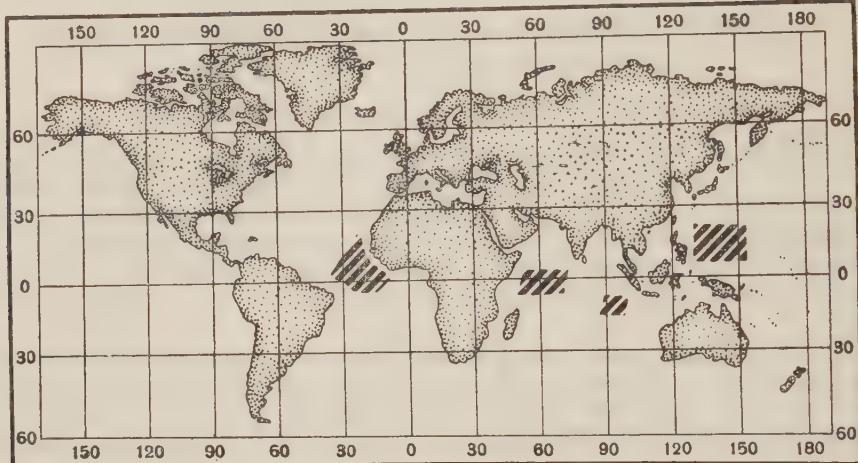


Рис. 1. Распределение диатомовых илов, образованных *Ethmodiscus tectus* (Wall.) Hendey, по данным Манн (1907 г.), Ханзава (1933 г.), Уайзман и Хенди (1953 г.), Ридель (1954 г.) и сборов экспедиционного судна «Витязь» (1957 г.)

ее верхнюю часть или же образуют прослои различной мощности в толще красной глины или известковых осадков. В колонках, взятых на станции №№ 3727, 3728 (Филиппинская котловина), № 4000 (желоб Яп) и № 4010 (Марианский желоб), мощность этмодискусовых илов достигает 1,3—4,9 м.

По данным Кольбе⁽⁶⁻⁸⁾, участие этмодискуса в образовании донных отложений типично для тропической зоны всех океанов. По его сведениям, мощность этмодискусовых илов в некоторых районах Атлантического и Индийского океанов достигает 6—7 м.

Данные о сравнительной малочисленности этмодискуса в составе планктона, не соответствующей важной роли этого вида в образовании осадков, послужили основанием для предположений о причинах такого расхождения. Ридель склонен считать⁽¹¹⁾, что этмодискусовые илы являются переотложенными, а их образование происходило в третичное время. Он основывает свое предположение на том, что в осадках Марианского желоба (станция № 225 экспедиции на «Челленджере» 1872—1876 гг., 11° 24' с. ш. 143° 16' в. д.) одновременно с обломками этмодискуса встречены радиолярии среднетретичного возраста. Свой вывод Ридель формулирует следующим образом: «Скопления этмодискуса в осадках не являются результатом современной жизни данного вида в Тихом океане».

Уайзман и Хенди⁽¹²⁾ не приходят к какому-либо определенному выводу о происхождении этого типа осадков, однако не высказываются и в пользу переотложения этмодискуса. По Хенди, частое отсутствие этмодискуса в сборах планктона может быть объяснено тем, что развитие данного вида в планктоне совершается, вероятно, весьма стремительно, на чрезвычайно коротком отрезке времени. Вууд⁽¹³⁾, в связи с его новыми взглядами на возможность жизни диатомовых на больших глубинах при давлении 1000 атм. и гетеротрофном питании, склонен считать этмодискусовые илы имеющими автохтонное происхождение.

По Кольбе (8), исключительная роль этмодискус в образовании осадков объясняется хорошей сохранностью панциря этого вида. Существенную роль в накоплении этмодискусовых илов играет удельный вес обломков панциря этмодискус и рельеф дна океана. Кольбе формулирует свои взгляды следующим образом: «Сложные связи между течением, рельефом дна океана, размерами и формой откладывающихся частиц приводят к тому, что накопление частиц, обладающих определенными свойствами, происходит на ограниченной площади» (8).

По мнению авторов настоящей статьи, вопрос о происхождении этмодискусовых илов следует разделять на два. Это, во-первых, вопрос о причине того большого значения, которое панцири этмодискус имеют в образовании донных осадков по сравнению с другими диатомовыми. Во-вторых, это вопрос о причине неравномерности распределения этмодискусовых илов на дне океана.

Решая вопрос о причине столь значительного преобладания этмодискус в составе донных отложений над другими компонентами, мы, прежде всего, должны отметить значение исключительных размеров панциря этого вида. Измерения, произведенные нами, показывают, что диаметр створок этмодискус колеблется от 300 до 1800 μ . Высота панциря примерно равна диаметру створки, но чаще несколько превышает его. Объем панциря этмодискус, имеющего примерно цилиндрическую форму, составляет 0,02—3,8 мм^3 . Размеры панциря обычных тропических видов диатомовых — таких, как *Coscinodiscus nodulifer* или *Planktoniella sol* — равны в среднем 50 μ , а их объем — 0,0001 мм^3 . Понятно, что благодаря своему значительному объему панцири этмодискус должны играть большую роль в накоплении массы донных отложений, нежели другие виды диатомовых.

Следующим важным обстоятельством является хорошая сохранность панциря этмодискус. Сопоставление панцирей из проб планктона с панцирями из пробы ила с глубин порядка 5500 м и более свидетельствует о том, что эти панцири за время падения в толще воды почти не растворяются.

Наконец, этмодискус как океанический вид развивается круглогодично и поэтому постоянно поставляет свои панцири в качестве исходного материала для образования осадка. Известно, что хорошая сохранность океанических диатомовых способствует накоплению диатомовых илов даже в окраинных водоемах с интенсивным поступлением терригенного материала (Охотское и Берингово моря) (1). Принимая во внимание, что этмодискус развивается в планктоне круглогодично, следует допустить, что его суммарная роль в накоплении осадка должна быть не ниже, а выше, чем у других диатомовых. Тот факт, что в планктоне этмодискус встречается в малом числе экземпляров, а в осадках накапливается в большом объеме, сам по себе еще не может служить основанием для предположения о переотложении и третичном возрасте этмодискусовых илов. Несовпадение роли некоторых диатомовых в планктоне и в осадках — явление весьма распространенное; оно скорее правило, а не исключение, касающееся только этмодискус. Например, абсолютная численность *Coscinodiscus marginatus* в планктоне Охотского и Берингова морей или численность *Actinocyclus valdiviae* в приантарктических районах Индийского океана явно кажется меньшей, по сравнению с массовым накоплением остатков этих видов в осадках.

Обращаясь к вопросу о причинах неравномерности распределения этмодискусовых илов на дне океана, мы вновь должны обратить внимание на исключительные размеры панциря этого вида диатомовых. Частицы таких размеров обладают высокой способностью к парению в толще воды, опускаются крайне медленно и поэтому особенно легко реагируют даже на малейшие движения воды в придонных слоях океанической толщи. Это должно вызывать преимущественный снос панцирей этмодискус с вершин подводных поднятий в понижения. Как уже отмечалось, мысль об этом высказывалась ранее Кольбе (8) в связи с локальным распространением этмодискусовых илов в Атлантическом и Индийском океанах.

Материалы, полученные в 25-м рейсе «Витязя» (1957 г.) в Филиппинской котловине Тихого океана, позволяют расширить представления о связях, существующих между локальным распространением этмодискусовых илов и рельефом дна океана. Рельеф дна Филиппинской котловины обладает сложным глыбовым расчленением. Относительно невысокие глыбовые поднятия с их плоскими, полого наклоненными вершинами поверхностями и крутыми, местами почти отвесными, склонами чередуются с участками ровного дна в понижениях, в которых залегают диатомовые илы. На поднятиях развиты типичные океанические красные глины, почти лишенные обломков диатомовых. Такая четкая картина смены типа осадков наблюдается даже при очень малых различиях в глубине — порядка 200—300 м.

Поверхность этмодискусовых илов в понижениях рельефа была почти жидкой. По своему внешнему виду эти илы напоминают жидкое аморфное стекло. На станциях № 3727 ($12^{\circ} 48'$ с. ш., $134^{\circ} 29,9'$ в. д.) и № 3728 ($12^{\circ} 19,1'$ с. ш., $134^{\circ} 46,0'$ в. д.) с помощью прибора ПТР-57 были получены пробы придонной воды нижнего слоя водной толщи мощностью 5,5 м. На станции № 3728 вся проба придонной воды представляла собой густую супензию из створок этмодискуса, способную течь, но вместе с тем достаточно концентрированную и постепенно переходящую в толщу этмодискусового ила. На станции № 3727 мощность слоя супензии была около 0,5 м. Очевидно, створки этмодискуса в силу своих больших размеров способны образовывать в придонном слое густые киселеобразные супензии. Эти супензии не только смываются даже слабыми придонными движениями воды, но и сами способны стекать с возвышений дна под действием силы тяжести и накапливаться у подножий этих возвышений, а также в понижениях их склонов. В качестве примера накопления этмодискусового ила в понижениях склонов можно привести пробу, взятую на станции № 3727 на склоне большого поднятия к северу от островов Палау.

Накопление в понижениях дна стекающей туда супензии створок этмодискуса является постоянным и общим процессом. Этот процесс, по-видимому, осложняется эпизодическим перемещением ранее осажденного материала супензионными потоками. Возникающие на склонах подводных возвышенностей супензионные потоки, проходя над понижениями склонов, взмучивают и вовлекают в движение уже отложенные там ранее рыхлые диатомовые осадки. Более легкий материал этих осадков может переноситься потоком на большие расстояния и откладываться в виде слоев значительной мощности, которые впоследствии перекрываются осадками другого типа (красная глина, известковые осадки). Признаки такого переотложения диатомовых илов, выраженные в виде вертикальной сортировки зерен материала по механическому составу, были обнаружены в некоторых колонках (например, на станции № 3678, к югу от Каролинских островов, $3^{\circ} 53,9'$ с. ш., $148^{\circ} 06,4'$ в. д.). Постепенное накопление стекающих в понижения дна супензий из створок диатомовых, а местами также переотложение диатомовых илов супензионными потоками — оба эти процесса хорошо объясняют локальное распространение этмодискусовых илов.

Таким образом, есть все основания считать, что наблюдавшиеся в Тихом океане мощные накопления чистого этмодискусового ила образуются в современных условиях.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
2 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. П. Жузе, Тр. Инст. океанол., 22 (1957). ² Г. И. Семина, ДАН, 124, № 6 (1959).
³ S. Hanazawa, Rec. Oceanogr. Work in Japan, 7 (1933). ⁴ N. J. Hendey, Nature, 181, № 4614 (1958). ⁵ G. Karsten, Wiss. Erg. Deutsch. Tiefsee-Exped. «Valdivia» 1898—1899, 2, 1907. ⁶ R. W. Kolbe, Rep. Swed. Deep-Sea Exped., 6, № 1 (1954).
⁷ R. W. Kolbe, ibid., 7, № 3 (1955). ⁸ R. W. Kolbe, ibid., 9, 1 (1957). ⁹ A. Mann, Contrib. US Nat. Herbar., 10, 5 (1907). ¹⁰ I. L. Mchugh, Deep-Sea Res., 1, № 4 (1954). ¹¹ W. R. Riedel, ibid., 1, № 2 (1954). ¹² I. D. Wieseman, N. J. Hendey, ibid., 1, № 1 (1953). ¹³ E. I. Wood, Pacific Sci., 10, № 4 (1956).

ОКЕАНОЛОГИЯ

Е. А. РОМАНКЕВИЧ

О СОСТАВЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПИГМЕНТОВ
В ОТЛОЖЕНИЯХ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ТИХОГО ОКЕАНА
К ВОСТОКУ ОТ КАМЧАТКИ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 4 XI 1958)

В настоящее время органические пигменты, захороненные в донных осадках, рассматриваются как источники порфиринов в нефтях. Порфирина придается большое значение в качестве индикатора исходного материала и температурных условий генезиса рассеянного в осадочных породах битуминозного вещества и нефти (1-3). Поэтому вопрос о качественном составе и распределении пигментов в донных осадках представляет несомненный интерес (4). Вместе с тем, данные по распределению пигментов в поверхностном слое и колонках отложений позволяют осветить вопрос об источнике органического вещества в осадках, а также об изменении битумов в толще отложений. Кроме того, содержание в осадках хлорофиллоподобных продуктов указывает на количество легко усвояемой пищи, в том числе витаминов А и С, для донной фауны. О присутствии хлорофиллоподобных пигментов в морских осадках много раз сообщалось на основании изучения спектров спиртовых или ацетоновых экстрактов (5-8). Изучение растительных пигментов в осадках северо-западной части Тихого океана было начато автором в экспедиции Института океанологии АН СССР на судне «Витязь» в 1955 г. и продолжено в лабораториях Кафедры геологии и геохимии горючих ископаемых Московского государственного университета и Всесоюзного научно-исследовательского геолого-разведочного нефтяного института.

Пигменты извлекались из 30—1000 г осадков естественной влажности наиболее активными растворителями этих веществ — ацетоном и спиртоацетоном. Количество хлорофилла и феофитина определялось без разделения на универсальном фотометре. Для определения качественного состава пигментов и содержания каротина был использован метод хроматографии на бумаге. Содержание каротина определялось в его максимуме поглощения на регистрирующем спектрофотометре СФ-2М. Расчет содержания произ-

водился по формуле: $C = \frac{\lg \frac{I_0}{I} V \cdot k \cdot 10^5}{E l b}$, где C — концентрация каротина (в мг на 100 г сухого осадка), $\lg \frac{I_0}{I}$ — оптическая плотность при 452 м μ , V — объем раствора каротина после хроматографического разделения (в л), k — коэффициент пересчета на полный объем вытяжки, E — коэффициент экстинкции = 258, l — толщина слоя испытуемого раствора (в см), b — навеска сухого осадка (в г).

Всего было сделано 66 количественных определений хлорофилла и каротина.

Высушивание только что полученных проб осадков при температуре 70—100° приводит к разрушению хлорофиллоподобных веществ. Это сопровождается исчезновением розового и красного цвета люминесценции, а

также полос поглощения в красной части спектра. Нагревание осадков при температуре от 50 до 70° вызывает менее резко выраженное изменение хлорофилла и феофитина. Процесс распада хлорофилла и его производных не сопровождается образованием порфиринов.

В поверхностном слое осадков исследованного района были обнаружены следующие пигменты: хлорофиллы a, d, феофитин (по-видимому, феофитин a) каротин, лютеин, фукоксантол. Все эти пигменты, за исключением феофитина, который в живых организмах не встречается, являются характерными представителями пигментной системы диатомовых водорослей. Это еще раз подтверждает выдающуюся роль диатомовых в образовании органического

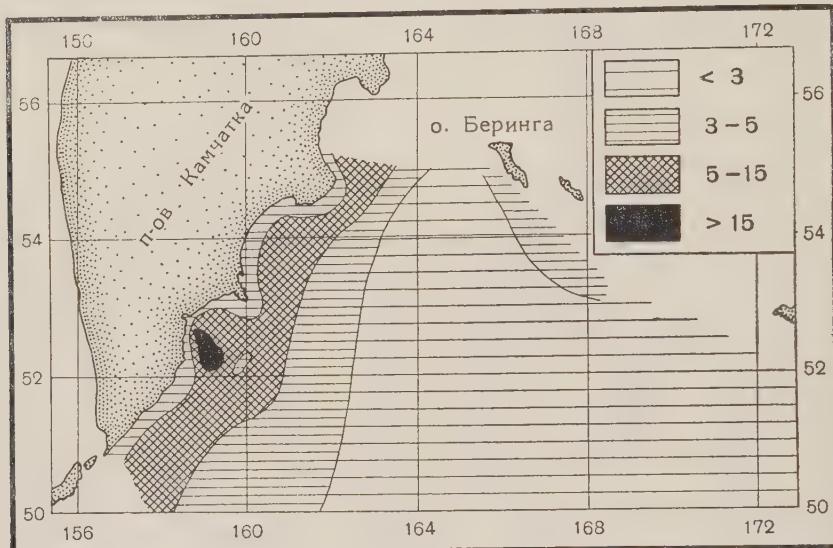


Рис. 1. Распределение хлорофилла (фесфитина) в осадках северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки (в мг на 100 г осадка)

вещества донных отложений рассматриваемого района. Неизмененный хлорофилл во всех без исключения исследованных пробах осадков, взятых с глубин от 130 до 7700 м, содержится в резко подчиненном количестве по сравнению с продуктом первой стадии окисления — феофитином. В исследованных колонках океанических отложений неизмененный хлорофилл отсутствует. Преобладание феофитина в донных отложениях указывает на окисление органического вещества во время оседания на дно, а также в самих осадках.

Содержание хлорофилла и феофитина в верхнем слое осадков колеблется от 0,62 до 30,47 мг, а каротина от 0,005 до 0,80 мг на 100 г сухого осадка. В пределах отдельных крупных форм рельефа дна имеет место прямая зависимость между количеством этих пигментов и содержанием в осадках пелитовой фракции. Это отражается на характере площадного распределения феофитина и каротина. Однако определяющим фактором в данном случае является количественное распределение биомассы фитопланктона.

При рассмотрении карты площадного распределения феофитина в осадках (рис. 1) видно, что наиболее высокие концентрации пигментов наблюдаются в тонкозернистых илах, развитых на материковом склоне сравнительно недалеко от берега (глубины 500—4200 м). Здесь алевритово-глинистые и мелкоалевритовые илы содержат феофитин в количестве от 10,3 до 30,47 мг и каротин — от 0,18 до 0,80 мг на 100 г сухого осадка. В области материковой отмели (глубины 30—200 м) содержание пигментов также относительно высоко. Здесь даже мелкие пески, по данным четырех анали-

зов, содержат от 4,83 до 7,54 мг феофитина на 100 г осадка. При переходе от осадков материкового склона в область дна Курило-Камчатской и Алеутской глубоководных впадин (глубины 6760—7500 м) и ложа океана (глубины 4600—5600 м) содержание феофитина и каротина в отложениях всех типов постепенно уменьшается вплоть до минимальных значений. Это связано с количественным обеднением в этом направлении фитопланктона — главного поставщика пигментов в осадки, а, кроме того, с разрушением пигментов в многокилометровой толще воды, окислительной на всем ее разрезе. На ложе океана резко окислительная обстановка илов (Eh от +200 до 550 мв), медленная скорость их накопления и низкое содержание органического вещества (меньше 0,4% C_{org}) благоприятствуют более быстрому разрушению пигментов, чем в осадках материкового склона и глубоководных впадин.

Содержание феофитина в колонках донных отложений

Таблица 1

Слой от поверхности дна, см	Типы осадков по гранулометрическому составу	C_{org} , %	Хлорофилл (феофитин)	
			на сух. осадок, мг/100 г	на орган. вещ., %
Станция № 3342, район стыка Курило-Камчатской и Алеутской впадин, 54° 42,0' с. ш. 164° 30,9' в. д.; глубина 4588 м	0—16	Алевритово-глинистый ил	0,57	2,05
	25—32	То же	0,31	1,13
	32—40	”	—	0,83
	95—101	”	0,59	0,63
	118—128	Глинистый ил	0,65	1,73
	140—147	То же	—	0,68
	205—211	Алевритово-глинистый ил	0,34	0,66
Станция № 3359, юго-западный склон Алеутской впадины, 51° 21,4' с. ш., 172° 14,1' в. д.; глубина 4880 м	0—10	Алевритово-глинистый ил	0,57	1,36
	21—28	То же	0,44	0,38
	62—70	Глинистый ил	0,51	0,35
	108—114	То же	0,85	4,32
	127—135	”	0,79	1,65
	200—212	”	0,67	0,92
	262—269	Алевритово-глинистый ил	0,59	0,88
Станция № 3401, внешний склон Курило-Камчатской впадины, 51° 45,1' с. ш., 161° 50,8' в. д.; глубина 5532 м	0—22	Глинистый ил	0,78	4,86
	30—40	То же	—	3,34
	54—60	”	0,71	1,89
	75—90	Алевритово-глинистый ил	—	2,56
	122—140	Глинистый ил	—	1,01
	202—217	Алевритово-глинистый ил	0,46	0,37
Станция № 3378, ложе океана, 50° 53,2' с. ш., 162° 24,7' в. д.; глубина 5461 м	2—10	Глинистый ил	0,25	3,00
	48—56	То же	0,47	2,73
	64—72	”	0,47	2,14
	112—120	Алевритово-глинистый ил	—	0,84
	158—167	Глинистый ил	0,87	2,14
	167—175	То же	0,68	1,05
	198—206	”	0,45	0,56
	245—253	”	0,43	0,40
	304—310	Алевритово-глинистый ил	0,35	0,14
Станция № 3340, дно Алеутской впадины, 53° 53,2' с. ш., 166° 55,1' в. д.; глубина 6762 м	5—24	Алевритово-глинистый ил	—	3,67
	116—124	Мелкий песок	—	0,33
	160—168	Глинистый ил	—	5,00
	218—224	То же	—	2,01
Станция № 3388, дно Курило-Камчатской впадины, 51° 52,2' с. ш., 161° 11,8' в. д.; глубина 7519 м	0—18	Алевритово-глинистый ил	0,77	3,64
	28—32	Глинистый ил	0,93	6,70
	98—106	То же	1,65	8,05
	166—170	Алевритово-глинистый ил	1,46	8,30

Между распределением в осадках пигментов и органического вещества (C_{org}) имеется различие, которое выражается в тяготении феофитина и каротина к нижней части материковой отмели и верхней части материкового склона, тогда как наиболее высокие концентрации C_{org} в осадках (до 1,5 %) приурочены к нижней части материкового склона и максимальным глубинам океанических впадин. В составе органического вещества наибольшее содержание феофитина имеет место в мелких песках верхней части материкового склона (в среднем 1,06 %) и в мелких песках отмели (в среднем 0,99), которые содержат также наибольшее количество каротина (в среднем 0,047 %). По мере перехода от мелких песков к алевритовым и глинистым илам, в данном случае параллельно с увеличением глубины океана, феофитин и каротин составляют все меньший процент от органического вещества. Причина этого заключается в разрушении пигментов во время следования на дно и хорошо согласуется с тем, что в осадках глубоководных впадин и на ложе океана накапливаются более стойкие гуминовые и остаточные органические вещества (9).

Данные по содержанию феофитина в колонках донных отложений приведены в табл. 1.

При рассмотрении табл. 1 видно, что в большинстве колонок количество феофитина книзу уменьшается — как в расчете на сухой осадок, так и на органическое вещество. Наиболее резко это выражено в колонке с ложа океана (станция № 3378), в которой окисленный слой имеет мощность около 1,5 м. Вместе с тем, постепенное снижение количества феофитина с глубиной нарушается в пределах горизонта, соответствующего последней межледниковой эпохе и в целом обогащенного органическим веществом (9, 10). Например, на станции № 3359 в пределах этого горизонта, залегающего здесь на глубине примерно от 80 до 170 см, количество феофитина в 3 раза выше, чем в поверхностном слое. Вышеописанный характер распределения феофитина по вертикали, с одной стороны, указывает на идущий с глубиной спад феофитина, а с другой — отражает увеличение в последнюю межледниковую эпоху продукции фитопланктона, вследствие более благоприятных для жизни водорослей климатических условий.

На дне Курило-Камчатской впадины горизонт межледниковых отложений не был пройден. Окислительный слой здесь имеет небольшую мощность (0—0,1 м), а содержание феофитина с глубиной увеличивается (станция № 3388). Причина этого заключается в большем поступлении в прошлом хлорофиллосодержащего органического детрита в осадки, а также в его лучшей сохранности в восстановительных условиях илов на дне глубоководных океанических впадин.

Таким образом, среда осадков оказывает решающее влияние на сохранение пигментов. В том случае, когда окислительные условия существуют во время отложения 1,5—2 м осадков, феофитин может переходить в исчезающее состояние лишь в небольшом количестве по сравнению с его первоначальным содержанием в поверхностном слое донных отложений.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
4 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ О. А. Радченко, Л. С. Шешина, ДАН, **105**, № 6 (1955). ² Н. Н. Диппинг, J. W. Mooge, A. T. Myers, Ind. and Eng. Chem., **46**, 2000 (1954). ³ Р. А. Skinner, Ind. and Eng. Chem., **44**, 1159 (1952). ⁴ W. L. Отт, К. О. Етегу, J. R. Grady, Bull. Am. Ass. Petrol. Geol., **42**, № 5 (1958). ⁵ Д. М. Раузер. Черноусова, Бюлл. МОИП, отд. геол., **8**, № 3—4 (1930). ⁶ Л. А. Ястrebова, Тр. ВНИРО, **5**, 189 (1938). ⁷ D. L. Fox, D. M. Updegraff, G. D. Novelli, Arch. Biochem., **5** (1944). ⁸ П. Л. Безруков, А. П. Лисицын, Тр. Комисс. изуч. четверт. периода, **13**, 377 (1957). ⁹ Е. А. Романкевич, Диссертация, М., 1958. ¹⁰ Е. А. Романкевич, ДАН, **116**, № 3 (1957).

ОКЕАНОЛОГИЯ

Г. И. СЕМИНА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАТОМОВОЙ ВОДОРОСЛИ
ETHMODISCUS REX (WALL.) HENDEY В ПЛАНКТОНЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 6 X 1958)

В поверхностном слое осадков тропической зоны океанов иногда наблюдаются большие скопления планктонной диатомовой водоросли *Ethmodiscus rex*. Эти этмодисковые илы найдены на ограниченных участках дна Атлантического, Тихого и Индийского океанов. Причины, способствующие их образованию, до сих пор вызывают разногласия среди геологов (1, 2, 6-9, 11).

Данных о распространении *E. rex* в планктоне очень немного (3-5, 10). Большинство исследователей, детально в течение многих лет изучавших диатомовый планктон тропической области Атлантического, Тихого и Индийского океанов (Шредер, Гентшель, Клеве, Айакава, Капп, Марумо и др.), ни разу не упоминают *E. rex*. Иногда, обнаружив этот вид в большом количестве в осадках, исследователи делали в этих районах специальные ловы планктона, но и тогда не находили этой диатомеи (см., например (8, 11)). Эти факты частично объясняются тем, что количество *E. rex* в планктоне очень мало. Действительно, известен всего один-единственный случай значительного развития *E. rex* в планктоне Бенгальского залива (цит. по (3)), но абсолютные цифры численности автором не были приведены.

Хотя количество *E. rex* в планктоне очень мало, он, однако, вовсе не такой редкий вид, как принято было думать (см. ниже). Впечатление о его большой редкости в планктоне основано на том, что обычные методы сбора и обработки проб фитопланктона ограничиваются сравнительно небольшими объемами воды.

Наши наблюдения в Тихом океане на «Витязе» показали, что для ловли редких видов (имеющих крупные размеры клеток, каким является *E. rex*) необходимо пользоваться сетями, фильтрующими значительные объемы воды. Количественный учет *E. rex* может быть произведен только при условии подсчета клеток во всей пробе.

Для настоящего сообщения мною использованы результаты обработки сборов планктона в пяти рейсах «Витязя» в западную и центральную части Тихого океана. Сборы производились в мае 1955 г., июле — сентябре 1957 г., сентябре — октябре 1955 г., ноябре 1957 г. — феврале 1958 г., марте — июне 1958 г. Количественный учет *E. rex* был произведен на 150 станциях (около 400 проб). Часть материала была обработана И. А. Тарховой. Пользуюсь случаем выразить ей свою благодарность. Для соответствующей характеристики Индийского океана мною привлечены данные К. В. Беклемишева, относящиеся к концу апреля — началу мая 1957 г. (отчет II Морской Антарктической экспедиции).

Сборы планктона были сделаны сетями Джеди с диаметром входного отверстия 80 или 37 см, мельничное сите № 38. (Наиболее удобна сеть с диаметром 80 см.) Ловы осуществлялись по слоям: 0—25, 25—50, 50—100, 100—200, 200—500 м. Счет клеток производился во всей пробе в камере Богорова под бинокулярной лупой (увел. 2 × 8).

Диаметр створки *E. rex* колебался от 0,20 до 1,10 мм, высота клетки по первальнварной оси — от 0,20 до 1,15 мм (эти цифры получены на основании измерения 265 клеток). Число пор (в 10 μ) у края створки равно 4—5, в центре створки 3, на пояске 3—5. На створке заметны трубковидные образования, которыми этот вид хорошо отличается от *E. gazelle* (8).

E. geh — океанический тропический вид (рис. 1). По моим наблюдениям, самая северная точка его нахождения в западной части Тихого океана в летне-осенне время это $41^{\circ}03'$ с. ш., $142^{\circ}38'$ в. д. Самая южная точка нахождения *E. geh* в центральной части Тихого океана в январе была расположена на 32° ю. ш., 174° з. д. В восточной части Тихого океана, у берегов Калифорнии, Макхью (¹⁰) находил этот вид в пределах всего района

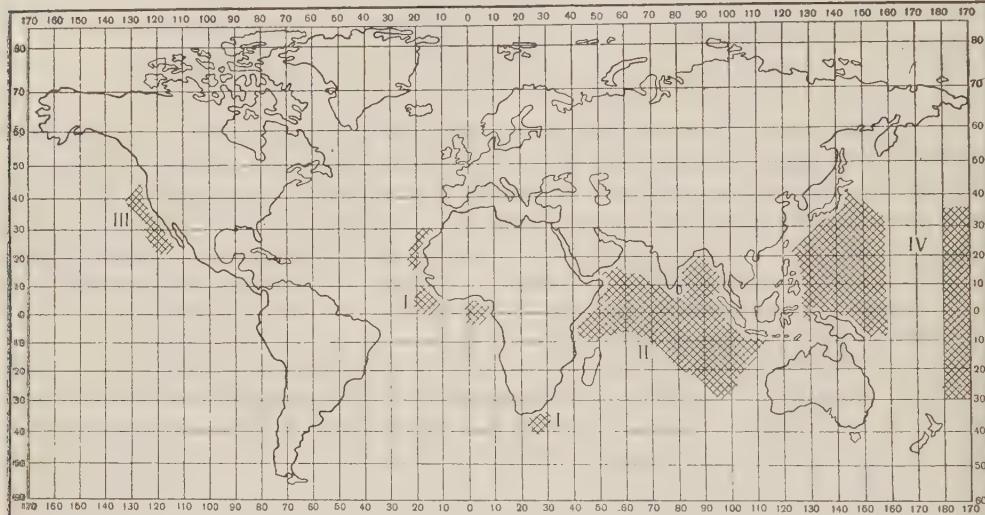


Рис. 1. Районы, в которых найден *Ethmodiscus geh* в планктоне. I — по данным Карстена (⁴), II — по данным Валлиха (см. ⁽⁸⁾), Карстена (⁵) и К. В. Беклемишева. III — по данным Макхью (¹⁰), IV — собственные данные

работ, вплоть до $46^{\circ}15'$ с. ш. В Индийском океане Карстен (⁵) обнаружил *E. geh* от 13° с. ш., $47^{\circ}10'$ в. д. до $10^{\circ}8'$ ю. ш., $97^{\circ}14'$ в. д., а К. В. Беклемишев от $14^{\circ}48'$ с. ш. до $25^{\circ}28'$ ю. ш. (по меридиану Калькутты). У южной Африки Карстен нашел *E. geh* на $34^{\circ}31'$ ю. ш., 26° в. д., а в восточной Атлантике (⁴) находил *E. geh* в районе от экватора до $24^{\circ}43'$ с. ш.

В Тихом океане, по моим данным, *E. geh* встречается при температуре от $18,6$ до $29,2^{\circ}$ и солености от 34 до $35,7\%$. Эта диатомея встречается во все сезоны года, в которые были проведены наблюдения. Сезонных максимумов численности мною замечено не было. У берегов Калифорнии Макхью (¹⁰) также не нашел заметных колебаний численности.

В наших сборах *E. geh* встречался довольно часто (он найден на 111 станциях из 150 обработанных). Число клеток, однако, очень мало. Максимальное число клеток, наблюдавшееся в лове на глубине 0—25 м на $8^{\circ}11'$ с. ш., $146^{\circ}53'$ в. д., было равно всего 6 клеткам в 1 m^3 . Общее число клеток на этой наиболее богатой станции (под 1 m^2 в слое 0—100 м) равнялось 200. Обычно численность вида еще меньше. Так, в центральной части Тихого океана максимальная численность (на $8^{\circ}36'$ ю. ш., 173° з. д.) была равна 1,8 клетки в 1 m^3 , в слое 0—100 м она составила 90 клеток под 1 m^2 . На большинстве станций численность *E. geh* еще меньше. Западная часть Тихого океана (к западу от 150° в. д.), где найдены этмодисковые илы, не намного более богата, чем разрез I (по 154° в. д.) и разрез II (по 174° з. д.), где эти илы не найдены. Если в западной части на 6 станциях численность равнялась почти 1 клетке в 1 m^3 , а численность 0,5 клетки в 1 m^3 наблюдалась нередко, то на I и II разрезах такие цифры более редки и численность *E. geh*, как правило, меньше 0,5 клетки в 1 m^3 .

У берегов Калифорнии количество *E. geh* также очень мало: максимум 7,4 клетки под 1 m^2 , в слое 0—70 м.

Рассмотрим распределение *E. geh* на I и II разрезах (рис. 2 и 3). Чаще всего и в наиболее заметных количествах на обоих разрезах этот вид встречался в северопассатном течении, а на II разрезе, кроме того, в южнапас-

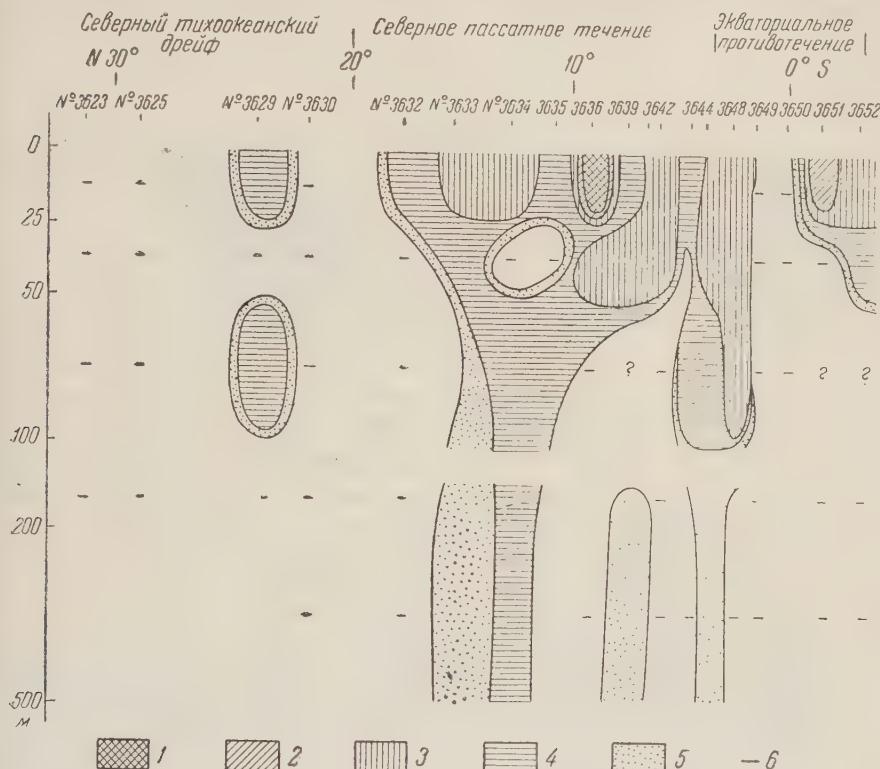


Рис. 2. Вертикальное распределение *Ethmodiscus geh* в Тихом океане на I разрезе (по 154° в. д.). 1 — больше 1 клетки в 1 м³, 2 — от 1 до 0,5, 3 — от 0,5 до 0,1, 4 — от 0,1 до 0,04, 5 — от 0,04 до 0,01 клетки в 1 м³, 6 — *E. geh* не найден

сатном течении и в северном тихоокеанском дрейфе. Изредка и в небольших количествах этот вид встречался на обоих разрезах в районе экваториального противотечения. На I разрезе очень бедным является также район северного тихоокеанского дрейфа, а на II разрезе — район южного пассатного дрейфа.

По вопросу о вертикальном распределении *E. geh* известна только одна работа Карстена (5), страдающая, к тому же, тем недостатком, что оценки численности этого вида сделаны субъективно («много» и т. п.), и при этом данные приведены лишь для небольшого числа ловов. Автор, тем не менее, делает вывод, что *E. geh* принадлежит к так называемой «теневой флоре» и развивается преимущественно в слое 150—200 м.

На основании работы Карстена было высказано (3) предположение, что планктонологи обычно не облавливают того слоя, в котором находятся главные скопления этой водоросли.

Моими наблюдениями опровергается это предположение. Как видно на рис. 2, *E. geh* в Тихом океане встречается от поверхности до глубины 500 м. Максимум численности его находится в поверхностном слое 0—25 и 0—50 м (рис. 2 и 3). С глубиной количество диатомей обычно уменьшается, особенно заметно со 100 м. Так, если в слое 0—50 м находится до 1,75 клетки в 1 м³, то в слое 50—100 м максимум численности равен 0,20 клетки в 1 м³. В слое 100—500 м находится не более 0,08 клетки в 1 м³. Ненци (5) считает возможным объяснить скопления *E. geh* в осадках кратко-

временными вспышками обильного развития этого вида в планктоне. Это предположение основано на наблюдениях Валлиха (см. ⁽³⁾), который нашел большое количество E. geh в Бенгальском заливе в 1851 и 1857 гг. Как говорилось выше, абсолютные цифры численности этим автором не приведены. В 1957 г. К. В. Беклемишев в Бенгальском заливе не нашел

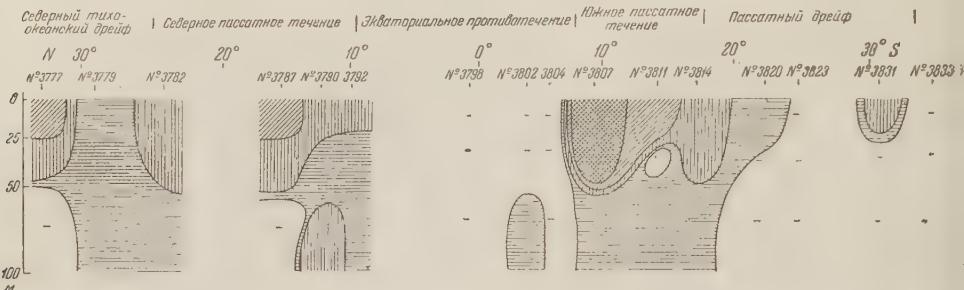


Рис. 3. Вертикальное распределение *Ethmodiscus* geh в Тихом океане на II разрезе (пос. 174° з. д.). Обозначения те же, что на рис. 2

большого количества E. geh. За сто лет, прошедших со времени наблюдений Валлиха, никто никогда не заметил сильного развития этой диатомеи в планктоне. Остается только предположить, что вспышки в развитии этого вида бывают на ограниченных пространствах, в течение очень короткого времени и не каждый год, а следовательно, не могут оказывать влияния на формирование илов. Подтвердить или опровергнуть это предположение могут дальнейшие интенсивные исследования.

Несмотря на то, что в планктоне количество клеток E. geh обычно меньше, чем количество клеток всех других диатомей (хорошо сохраняющихся в осадках), площадь панцирей E. geh часто превышает площадь панцирей более мелких форм вместе взятых. Так, например, на II разрезе (в центральной части Тихого океана) на 6 планктонных станциях из 13 площадь панцирей E. geh была больше суммарной площади других диатомей, хорошо сохраняющихся в осадках.

В настоящее время мы еще не располагаем подобным материалом из района этмодисковых илов. Возможно, что в этих районах уже в планктоне имеется стойкое преобладание площади панцирей E. geh над площадями панцирей всех других диатомей, хорошо сохраняющихся в осадках, чем и объясняются локальные скопления в осадках E. geh.

Вполне возможно также, что локальность в распределении этмодисковых илов не связана с жизнью самой водоросли, а зависит от процессов абиотических (вроде подводных течений, супензионных потоков, мелких впадин на дне и т. п. — подробнее см. ^(1, 3, 8)). Окончательно решить вопрос о причинах, вызывающих образование илов, можно будет после дальнейшей количественной обработки сборов фитопланктона из тропической области, в том числе и из районов этмодисковых илов, при этом необходимо применение методик сборов и обработки, о которых говорилось в начале статьи.

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
2 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. П. Жузе, В. П. Петелин, Г. Б. Удинцев, ДАН, 124, № 6 (1958). ² S. Hanazawa, Rec. Oceanogr. Workin Japan, 7, 37 (1933). ³ N. J. Hendey, Nature, 181, № 4614 (1958). ⁴ G. Karsten, Wiss. Erg. Deutsch. Tiefsee-Exped. «Valdivia» 1898—1899, 2, Teil 2, Lief. 2, 1906. ⁵ G. Karsten, ibid., Lief. 3 (1907). ⁶ R. W. Kolbe, Rep. Swed. Deep-Sea Exped., 6, № 1 (1954). ⁷ R. W. Kolbe, ibid., 7, № 3 (1955). ⁸ R. W. Kolbe, ibid., 9, № 1 (1957). ⁹ A. Mann, Contrib. US Nat. Herbar., 10, 221 (1907). ¹⁰ I. L. Mchugh, Deep Sea Res., 1, № 4, 216 (1954). ¹¹ I. D. H. Wiessman, N. J. Hendey, ibid., 1, № 1, 47 (1953).

М. Н. КОРОЛЕВА

НОВЫЕ РОДЫ ТРИЛОБИТОВ
ИЗ СРЕДНЕГО И ВЕРХНЕГО ОРДОВИКА СЕВЕРНОГО КАЗАХСТАНА

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 18 VII 1958)

В результате геологоразведочных работ Степной экспедиции Министерства геологии и охраны недр (главный геолог И. Д. Рогозин) и геологосъемочных работ, которые ведутся на территории Северного Казахстана группой геологов под руководством Е. Д. Шлыгина, накоплен многочисленный интересный палеонтологический материал, характеризующий ордовикские отложения этого района.

При изучении трилобитов из этих пород автору удалось описать новое подсемейство и три новых рода, диагнозы которых и приведены ниже.

Сем. TRINUCLEIDAE Emmerich, 1839 (Cryptolithidae Angelin)

Род Collis Koroleva gen. n.

Генотип. *Collis parvulus* Koroleva gen. et sp. n. (рис. 2 и 4 б).

Диагноз. Очень маленький трилобит с широким, круто перегнутым в продольном направлении, головным щитом. Глабель сильно вздутая (холмовидная), занимает основную часть головного щита и сильно расширяется к переднему краю, где достигает почти половины всей ширины головного щита. Центральная часть глабели, примерно у перегиба, оттянута конусообразно наружу. Близ заднего края по бокам глабели расположены сравнительно глубокие продольные ямки. Затылочное кольцо широкое. Неподвижные щеки узкие, покатые к бокам. Свободные щеки выпуклые, особенно у заднего края. Глаза расположены у самого перегиба головного щита, по бокам глабели. Поверхность панциря покрыта мельчайшими, едва видными бугорками. Два более крупных бугорка расположены на предглабельном поле впереди глабели. Туловище и хвост неизвестны.

Замечания. По-видимому, род *Collis* gen. n. следует относить к сем. Trinucleidae Emmerich, с которым он имеет много общих черт. Это семейство включает следующие роды: *Cryptolithus* Green, *Trinucleus* Murchison, *Tretaspis* M'Coy, *Trinucleides* Raymont, *Reedolithus* Bancroft.

Все перечисленные роды имеют выпуклую, часто оттянутую вверх глабель (особенно это ярко выражено у *Reedolithus carinatus* Angelin, иногда круто изогнутые щеки и маленькие глаза, посаженные на их перегибе. Эти общие признаки в головных щитах четко выражены и на наших экземплярах, но отличием от всех перечисленных родов служит отсутствие лимба, вместо которого имеется предглабельное поле, покатое вперед, с двумя бугорками. Кроме того, у новых представителей глаза посажены очень близко к глабели и гораздо ближе к переднему краю, чем у сходных родов *Reedolithus* и *Tretaspis*, у которых глаза расположены или в средней части щек, или ближе к заднему краю.

Сходная с *Reedolithus* и *Tretaspis* конусовидная форма глабели при ближайшем рассмотрении имеет существенные отличия в строении борозд глабели, которые у *Collis* gen. nov. выражены в виде продольных ямок у спинных борозд, тогда как у указанных выше родов они расположены в виде поперечных ямок.

Распространение и возраст. Северный Казахстан, андеркенский горизонт, тастыкольские слои карадокского яруса.

Сем. RAPHIOPHORIDAE Angelin, 1854

Трилобиты этого семейства отличаются выдающейся вперед гладелью, которая оканчивается шипом, шариком или выдается полукругом за пределы переднего края; иногда сзади она снабжена парой изолированных лопастей. Узкие свободные щеки чаще располагаются на брюшной стороне животного. Щечные шипы длинные, лицевые швы опистопарные. Глаза отсутствуют. Туловищных сегментов четыре-семь. Плевры прямые. Хвостовой щит широкий, чаще треугольный, или полукруглый.

З а м е ч а н и я. К настоящему времени это семейство включает следующие роды: *Raphiophorus* Angelin, 1854; *Ampyx* Dalman, 1827; *Lonchodomas* Angelin, 1854; *Ampyxina* Ulrich, 1922; *Raymondella* Reed, 1935; *Bulbaspis* Tschugaeva, 1956.

Р а с п р о с т р а н е н и е и в о з р а с т. Европа, Америка, Азия. Ордовик — низы силура.

Подсем. AMPYXINELLINAE Koroleva subfam. n.

Типичный род *Ampyxinella* Koroleva gen. n. (рис. 1)

Диагноз. Небольшие трилобиты с широкой головой, большой выпуклой гладелью, не доходящей до переднего края и снабженной сзади парой изолированных лопастей. Имеются глаза, расположенные вблизи гладели. Передняя часть кранидия окружена узким кантиком. Щеки широкие, гладкие или с морщинками. Туловищных сегментов шесть. Плевры прямые. Хвост округлопреугольных очертаний, сегментирован. Рахис доходит до заднего края.

З а м е ч а н и я. Имеющийся в нашем распоряжении многочисленный материал хорошей сохранности указывает на значительные отклонения казахстанских представителей от форм, входящих в сем. Raphiophoridae, особенно в головном щите, тогда как туловище и хвост являются типичными рафиофоровидными. Все же для отнесения их к этому семейству имеется много данных: 1) ярко выраженный рафиофоридный тип хвостового щита и туловища, 2) общий облик гладели, расширяющийся к переднему краю, 3) пара изолированных лопастей по бокам задней части гладели. Но такие факты, как наличие глаз, наличие предглабельного поля, устройство передней части кранидия, заставляют выделить казахстанских представителей в новое подсемейство.

Наличие глаз не является таким фактом, по которому следовало бы выделить новое семейство. Аналогичный случай уже имеется в нашей палеонтологической литературе, когда, например, род *Phacops* включал в своем составе зрячие и слепые виды, а в настоящее время представители с глазами выделены в новое подсемейство — *Phacopinae* Reed, 1905. Подробное описание развития рода *Phacops* до полной атрофии глаз (род *Dianops*) имеется в работах З. А. Максимовой (3), Р. Рихтера (9) и Ф. Рида (7).

Новое подсемейство *Ampyxinellinae* объединяет в своем составе род *Ampyxinella* с 4 видами (рис. 1 *a—в, д*) и 1 вариацию (рис. 1 *е*).

Р а с п р о с т р а н е н и е и в о з р а с т. Северный и Южный Казахстан. Средний и верхний ордовик.

Род *Ampyxinella* Koroleva gen. n.

1936. Ампух. Колова. Матер. изуч. трилоб. нижн. силура хр. Джебаглытуа, стр. 30 и 47. 1948. Ампух. Вебер. Нижнесилур. трилоб., стр. 16.

1958. Ампухина. Чугаева. Трилоб. Чуилийских гор. стр. 33

Г е н о т и п. *Ampyxinella rugosa* (Kolova, 1936) (рис. 1 *а* и 4 *а*).

Диагноз. Спинной щит почти круглых или овальных очертаний. Голова широкая с большой выпуклой гладелью, не доходящей до переднего края и снабженной сзади парой изолированных лопастей. Имеются гла-

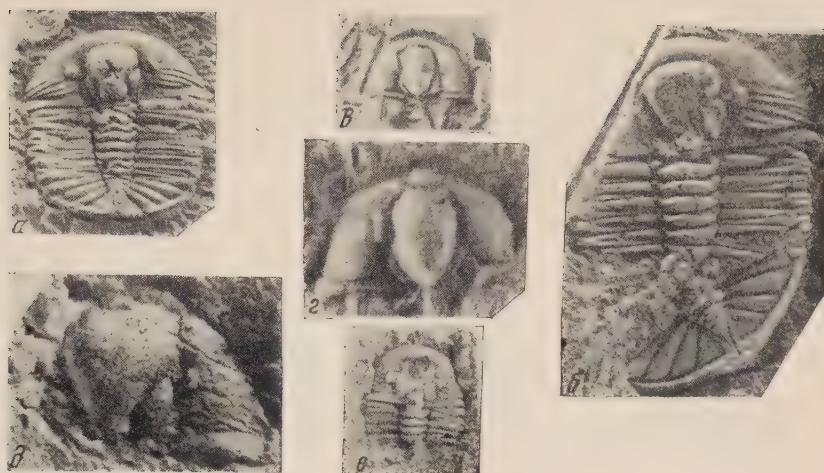


Рис. 1. *Ampyxinella* gen. nov. *a, б* — *Amp. rugosa* (Kolova), лландейло (*a* — типичный вид рода; $2\times$, *б* — $4\times$); *в, г* — *Amp. balaschova* sp. н., карадок (*в* — $2\times$, *г* — $4\times$); *д* — *Amp. ruslani* sp. н., лландейло ($4\times$); *е* — *Amp. rugosa* var. *nanusi* var. nov. лландейло ($2\times$)

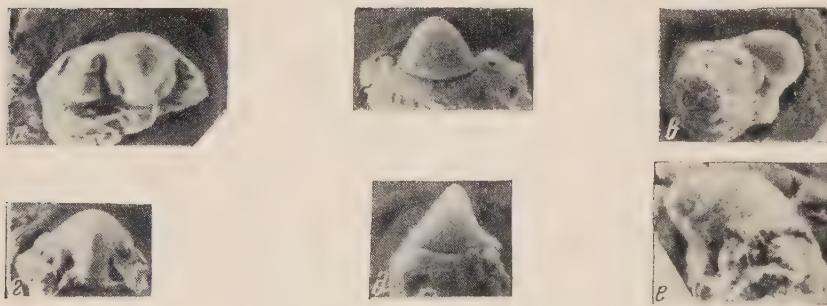


Рис. 2. *Collis* gen. nov. *а — е* — *Collis parvulus* sp. н., карадок: *а* — головной щит; типичный вид рода ($4\times$), *б* — то же, вид спереди ($4\times$), *в* — то же, вид сбоку; *г — е* — *Collis* sp.: *г* — гладель ($4,5\times$), *д* — то же, вид спереди ($4,5\times$), *е* — то же, вид сбоку ($6\times$)

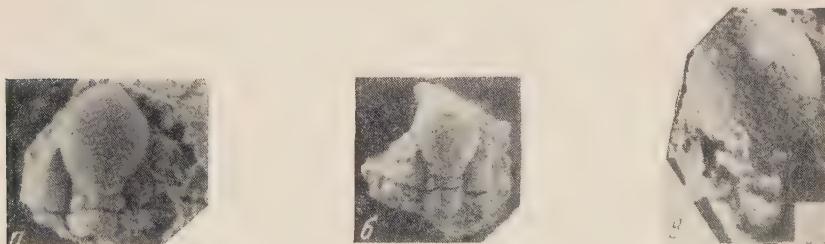


Рис. 3. *Ovalocephalus* gen. nov. *Ovalocephalus kelleri* sp. н., карадок: *а* — краанидий ($6\times$), *б* — то же; типичный вид рода ($4\times$), *в* — гладель ($8\times$)

за, расположенные вблизи глабели, примерно в средней части. Передняя часть краиндия окружена узким или более широким кантиком. Свободные щеки широкие с морщинками или выпуклые, гладкие. Туловищных сегментов шесть. Хвост широкий, округлопреугольных очертаний. Рахис узкий, доходит до заднего края. Плевральных ребер четыре-пять.

З а м е ч а н и я. Сравнивая всех представителей рассматриваемого семейства, мы видим, что новый род *Ampyxinella* ближе всего стоит к *Ampyxina* Ulrich (¹¹); это видно по общему устройству туловища и хвоста, по наличию пары изолированных лопастей у задней части глабели и некоторым



Рис. 4. Реконструкция *Ampyxinella* (a), *Collis* (б) и *Ovalocephalus* (в)

другим признакам, но изучение многочисленного материала хорошей сохранности (свыше 30 экземпляров) позволило четко выделить характерные отличия у казахстанских представителей и объединить их в новый род и новое подсемейство.

Основными отличиями *Ampyxinella* от *Ampyxina* являются: 1) глабель не доходит до переднего края, 2) присутствуют глаза, 3) краиндий окружен кантиком, 4) плевр хвоста меньше, 5) туловищных сегментов шесть, а не пять. (Об отнесении *Ampyxina* к сем. *Raphiophoridae* в печати уже поднимался ранее вопрос, и мы присоединяемся к мнению Виттингтона (¹²) о включении этого рода в данное семейство.)

Raymondella Reed (⁸) имеет также некоторые общие черты, сближающие этот род с казахстанскими представителями: такое же почти округлое очертание спинного щита, большую выпуклую глабель, продольные изолированные лопасти, — но виды этого рода не имеют глаз, предглабельного поля и туловищных сегментов у них не шесть, а пять.

Состав рода *Ampyxinella* следующий: *Ampyxinella rugosa* (Kolova), *Ampyxinella balaschova* (Koroleva), *Ampyxinella biloba* (Tschugaeva), *Ampyxinella ruslani* sp. n., *Ampyxinella rugosa* var. *nanusi* (Koroleva).

Распространение и геологический возраст. Северный Казахстан. Лландейльский и карадокский ярусы. Таласский Ала-таяу — карадок. Чуилийские горы — низы лландейльского яруса.

Сем. CHEIRURIDAE Salter, 1853

Подсем. DEIPHONAE Raymond, 1913

В это подсемейство Раймонд (⁶) включает следующие роды. *Deiphon* Barrande, характеризуется шаровидной глабелью с маленькими щеками, от которых отходят большие изогнутые шипы. Хвост имеет две расходящиеся плевры, также шиповидные.

Staurocephalus Barrande, имеет шаровидную переднюю часть глабели и цилиндрическую заднюю с двумя парами поперечных борозд. Голова с заубренным краем, хвост плиомероподобный.

Sphaerogonurhe Angelin, отличается от предыдущего рода короткой затылочной частью глабели и числом глабельных борозд, которых у него не бывает более одной пары.

Опик⁽⁵⁾ включил в это подсемейство еще один новый род: *Hemisphaerogögurphe* Opik, — отличающийся еще более укороченной задней частью глабели, так что шаровидная передняя часть почти непосредственно примыкает к затылочной борозде.

В изученной коллекции находятся экземпляры этого подсемейства, имеющие две пары борозд на глабели, — признак, по которому их следует отнести к *Staurocephalus* Barr., но форма глабели у них резко отлична, не круглая, а пестообразная, и щеки охватывают большую часть глабели, а не только заднюю цилиндрическую, как у указанного выше рода. Поэтому формы с овальной передней частью глабели и цилиндрической задней, неущей две пары четких борозд, выделены в новый род *Ovalocephalus*.

Род *Ovalocephalus* Koroleva gen. n.

Генотип. *Ovalocephalus kelleri* Koroleva gen. et sp. n. (рис. 3а и 4в) 1948. *Staurocephalus* sp. Вебер. Монограф. по палеонт. СССР, стр. 75, табл. XI, фиг. 18.

Диагноз. Маленький трилобит, у которого голова состоит из большой пестообразной глабели (передняя часть овальная, задняя цилиндрическая), имеющей близ затылочного кольца две пары борозд.

Неподвижные щеки большие, сильно изогнуты в поперечном направлении. Они охватывают с боков не только цилиндрическую часть глабели, но частично и овальную. Задние ветви лицевых швов от глаз направлены назад и в стороны. Они пересекают краевую кайму выше щечных углов, которые, по-видимому, несут небольшие шипы.

Замечания. Имеющийся в нашем распоряжении немногочисленный материал все же позволяет сделать вывод, что данный род занимает промежуточное положение между родом *Staurocephalus* Barrande, 1846 и *Sphaerogögurphe* Angelin, 1854, входящих в подсем. *Deiphoninae* Raymond, 1913.

Отличия от *Sphaerogögurphe* Ang. заключаются в строении глабели, которая у нового рода состоит из передней овальной части и задней цилиндрической, на которой расположены две пары четких боковых борозд, причем задние, вместе с изгибающейся вперед затылочной бороздой, образуют небольшие лопасти. *Sphaerogögurphe* Ang. не имеет оттянутой задней части глабели, а передняя часть скорее круглая, чем овальная. Боковые борозды расположены так же, как и у нашего рода, на узкой части глабели, но их количество не превышает одной пары.

У *Staurocephalus* Barr. ((¹⁰), табл. VII, фиг. 13—25) задняя часть глабели цилиндрическая, с двумя парами борозд, как и у описанных экземпляров, но фронтальная ее часть совершенно круглая и как бы является отдельным придатком к головному щиту. Щеки, как правило, охватывают лишь узкую часть глабели, не захватывая сферическую.

Распространение и возраст. Северный Казахстан. Карагандинский ярус (низы).

Казахский горно-металлургический институт
г. Алма-Ата

Поступило
16 VII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. Н. Вебер, Трилобиты силурийских отложений СССР, в. 1, Нижнесилурийские трилобиты, М.—Л., 1948. ² Л. А. Колова, Матер. по геол. Средней Азии, в. 4, 1936. ³ З. А. Максимова, Трилобиты среднего и верхнего девона Урала и Сев. Мугоджар, 1958. ⁴ М. Н. Чугаева, Тр. Геол. инст. АН СССР, в. 9, 5 (1958). ⁵ Опик, Publ. Geol. Inst. Univ. Tartu, № 52 (1937). ⁶ Р. Raymond, Victoria Mem. Mus. Canada Bull., № 1 (1913). ⁷ F. Reed, Geol. Mag., n. s., des. 4, 5 (1898). ⁸ F. Reed, Ditto, Suppl., № 3, 1935. ⁹ Rud. Richter, Paleontologia Hungarica, 1, 1926. ¹⁰ J. Salter, Monogr. Paleontol. Soc. London, 23, 1864—1883. ¹¹ E. Ulrich, Bull. Geol. Soc. Am., 5, 33 (1922). ¹² H. Whittington, Paleontol., 24, № 5 (1950).

ЦИТОЛОГИЯ

Л. Б. ЛЕВИНСОН, Л. Д. ПОПОВА и Д. А. САХАРОВ

**ГИСТОХИМИЯ НЕРВНЫХ КЛЕТОК СЛУХОВОГО ГАНГЛИЯ
В СВЯЗИ С ФОРМИРОВАНИЕМ ИХ ФУНКЦИЙ В ОНТОГЕНЕЗЕ
ЗАРОДЫШЕЙ АКСОЛОТЛЯ**

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 1 XI 1958)

Изучение гистохимии нервных клеток при различных их функциональных состояниях представляет собой важный и необходимый этап в современной разработке цитофизиологии нейрона (1-5, 7, 13, 14). Затруднения в исследованиях такого рода связаны с поисками удобных форм опыта, позволяющих с достаточной уверенностью синхронизировать физиологические и морфологические данные или подобрать адекватные по качеству и интенсивности методы воздействия на нервную клетку. Одним из путей подхода к этой задаче является постановка опытов, в которых функциональную гистохимию нервных клеток изучают в связи с появлением у них определенных форм специфической физиологической активности в ходе онтогенеза (1-3).

Задачей настоящего исследования является изучение изменений в гистохимии нервных клеток слухового ганглия *Ambystoma mexicanum* в связи с началом специфической функции этих клеток в процессе зародышевого развития.

Были поставлены физиологические эксперименты для выяснения времени начала специфической функциональной активности изучаемых клеток, и параллельно изучалась гистохимия этих клеток на разных этапах развития зародышей.

Для клеток слухового ганглия аксолотля момент появления физиологической активности был установлен в опытах Сахарова (6). Аналогичные по постановке опыты служили в настоящей работе физиологическим контролем.

Момент функционального созревания нейробластов может (и, по-видимому, должен) не совпадать с моментом функционального формирования анализаторного аппарата лабиринтов в целом. Нельзя поэтому судить о созревании ганглиозных клеток по моменту формирования регуляторных, координационных влияний, исходящих из лабиринтов. По данным Сахарова, нервные клетки ганглия начинают оказывать специфическое воздействие на мозг несколько ранее, причем первоначально это воздействие имеет лишь тоническое выражение и может быть обнаружено по изменению величины рефлекторного плавательного броска, определяемой по методике Детвиля-Ра (10). Если сравнивать величину этого рефлекса у нормальных эмбрионов и эмбрионов, лишенных на ранних стадиях развития слуховых пузырьков и соответственно слуховых ганглиев, то до определенного момента эмбрионального развития (рубеж 36-й и 37-й стадий, по Гаррисону) эта величинарастет в обеих группах параллельно, а затем внезапно появляются различия: у интактных эмбрионов она продолжает нарастать, а у оперированных это увеличение прекращается или резко замедляется. Очевидно, что с этого момента устанавливается тонизирующее влияние клеток ганглия на моторные системы мозга.

В настоящем исследовании было поставлено две серии опытов — на двух кладках икры аксолотлей черной расы.

В каждой серии однородный и развивающийся в одинаковых условиях эмбриональный материал распределялся следующим образом: 1) часть эмбрионов фиксировалась на указанных ниже стадиях развития для проведения гистохимического исследования; 2) часть эмбрионов служила для определения момента появления функциональной активности ганглия⁽⁶⁾, причем не менее десяти использовавшихся для этой цели эмбрионов были предварительно двусторонне лишены закладок слухового ганглия; 3) на конец, небольшая группа эмбрионов претерпевала одностороннюю операцию удаления слухового пузырька с закладкой ганглия — эта группа фиксировалась на стадии 38 и служила морфологическим контролем для определения локализации ганглия.

Таблица 1

Условное обозначение стадии	День развития	Время фиксации	Стадия развития по Гаррисону	Длина эмбриона в мм
А	10-й	12 ч. 30 м.	36+	9
Б	10-й	20 ч. 00 м.		
В	11-й	10 ч. 00 м.		9,5
Г	11-й	20 ч. 00 м.		
Д	12-й	10 ч. 00 м.	37	10
Е	13-й	10 ч. 00 м.		10,5
Ж	14-й	10 ч. 00 м.	38	11

Были проведены следующие гистохимические реакции: 1) выявление РНК по методике Браше (фиксация смесью Гелли); 2) выявление гликогена по методике Шабадаша; 3) реакция на щелочную фосфатазу по методике Гомори и 4) реакция на гистидин по методике Серра.

Эмбрионы фиксировались на 7 моментах развития, приходящихся на 10—14 дни жизни (стадии 36—38, по Гаррисону), т. е. ранее того возраста, когда происходит естественный выклев из оболочек. Характеристика моментов фиксации дана в табл. 1; для удобства изложения мы обозначаем их как стадии А, Б и т. д. Всего в этой серии использовано 112 эмбрионов (а в другой серии, где материал фиксировался на 6 моментах развития, 96 эмбрионов).

В целях точной идентификации на препаратах слухового ганглия был проведен морфологический контроль. У соответствующих эмбрионов на 8-м дне развития удалялся первый слуховой пузырек. Последствием этой операции, как известно⁽⁹⁾, является отсутствие слухового ганглия с правой стороны. Эмбрионы были зафиксированы на 14 день развития. Сравнением черепномозговых ганглиев левой и правой стороны устанавливалось расположение VII, слухового, ганглия, который, в отличие от остальных скоплений нервных клеток, был в этом случае непарным.

Выяснив на контрольных препаратах локализацию и внешние признаки ганглия, мы смогли затем проследить его развитие на препаратах, обработанных для гистохимического исследования. На поперечных срезах, проходящих на уровне слуховых пузырьков, видно, что слуховые ганглии располагаются с каждой стороны вентро-латеральное продольговатого мозга, у медиальной стенки слухового пузырька. На срезе они имеют обычно форму овала. На ранних из исследованных стадий развития они обычно плохо дифференцируются от толстой стенки пузырька, что свидетельствует об их плакодальном происхождении. В ходе последующего развития морфологическая картина ганглия претерпевает заметные изменения. Возрастает величина самого ганглия: число клеток на срезах, проходящих через участок, где ганглий имеет наибольшую величину, увеличивается с 10 (на стадии А) до 40—50 (на стадии Ж). Наблюдается также постепенное отделение

ние ганглиозных клеток от стенки слухового пузырька с образованием компактного клеточного скопления.

Выявление РНК в ганглиозных клетках дало следующие результаты. На стадии А цитоплазма этих клеток слабо базофильна, что говорит о сравнительно низкой концентрации РНК. Окраска цитоплазмы диффузна, в ней нет видимых структур.

На стадиях Б и В базофилия цитоплазмы остается на прежнем уровне, но на стадии Г происходят значительные изменения: цитоплазма интенсивно и диффузно окрашивается в ярко-розовый цвет.

На стадиях Д — Ж отчетливо выражено постепенное нарастание базофилии цитоплазмы, что говорит о постепенном нарастании концентрации РНК. Таким образом, одновременно с началом специфической функциональной активности нервных клеток слухового ганглия на стадии Г увеличивается концентрация в них РНК.

Сходные картины одним из нас наблюдались при изучении моторных и чувствительных клеток зародышей курицы и крысы в связи с особенностями функции на разных этапах развития (1-4). При адекватном раздражении также было отмечено (11, 12) увеличение содержания РНК в первом и втором нейроне вестибулярного нерва.

На стадии А реакция Шабадаша в клетках ганглия оказалась весьма интенсивной. Небольшие, окрашенные в ярко-малиновый цвет глыбки гликогена заполняют почти всю цитоплазму, что указывает на высокую его концентрацию.

На стадиях Б и В содержание гликогена в клетках ганглия существенно не меняется по сравнению со стадией А.

На стадии Г происходят заметные изменения, сводящиеся к той или иной степени падения концентрации гликогена. По количеству и распределению гликогена можно выделить в слуховом ганглии три типа нервных клеток. Первая — небольшая группа, сосредоточенная главным образом в центральной части ганглия, где содержание гликогена остается на прежнем уровне; в этой связи представляется интерес замечание Интема (15) о том, что клетки центральной части слухового ганглия у *Ambystoma punctatum* значительно дольше остальных клеток ганглия сохраняют эмбриональный характер. Во второй группе клеток на стадии Г отмечается интенсивно окрашенный ободок по периферии цитоплазмы, но вокруг ядра концентрация гликогена заметно снизилась. Наконец, в третьей группе клеток гликоген выявляется лишь в виде небольшой каемки вокруг ядра.

На стадии Д отмечается дальнейшее снижение концентрации гликогена. Только в очень небольшом числе клеток содержание гликогена осталось на высоком уровне; в большинстве же клеток весьма малое количество глыбок гликогена было выявлено около ядра.

На стадиях Е и Ж концентрация гликогена в нервных клетках становится совсем незначительной: остается только минимальное количество глыбок вокруг ядра. Следует отметить и на этой стадии сохранение довольно высокой концентрации гликогена в некоторых, немногих, клетках ганглия.

При изучении возрастных изменений в содержании гликогена в моторных и чувствительных клетках зародышей курицы и крысы одним из нас (1, 2) было показано, что в связи с началом специфической функции наблюдается увеличение концентрации гликогена в нервных клетках. Ослабление интенсивности реакции при тех же условиях в клетках слухового ганглия аксототия, по-видимому, указывает на то, что в разных нервных клетках и у разных животных накопление гликогена в процессе специфической активности может идти по-разному.

Реакция на гистидин оказалась положительной только в ядрах клеток. На фоне диффузной окраски выделяется хорошо очерченное ядрышко, дающее более интенсивную реакцию, чем кариоплазма. Содержание гистидина в клетке не меняется на протяжении изученного периода развития.

Изменений концентрации щелочной фосфатазы в течение развития клеток слухового ганглия в связи с изменением функции также обнаружить не удалось.

Таким образом, в клетках развивающегося слухового ганглия аксолотля удалось наблюдать определенные возрастные изменения концентрации РНК и гликогена, причем в обоих случаях переломным моментом явилась стадия Г. Этот момент соответствует концу 11 дня развития эмбрионов, т. е. тому времени, когда, по данным физиологического эксперимента, в клетках ганглия начинается специфическая функциональная деятельность. Совпадение гистохимических и физиологических изменений во времени позволяет предположить, что упомянутые гистохимические изменения функционально обусловлены.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
1 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. Б. Левинсон, Тез. докл. VI Всесоюзн. съезда анатомов, гистологов и эмбриологов, 1958. ² Л. Б. Левинсон, М. И. Лейкина, ДАН, 109, № 1 (1956). ³ Л. Б. Левинсон, Е. В. Ананова, ДАН, 109, № 2 (1956). ⁴ Л. Б. Левинсон, Р. А. Токтамысова, ДАН, 109, № 3 (1956). ⁵ Г. И. Роккин, ДАН, 97, № 4 (1954). ⁶ Д. А. Сахаров, Научн. докл. высш. школы, сер. биол., 1 (1) (1958). ⁷ А. Л. Шабадаш, Проблемы гистохимического исследования гликогена нормальной нервной системы, М., 1949. ⁸ А. Л. Шабадаш, Сборн. Вопросы биохимии нервной системы, Киев, 1957. ⁹ Е. Сатренхойт, J. exp. Zool., 72, 175 (1935). ¹⁰ S. R. Detwiler, J. exp. Zool., 102, № 3, 321 (1946). ¹¹ C. A. Hamburger, H. Hyden, Acta otolaryngol., Suppl., 65, 53 (1919). ¹² C. A. Hamburger, H. Hyden, Acta otolaryngol., Suppl., 65, 82 (1949). ¹³ H. Hyden, Acta physiol. Scand., 6, Suppl. 17 (1943). ¹⁴ H. Hyden, в кн. Neurochemistry, 1955, р. 204. ¹⁵ C. L. Yntema, J. exp. Zool., 75 (1937).

ГИСТОЛОГИЯ

В. Н. МАЙОРОВ

ПРИЖИЗНЕННЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ НАД ПЕРИЦЕЛЛЮЛЯРНЫМИ АППАРАТАМИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 29 X 1958)

В доступной нам литературе мы не нашли ответов на вопросы о том, как устроен живой перицеллюлярный аппарат и действительно ли метиленовая синь одновременно окрашивает и изменяет его строение. И это не случайно: живого неокрашенного синапса еще никто не наблюдал.

После долгих поисков нам удалось, наконец, получить живой гистологический препарат из мочевого пузыря травяной лягушки (*Rana temporaria* (?)). Без всякой окраски и при сохранном кровообращении в нем отчетливо видны те самые нервные клетки и перицеллюлярные аппараты (8-9), которые давно уже были описаны на фиксированных (2, 10-13) и переживающих препаратах (1, 15). По мере надобности живые синапсы в наших опытах подкрашивались через кровь метиленовой синью. Таким образом, мы получили возможность вести наблюдение над одним и тем же живым синапсом до и после окраски. Излагаемые ниже факты, как нам кажется, являются ответом на вопросы, поставленные в начале данной статьи.

В строении синапсов, соответственно окрашенных метиленовой синью и солями азотнокислого серебра, можно заметить значительную разницу. Если на рис. 1 видны большие округлые бляшки, как бы нанизанные на тонкую перицеллюлярную нить, то на рис. 2 этих образований нет совершенно. Невольно возникает вопрос, являются ли эти высижившиеся синапти-

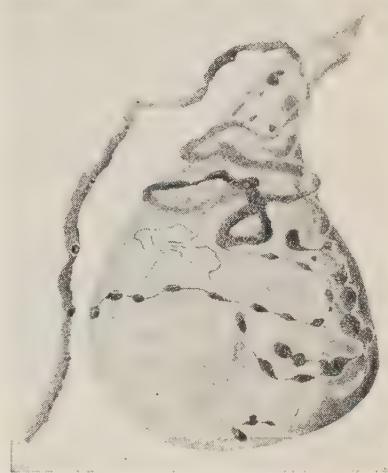


Рис. 1. Живой окрашенный перицеллюлярный аппарат на нейроне мочевого пузыря лягушки. Рисунок с кинофото. Заснят через 10 мин. после введения 0,25% раствора метиленовой сини в кровяное русло подопытного животного. Ок. 10, об. 55×

ческие бляшки реально существующими образованиями, или они представляют собой чистый артефакт, продукт метиленовой сини. Для решения данного вопроса мы воспользовались живым гистологическим препаратом, который позволил выявить следующее. Живой синапс виден без всякой окраски, но не полностью, а лишь в той его части, которую А. Е. Смирнов (13) в своей работе назвал зернисто-волокнистой массой. Внешне она напоминает собой шапочку, которая может накрывать $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ или даже $\frac{2}{3}$ поверхности нервной клетки (рис. 3). Чем больше по своим размерам данная часть синапса, тем сильнее она преломляет проходящий свет и, следовательно, лучше видна на неокрашенном препарате. Тонкие нервные нити и их варикозности, образующие такую «шапочку», придают ей нежный зернисто-полосатый вид. Отдельные нити и бляшки видны лишь вдоль края «шапочки»,

обращенного в сторону ядра. По форме данные бляшки скорее напоминают узкие веретена, продольная ось которых совпадает с ходом соответствующих нервных нитей. Они с такой же последовательностью следуют друг за другом как и на окрашенном препарате (см. рис. 1). Выявление бляшек в составе живого синапса без применения сини является прямым доказательством реальности существования этих структур. Данное наблюдение полностью согласуется с данными работ Лаврентьева и Федорова (6), Степановой и

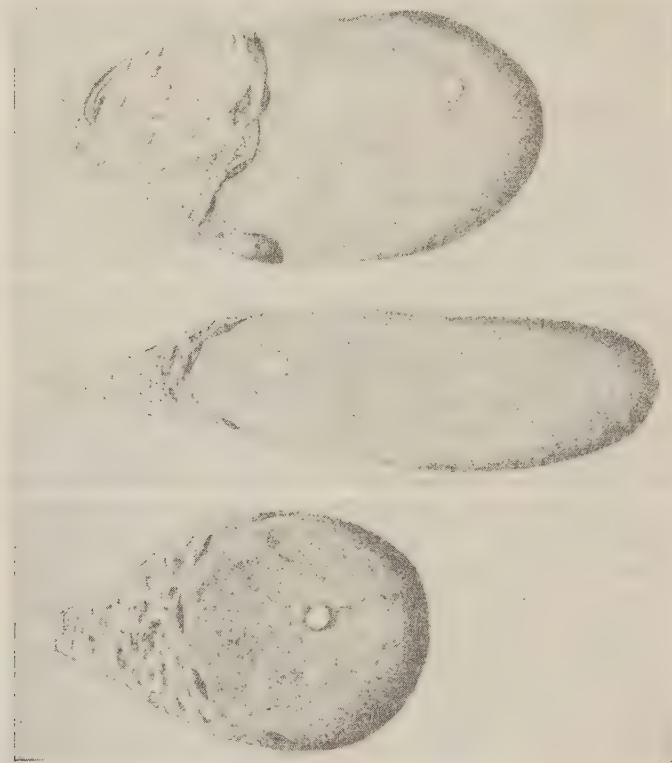


Рис. 3. Зернисто-волокнистая масса на нейронах мочевого пузыря лягушки. Рисунок выполнен с живого неокрашенного гистологического препарата. Ок. 10, об. 10X (Лейц)

Крохиной (14), Котляревской и Болдырева (5) и др., которые, как известно, также наблюдали неокрашенные синаптические бляшки, но на другом объекте, а именно в переживающем препарате Граменицкого.

Теперь, после решения вопроса о реальности бляшек, можно утверждать, что перицеллюляр, изображенный на рис. 2, выявился солями серебра далеко не полно. По сути дела, здесь даже не синапс, а лишь нейрофибрillлярный остаток его. Нейроплазматический компонент, этот главный материал, из которого построены бляшки, чаще всего солями серебра не импрегнируется.

Весь ход окрашивания и обесцвечивания живых синапсов изложен уже в двух предыдущих статьях (8, 9). К этому в данном сообщении необходимо добавить следующее. Бляшки по сравнению с перицеллюлярными нитями окрашиваются гораздо быстрее и дольше удерживают в себе метиленовую синь. Они настолько чувствительны к присутствию в организме метиленовой сини, что окрашиваются при введении в кровь даже относительно небольших доз красителя.

Многочисленные наблюдения над живыми синапсами показывают, что метиленовая синь одновременно и окрашивает бляшки, и изменяет их. Из

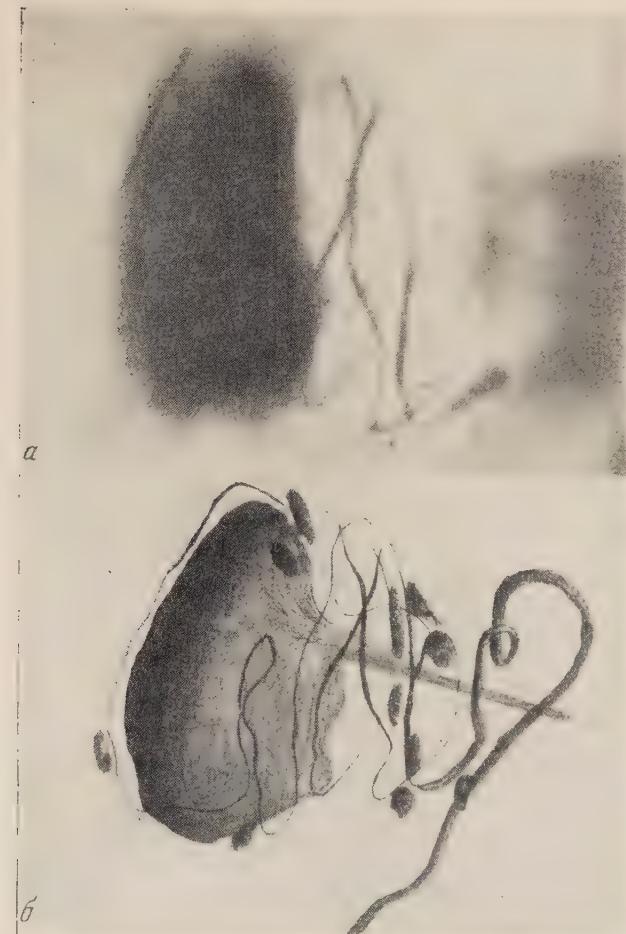


Рис. 2. Фиксированный перицеллюлярный аппарат на нейроне мочевого пузыря лягушки. Метод Бильшовского — Грос. а — микрофотография, б — рисунок. Ок. 10, об.55×

К статье П. А. Мотавкина и С. Н. Смирнова, стр. 1324

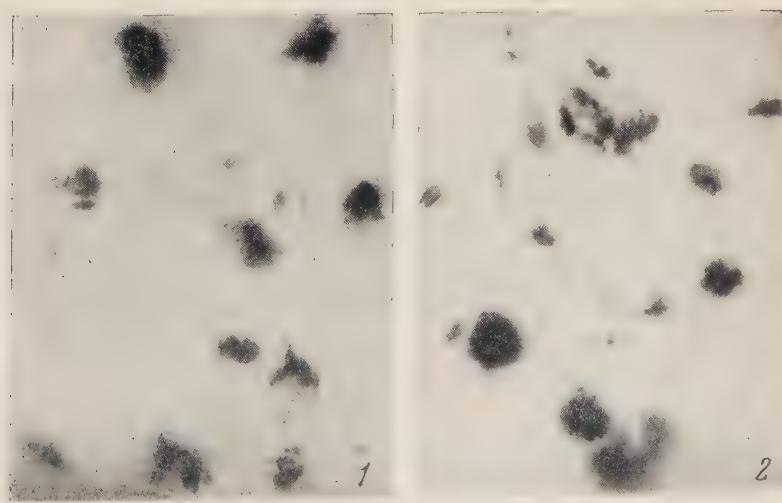


Рис. 1. Редуцирующие вещества в нейронах компактной зоны черного ядра (1) и в нейронах серого бугра (2). Микрофото. Ок. 10, об. 40×

узких веретен вскоре после дачи красителя бляшки превращаются в овалы или сразу в шары (см. рис. 1). Лишь некоторые из них и в окрашенном виде продолжают сохранять свою первоначальную (веретенообразную) форму. Окрашиваясь, бляшки увеличиваются в размерах. При этом они могут закрывать собой почти всю поверхность нейрона. Вскоре после обесцвечивания все они имеют форму шаров с отчетливыми блестящими контурами. Теперь бляшки сильнее преломляют проходящий свет. Особого интереса заслуживает тот факт, что сами нити синапса подобным образом на метиленовую синь не реагируют. По крайней мере, какого-либо утолщения этих нитей или изменения их оптических свойств мы никогда не видели.

Все сказанное выше обязывает нас метиленовую синь рассматривать во-первых, как единственный краситель, который выявляет живой синапс и, следовательно, делает его более доступным для исследователя и, во-вторых, — как раздражитель, который изменяет строение межнейрональных связей. В будущем эксперименте метиленовая синь, очевидно, займет свое место в общем ряду раздражителей нервных структур.

В заключение хотелось бы обратить внимание на очень тесный контакт между перицеллюлярными нитями и их бляшками, с одной стороны, и поверхностью периферического нейрона, — с другой. Этот контакт очень хорошо заметен на живом синапсе. Перицеллюлярные бляшки, часто достигающие больших размеров, не только соприкасаются с поверхностью нейрона, но и вдавливаются в нее, образуя при этом громадную нишу. Подобные же синапсы были обнаружены и на фиксированном материале (3, 4, 16, 17) и мн. др. По-видимому, вдавленное расположение бляшек не случайно: оно увеличивает поверхность контакта и вместе с тем делает его более тесным.

Пока еще рано решать вопрос о жизнедеятельности межнейрональных связей. Но уже на основании имеющихся в нашем распоряжении фактов о тонком строении и свойствах живых синапсов (вдавленное расположение бляшек, их избирательная чувствительность на введение в организм метиленовой сини с последующим изменением формы, величины и оптических свойств) можно предполагать, что именно через бляшки идет поток нервных импульсов с преганглионарного волокна на периферический нейрон.

Институт физиологии им. И. П. Павлова
Академии наук СССР

Поступило
25 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ C. A g n s t e i n, Anat. Anz., 2, N. 5 (1887). ² N. G r ü n s t e i n, Arch. f. mikr. Anat. u. Entwicklungsgesch., 55 (1900). ³ A. Г. Г р е т е н, Морфология звездчатого узла, Кандидатская диссертация, Саратовск. мед. инст., 1952. ⁴ Г. А. К о б л о в, Микроморфология ганглиев солнечного сплетения, Докторская диссертация, Саратовск. мед. инст., 1950. ⁵ М. А. К о т л я р е в с к а я, В. Б. Б о л д ы р е в, Сборн. Морфология автономн. нервной системы, М., 1946, стр. 114. ⁶ Б. И. Л а в р е н т ьев, Б. Г. Ф е д о р о в, Бюлл. ВИЭМ, в. 8—9 (1934). ⁷ В. Н. М а и о р о в, Бюлл. эксп. биол. и мед., 44, № 7, 113 (1957). ⁸ В. Н. М а и о р о в, ДАН, 115, № 4 (1957). ⁹ V. N. M а ю г о в, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 63, N. 3 (1957). ¹⁰ M. T. M о г и л а, Мед. журн. АН УССР, 10, в. 3 (1940). ¹¹ А. Н е м и л о в, Тр. СПб общ. естествоиспыт., отд. зоол. и физиол., 32, в. 2 (1902). ¹² П. Н. С е р е б р я к о в, Тр. 4-го Всесоюзн. съезда зоологов, анатомов и гистологов в Киеве 6—12 мая 1930 г., Киев — Харьков, 1931. ¹³ А. Е. С м и р н о в, Материалы по гистологии периферической нервной системы батраков, Казань, 1891. ¹⁴ С. С т е п а н о в а, Е. М. К р о х и н а, Арх. биол. наук, 61, в. 2 (1941). ¹⁵ P. E h r l i c h, Deutsch. med. Wochenschr., № 4 (1886). ¹⁶ W. K i r s c h e, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 60, N. 3 (1954). ¹⁷ W. K i r s c h e, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 61, N. 4 (1955).

ГИСТОЛОГИЯ

П. А. МОТАВКИН и С. Н. СМИРНОВА

**О НЕКОТОРЫХ ГИСТОФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ
ВЕГЕТАТИВНЫХ НЕЙРОНОВ МОЗГОВОГО СТВОЛА**

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 22 X 1958)

К настоящему времени в нейрогистологии накопился ряд фактов, свидетельствующих о существенных гистофизиологических особенностях нервных клеток вегетативных ядер, заложенных в стволовой части головного мозга.

Опытами с прижизненным введением трипановой сини лабораторным животным была показана избирательная чувствительность вегетативных нейронов к коллоидам (1, 2). В то время как нервные клетки соматических ядер ствола оказывались свободными от включений инъецируемого в организм красителя, протоплазма нейронов серого бугра, супраоптического ядра, ядер дна третьего желудочка, черного вещества, ядра Якубовича, дорсального ядра блуждающего нерва и голубого места содержала заметные количества гранул трипановой сини. Закономерность наблюдавшегося явления послужила весьма основательным доводом к тому, чтобы рекомендовать витальное окрашивание для диагностики не только целых ядер, но и отдельных разбросанных в мозговом стволе клеток с вегетативной функцией (2).

Усовершенствование методики выявления полисахаридов (3, 4) позволило установить особенности обмена углеводов в тканевых элементах перечисленных выше ядер. Их нервные клетки, в отличие от других интуссусцепционных нейронов ствола, оказались способными к синтезу гликогена и накоплению в протоплазме видимых его отложений (4).

Все увеличивающееся с возрастом содержание меланина в вегетативных нейронах следует отнести к числу характерных для них признаков. Нельзя не отметить, что еще сравнительно недавно этот пигмент обнаруживался только в нервной системе человека (5). И лишь в самое последнее время наличие меланина было описано в ряде нервных клеток гипоталамической области у собак (6).

Кроме того, при использовании метода Маллори в цитоплазме вегетативных нейронов определяется особая «фуксинофильная» зернистость (7), а окраска по Гомори выявляет в телах разбираемых клеток разнообразной величины и формы гранулы, капли и вакуоли. Последнее, как известно, принимается подавляющим числом исследователей за явление, указывающее на нейросекреторную деятельность этих элементов (8-12).

Совокупность отмеченных нами признаков не может считаться присущей каким-либо другим элементам центральной нервной системы. На этом основании ряд известных гистофизиологических особенностей создает определенные возможности диагностировать вегетативные ядра и отдельные клетки той же природы, заложенные в стволе головного мозга. Необходимость такой диагностики совершенно очевидна, если принять во внимание, что у вегетативных нейронов ствола отсутствуют какие-то, свойственные только им морфологические признаки.

В настоящей работе, выполненной преимущественно методом Шевремона и Фредерика, авторы обратили внимание на особое богатство вегетативных клеток редуцирующими веществами.

Изучались: продолговатый, средний, промежуточный мозг, двигательная область коры больших полушарий и некоторые участки коры полушарий мозжечка 8 кроликов, 10 кошек, 6 собак в возрасте от 8 мес. до 2 лет. В качестве фиксатора использовалась жидкость Буэна. Первоначально мы уплотняли *in vitro* кусочки нервной ткани, взятые от животных сразу же после смерти. Несмотря на многократные опыты с изменением продолжительности и условий фиксации, мы не смогли получить таким путем сколько-нибудь удовлетворительных результатов.

Весьма полезным оказался следующий прием. У наркотизированного животного по реберным хрящам вскрывается грудная клетка. На аорту, непосредственно ниже ее дуги, накладывается зажим Пеана. Отпрепарованная верхняя полая вена прошивается лигатурой и вскрывается. Через дугу аорты шприцами Жане вводится 500—700 мл жидкости Буэна. Как только фиксатор начинает вытекать из перерезанной полой вены, последнюю перевязывают, а в дугу аорты вливают под большим давлением дополнительно 200—300 мл фиксатора. Спустя 1—2 часа после перфузии извлекается головной мозг, и его ствол разрезается на тонкие пластинки. Одновременно вырезаются кусочки коры больших полушарий мозга и коры мозжечка. Материал помещают в свежеприготовленный раствор Буэна, сменяемый через каждые 2 часа. Дополнительная фиксация продолжается в течение 6—8 час. После часовой промывки в дистиллированной воде из кусочков изготавливают на замораживающем микротоме срезы толщиной в 10 μ . Их собирают в чашку сменяющую дистиллированную воду и промывают в ней до полного исчезновения желтого цвета.

Дальнейшая обработка срезов осуществлялась нами по Шевремону и Фредерику. Реакция приготовляемой смеси, состоящей из одной части 0,1% раствора железосинеродистого калия и трех частей 1% окисного феррисульфата, определялась потенциометрически. Установливаемая величина pH колебалась от 2,4 до 3.

Сущность метода основана на редукции красной кровяной соли в желтую при помощи имеющегося у ряда веществ лабильного водородного катиона. В свою очередь, железосинеродистый калий, взаимодействуя с окисным сульфатом железа, образует берлинскую лазурь, которая либо выпадает в форме гранул, либо диффузно окрашивает некоторые участки протоплазмы.

Изучение ядер ствола проводилось на сериях фронтальных срезов от нижней границы продолговатого мозга до уровня переднего края зрительного перекреста (хиазмы). При этом было установлено следующее.

Тела подавляющей части нейронов дорсального ядра блуждающего нерва и голубого места густо заполнены темно-синими, иногда довольно крупными зернами; в другой, меньшей части нейронов мелкие и бледно-голубые гранулы замечаются лишь в отдельных участках протоплазмы, они имеют преимущественно околоядерную локализацию. В незначительном числе клеток обоих ядер у каждого обследованного нами животного гранулы вовсе не обнаруживаются. В нервных клетках нижней оливы, сетчатого вещества, нежного и клиновидного пучков, подъязычного, лицевого, двигательного ядра тройничного нерва и ядер основания моста наблюдается сплошное околоядерное кольцо синего цвета. Остальная часть тела этих нейронов занята нечетко ограниченными друг от друга неправильной формы глыбками весьма слабого голубого цвета.

В нервных клетках компактной зоны черного вещества гранулы обнаруживаются с большим постоянством (рис. 1,1, см. вклейку к стр. 1321). Они выявляются в форме овальных и округлых зерен, но иногда имеют вид палочек или весьма грубых глыбок. В мелких нейронах гранулы синего цвета сосредоточены всецело в околоядерной зоне. На уровне верхнего двуххолмия, по обе стороны от шва, книзу от водопровода, выделяется значительным содержанием гранул обширная зона серого вещества, овальные и округлые клетки которой ближе к основанию мозга располагаются в непо-

средственном соседстве с нейронами черного вещества. Эти клетки топографически соответствуют ядру Перлиа у человека и заключают в протоплазме крупные голубые и темно-синие гранулы правильной шаровидной формы. Зерна равномерно заполняют цитоплазму и замечаются также в самом начале дендритических отростков. Подобные же включения наблюдаются в элементах ядра Якубовича, в нейронах поверхностного и глубокого слоев серого вещества верхних холмов, межножечного ядра и в отдельных нервных клетках, рассеянных непосредственно под дном сильвииева водопровода. В нейронах крупноклеточной части красного ядра тело окрашено в диффузный бледно-голубой цвет.

Изучая промежуточный мозг, мы обратили особое внимание на нервные элементы серого бугра потому, что последний относится, как известно, к высшим вегетативным центрам. Уже под малым увеличением заметны мелкие звездчатые образования синего цвета, лежащие несколькими рядами в базальной пластинке серого бугра. Под иммерсией можно убедиться, что это глиальные клетки, которые следует отнести к числу астроцитов. Около ядра гранулы часто сливаются в грубый перинуклеарный валик. От него зерна, мельчая, продолжаются в отростки и прослеживаются до стенок капилляров. В телах нейронов серого бугра образуются весьма грубые осадки, от которых остается свободной лишь узкая периферическая кайма протоплазмы (рис. 1,2). Олигодендроциты, окружающие нервные клетки, содержат синие гранулы, расположенные непосредственно кнаружи от ядра вдоль всей его оболочки. Сходные картины наблюдаются в нервных элементах супраоптического ядра и в отдельных нейронах, рассеянных по основанию промежуточного мозга.

В пирамидах три и ганглиозных клетках пять слоев коры больших полушарий головного мозга обнаруживается перинуклеарное кольцо синего цвета. Типичное околоядерное расположение голубого ободка разной ширины свойственно и клеткам Пуркинье мозжечка.

Изложенное показывает, что вегетативные нейроны ствола по количеству и расположению выявляемых в их протоплазме редуцирующих веществ, а также по форме, в которой последние обнаруживаются, отличаются от нервных клеток соматических ядер ствола, коры больших полушарий головного мозга и коры мозжечка. Кроме того, вегетативные ядра, в отличие от соматических, содержат гранулы в астроцитах и олигодендроцитах, что отмечалось нами не только в гипotalамической области, но и в дорсальном ядре блуждающего нерва, голубом месте, ядре Якубовича и черном веществе. Установленное нами свойство вместе со способностью вегетативных нейронов ствола к нейросекреции, синтезу гликогена, отложению меланина, фуксинофильных гранул и накоплению коллоидов — в совокупности являются, на наш взгляд, существенными гистофизиологическими особенностями этих элементов.

О химической природе обнаруживаемых в нейронах веществ можно сказать следующее. Использованный нами метод был предложен Шевремоном и Фредериком для выявления в тканевых элементах сульфидрильных групп⁽¹³⁾. По некоторым данным, специфичность его весьма относительна⁽¹⁴⁾. Обилие обнаруживаемых гранул наводило на серьезные сомнения в правильности получаемых результатов. Применение исследователями хлормеркуриофенилазонафтола⁽¹⁵⁾ и дигидрооксидафтилдисульфида⁽¹⁶⁾ давало, как известно, однообразную и неинтенсивную реакцию цитоплазмы с околоядерным сгущением. После проведенной нами перфузии мозга животных насыщенным раствором суплемы, катион которой блокирует SH-группы⁽¹¹⁾, исчезала диффузная бледно-голубая окраска протоплазмы и гранулы выявлялись особенно четко. Одновременно переставало обнаруживаться перинуклеарное кольцо синего цвета и бледные неправильной формы цитоплазматические глыбки в нейронах соматических ядер ствола, в клетках ядер черепномозговых нервов, в пирамидах и ганглиозных элементах больших полушарий головного мозга и в клетках Пуркинье мозжечка. Можно,

следовательно, думать, что подобная окраска обусловливалась восстановлением феррицианида тиоловыми веществами.

В условиях применения кислого фиксатора выпадающие в процессе реакции гранулы могли быть осадками, образующимися в результате редуцирующих свойств аскорбиновой кислоты. Однако и после перфузии спиртом, растворяющим витамин С (17), гранулы продолжали обнаруживаться в прежнем виде.

Между тем, в срезах промежуточного мозга собаки, окрашенных толуидиновой синью, обнаруживалось сравнительно небольшое число нервных клеток, содержащих сине-зеленые зерна, а импрегнация серебром открывала в цитоплазме тех же клеток мелкие неправильной формы, черного цвета частички. Все это с достоверностью указывало на присутствие меланина (18). В то же время ни окраска по Нисслю, ни серебрение по Кахалю, ни метод Бодиана не открывали в протоплазме всех остальных исследованных нами нейронов каких-либо образований, похожих на меланин. Следует все же указать, что на самых ранних стадиях формирования меланина, по крайней мере у человека, образуются группировки, обладающие редуцирующими свойствами в отношении феррицианида (19). Вместе с тем, они не восстанавливают серебро из раствора его азотнокислой соли. Принимая это во внимание, можно полагать, что выявляемые гранулы представляют собою еще более раннюю стадию формирования пигмента, чем премеланин (18), и образуются, по всей вероятности, за счет тирозина и его производных.

Как нам кажется, важно подчеркнуть тот факт, что описанные выше гранулы обнаруживаются лишь в условиях перфузии фиксатора через сосуды. Срезы же из кусочков, обработанных погружением в жидкость Буэна, дают постоянный отрицательный результат. Последнее, по нашему мнению, объясняется химической неустойчивостью выявляемых веществ, которые в процессе отмирания ткани либо подвергаются окислению (что весьма вероятно в отношении тирозина и его производных), либо экранируются другими веществами, образующимися при автолизе, либо, наконец, вовсе разрушаются.

Владивостокский
медицинский институт

Поступило
30 V 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ A. W. Rachmanow, *Fol. Neuro-biol.*, 7, № 9 (1913). ² А. В. Рахманов, Невропатол. и психиатрия, № 3—4 (1925). ³ Н. Вацег, *Zs. mikr.-anat. Forschung*, 33, 143 (1933). ⁴ А. Л. Шабадаш, Гистохимия, гликогена нормальной нервной системы, М., 1949. ⁵ И. И. Гутнер, А. М. Левикова, ДАН, 68, № 1 (1949). ⁶ И. И. Гутнер, ДАН, 97, № 3 (1954). ⁷ И. И. Гутнер, Г. Д. Носова, ДАН, 85, № 1 (1952). ⁸ И. Ф. Иванов, в кн. Проблемы морфологии нервной системы, Л., 1956, стр. 5. ⁹ Н. Сажонский, *Monatsch. Veterinär.*, 10, № 3 (1955). ¹⁰ Е. Schageter, *Experientia*, 10, № 6 (1954). ¹¹ F. Schiebler, *Endokrinologie*, 31, № 1—2 (1954). ¹² R. Rabl, *Virchow's Arch.*, 326, № 4 (1955). ¹³ M. Chévremont, J. Federig, *Arch. Biol.*, 54, 379 (1943). ¹⁴ T. Iaо, *Quart. J. Micr. Sci.*, 90, 13 (1949). ¹⁵ N. Веппетт, *Anat. Rec.*, 110, № 2, 231 (1954). ¹⁶ R. Вагпетт, *J. Nat. Cancer Inst.*, 13 (1953). ¹⁷ Б. Ромейс, Микроскопическая техника, ИЛ, 1953. ¹⁸ И. И. Гутнер, в кн. Сборн. тр., посвящ. 40-летней деятельности проф. В. Н. Тонкова, М., 1937. ¹⁹ А. Пирс, Гистохимия, ИЛ, 1956.

Г. И. АБЕЛЕВ, З. А. АВЕНИРОВА, Н. В. ЭНГЕЛЬГАРДТ, З. Л. БАЙДАКОВА
и Г. И. СТЕПАНЧЕНКО-РУДНИК

**ОРГАНОСПЕЦИФИЧЕСКИЙ АНТИГЕН ПЕЧЕНИ, ОТСУТСТВУЮЩИЙ
В ГЕПАТОМЕ**

(Представлено академиком В. А. Энгельгардтом 27 IX 1958)

Вопрос об антигенном упрощении при малигнизации впервые был поднят Вейлером (1-3), который показал, что митохондрии и микросомы печени теряют органоспецифический антиген при экспериментальном канцерогенезе. Однако впоследствии Гельштейн методом анафилаксии с десенсибилизацией, подтвердив самый факт антигенного упрощения, обнаружила в гепатоме органоспецифический антиген (4). В последнее время Хьюз (5) не смог воспроизвести данных Вейлера. Таким образом, проблема упрощения антигенной структуры органов при их малигнизации, несмотря на ее актуальность, во многих отношениях остается неясной.

Мы изучали этот вопрос на цитоплазматических гранулах печени перевивной гепатомы мышей, пользуясь методом преципитации в агаре (6). Работа проводилась на гепатоме мышей С₃НА и печени мышей этой же и других линий. Методика приготовления антигенов МмП и МмГ * и постановка реакции описаны ранее (7).

Сам факт антигенного упрощения МмП в сравнении с МмГ выражен чрезвычайно резко (рис. 1). В этом опыте антигены МмП, отсутствующие в МмГ, образуют прямые линии, упирающиеся в лунки гепатомного антигена и антигепатомной сыворотки, что свидетельствует об отсутствии подобных компонентов в МмГ и антител к ним в анти-МмГ-сыворотках. Полосы утрачивающихся антигенов видны во всех препаратах, причем в некоторых системах (белковая фракция МмП) проявляется четыре таких антигена. Этот факт был воспроизведен нами на 7 разных препаратах МмП и 6 препаратах белковой фракции из них — с использованием 7 анти-МмП- и 6 анти-МмГ-сывороток. Наличие антигенов в МмП, отсутствующих в гепатоме, было подтверждено также опытами с нейтрализацией анти-МмП-сыворотки антигенами гепатомы. Сыворотка, утратившая способность реагировать с МмГ, продолжает реагировать с МмП.

Представляло интерес проверить органоспецифичность утрачиваемых антигенов. Для этого анти-МмП-сыворотка частично нейтрализовалась добавлением раствора Мм почек, выпавший осадок удалялся центрифугированием, и такая сыворотка испытывалась с антигенами печени, гепатомы, почек и селезенки. Оказалось, что полосы антигенов, отсутствующие в гепатоме, отсутствуют также и в Мм почек и селезенки. По-видимому, выявленные нами утрачивающиеся антигены являются специфическим только для печени.

Таким образом, наши данные — полученные другим методом и на другой опухоли — подтверждают данные Вейлера, хотя и оставляют открытым вопрос о наличии в гепатоме органоспецифических антигенов, воз-

* Фракция митохондрий и микросом далее обозначается МмП для нормальной ткани печени и МмГ для гепатомы.

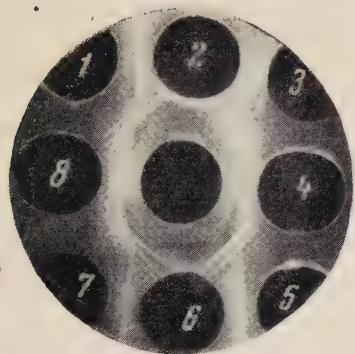


Рис. 1. Сравнение систем печень — антипеченочная сыворотка и гепатома — антигепатомная сыворотка. В центре анти-МмП-сыворотка (№ 647), 1 и 5 — антиген МмП, 3 и 7 — белковая фракция МмП, 4 — МмГ, 8 — белковая фракция МмГ, 2 и 6 — анти-МмГ-сыворотки (№ 641 и 638)

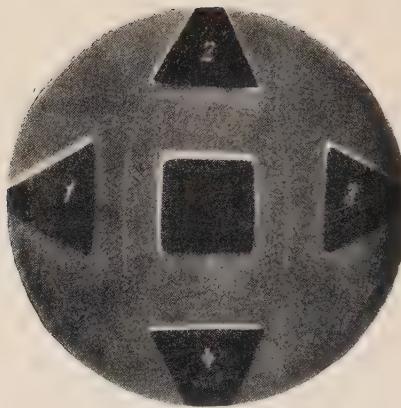


Рис. 2. Реакция преципитации в агаре органоспецифического антигена печени с антипеченочными и антигепатомными сыворотками. В центре — AO, 1 и 3 — анти-МмП-сыворотки (№ 945 и 946), 2 и 4 — анти-МмГ-сыворотки (639 и 641)

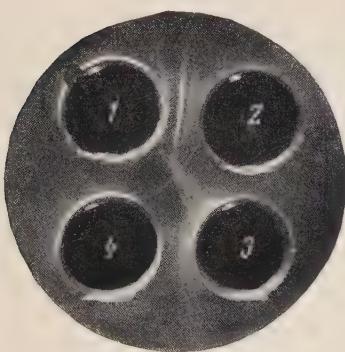


Рис. 3. Отсутствие органоспецифического антигена печени в гепатоме. 1 — анти-МмП-сыворотка (№ 542), 2 — МмГ, 3 — AO, 4 — антигепатомная сыворотка (№ 441)



Рис. 4. Реакция неидентичности органоспецифического антигена печени с препаратами различных органов и гепатомы. В центре — анти-МмП-сыворотка (№ 647), 1 и 4 — AO, 2 — Мм почек, 3 — Мм селезенки, 5 — МмГ, 6 — Мм легких

можно присутствующих в иных фракциях или открываемых более чувствительными методами.

Для выяснения природы и функции веществ, исчезающих при малигнизации, и, следовательно, для понимания значения этого явления необходимо выделить эти антигены в очищенном виде. Нам удалось выделить один из органоспецифических антигенов и изучить его иммунологическую специфичность. Выделение этого антигена (АО — антиген органоспецифичности) основано на том, что он наиболее прочно связан с оболочкой МмП и остается в ней после извлечения остальных антигенов.

Мы приведем один из методов выделения АО. МмП (получение см. (?)), дважды проэкстрагированные 0,14 M NaCl, супензировались в дистиллированной воде (~ 20 мг/мл), подщелачивались веронал-медиаловым

буфером до рН 7,8—8,2 и облучались ультразвуком 800 кгц, 10 вт/см² в течение 1,5—2 мин. — до превращения из плотной суспензии в густо опалесцирующий раствор. (В работе мы пользовались ультразвуковым аппаратом УЛ-1 отечественного производства. В качестве излучателя ультразвука в этом аппарате служат диски пьезокерамики титаната бария, диаметром 60 мм. Озвучивание материала производилось в кювете, представляющей собой стеклянный сосуд с двойными стенками. Дно кюветы — тугу натянутая нейлоновая пленка. Кювета охлаждается спиртом (от -15 до -20 °). Расстояние от дна кюветы до излучателя ультразвука 7 см.)

При облучении основная масса вещества Мм переходила в раствор, а оставшиеся оболочки Мм частично осаждались центрифугированием 30 мин. при

12 500 g (14 000 об/мин). Центрифугирование проводилось в роторе сепаратора АСЛ-2 без тарелок, что обеспечивало толщину центрифугируемого слоя $\sim 0,5$ см и повысило тем самым эффективность осаждения. Осадок три раза промывался веронал-медиаловым буфером рН 8,6, μ 0,05, после чего супензировался в том же буфере и облучался 3—5 мин. при 800 кгц до возможно более полного растворения. Раствор осветлялся 20 мин. при 12 500 g, и если наблюдался осадок, то он супензировался в дистиллированной воде, подщелачивался 1% NaOH до рН 10—10,5 и нейтрализовался фосфатным буфером до рН 8,4—8,6. Обе эти фракции содержат активный АО. Испытывалось 8 препаратов АО, приготовленных описанным методом, причем все они в реакции преципитации в агаре давали одну сильную полосу собственно АО и в некоторых случаях содержали примеси посторонних антигенов (рис. 2—4). Окончательная очистка АО достигалась методом зонального электрофореза (см. ниже).

АО реагировал только с анти-МмП-сыворотками и не реагировал с антигепатомными сыворотками как в реакции преципитации в агаре (рис. 2 и 3), так и в реакции количественной преципитации.

АО давал отчетливую реакцию неидентичности при сравнении его с МмГ (рис. 2 и 4).

Вполне аналогичные результаты были получены в реакции анафилаксии, когда свинки, сенсибилизованные МмП, отвечали анафилактической реакцией на введение АО, а свинки, сенсибилизованные МмГ, почти не реагировали на него (табл. 1). Следует отметить, что некоторая

Таблица 1

№ свинки	Сенсибилизация		Разрешающий опыт		
	анти-ген	доза по белку, мг	анти-ген	доза по белку, мг	реакция
19	МмП	4	АО	2,2	++
20				1,76	++±
22				2,2	+-
23				2,2	+++
26				3,25	++
25				3,25	++
24				2,2	-
21				2,2	-
29	МмГ	4	АО	1,76	±
27				2,2	-
32				2,2	-
36				2,2	-
47				2,2	-
50				3,25	-

Примечание. Использовался препарат АО, не очищенный от липопротеида.

часть свинок, сенсибилизованных МмП, очень слабо реагировала с АО, что по нашему мнению обусловлено разной степенью сенсибилизации к нему при введении свинкам многокомпонентной смеси (МмП).

АО обладал резко выраженной органной специфичностью в реакции преципитации. Он не обнаруживался среди антигенов Мм почек, селезенки, легких и плазмы мышей (рис. 4).

Нейтрализация сыворотки гранулами гепатомы или включение антигенов гепатомы в агар не препятствовало реакции АО с соответствующей сывороткой. Следует отметить, что АО не обладает линейной специфичностью, так как присутствует в печени не только С₃НА, но и С₅₇, СС₅₇ и беспородных мышей.

Представляло несомненный интерес изучить химическую природу АО. Поскольку он был связан с оболочкой Мм, состоящей, как известно (⁸), из липопротеида, а также сопутствовал липопротеиду при очистке другими методами, казалось весьма вероятным, что АО и является липопротеидом оболочки митохондрий и микросом.

Мы попытались определить, идентичен ли АО липопротеиду, подвергнув его препартивному электрофорезу в колонке с градиентом плотности по Свенссону (⁹), в веронал-медиаловом буфере при рН 8,6, μ 0,025. При этом оказалось, что АО при электрофорезе всегда оставался вблизи места нанесения, а основная масса липопротеида, обладающая высокой электрофоретической подвижностью и содержащая более 90% белка, определявшегося в препарате, уходила одной зоной на расстояние 2,5—3 см от АО, где и давала четкий пик белка. Отделенный таким образом липопротеид не обладал заметной активностью при испытании его в реакции преципитации в агаре.

Таким образом, липопротеид является балластной примесью к антигену АО. Низкая электрофоретическая подвижность АО и его высокая иммунологическая специфичность позволяют предположить, что в его состав входит полисахаридный компонент.

Следует указать, что при попытке получить АО из МмГ выделялся препарат неантigenного липопротеида, не содержащий компонентов типа АО.

Таким образом, нам удалось выделить один из органоспецифических антигенов печени, отсутствующих в гепатоме. Представляет большой интерес выяснить его химическую природу, локализацию в клетке и определить, связан ли он с собственно паренхимой печени или с клетками ретикуло-эндотелия или желчных протоков. Работа в этих направлениях продолжается.

Поступило
21 IX 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ E. Weiler, Zs. Naturforsch., 7b, 324 (1952). ² E. Weiler, Brit. J. Canc., 10, 553 (1956). ³ E. Weiler, Zs. Naturforsch., 11b, 31 (1956). ⁴ В. И. Гельштейн, Тез. докл. 2-й Всесоюзн. онкол. конфер., 1958, стр. 71. ⁵ P. E. Hughes, Canc. Res., 18 (4), 426 (1958). ⁶ О. Оичтерлону, Acta Pathol. et Microbiol. Scand., 32, 231 (1953). ⁷ Л. А. Зильберидр., ДАН, 124, № 4 (1959). ⁸ R. D. Dallam, Arch. Biochem. and Biophys., 54, 24 (1955). ⁹ H. Svensson, L. Hagdahl, K. Lerner, Sci. Tools, 4, 1 (1957).

БИОХИМИЯ

З. Г. БРОНОВИЦКАЯ

ОКИСЛИТЕЛЬНОЕ ФОСФОРИЛИРОВАНИЕ В ПЕЧЕНИ ПРИ
ДЕЙСТВИИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ КИСЛОРОДА И ВВЕДЕНИИ J^{131}

(Представлено академиком А. И. Опарином 14 X 1958)

Ранее нами было обнаружено, что при действии на животных (крыс и кроликов) чистого кислорода под давлением 6 атм. до развития у них тяжелого послесудорожного состояния содержание аденоэозинтрифосфорной кислоты (АТФ) в печени резко снижается⁽¹⁾. Этот факт требовал объяснения.

Падение уровня АТФ могло быть результатом либо понижения интенсивности ее синтеза, либо повышения ее расходования, а возможно — и тем, и другим.

Процесс дыхания связан с процессами фосфорилирования, вовлечением неорганического фосфора в процессы обмена с образованием макроэргических фосфорных соединений, в частности АТФ. Эта связь впервые была показана В. А. Энгельгардтом на эритроцитах и впоследствии подтверждена многочисленными исследованиями⁽⁽⁸⁻¹⁰⁾⁾ и др.).

Интенсивность процессов фосфорилирования выражается величиной коэффициента фосфорилирования Р/О, т. е. отношением количества эстерифицированного фосфора во время дыхания к одновременно потребленному кислороду.

Величина коэффициента фосфорилирования зависит от характера тканевого субстрата, условий опыта и в значительной степени от субстрата окисления (глютамат, сукцинат, оксибутират и др.) и колеблется в пределах 2—4⁽²⁻⁴⁾. Коэффициент фосфорилирования в опытах с печеночными митохондриями равен 3—3,4⁽⁴⁾.

Для решения вопроса о влиянии гипероксии на интенсивность процессов фосфорилирования АТФ в печени нами был исследован коэффициент фосфорилирования в печени крыс после воздействия на животных 6 атм. кислорода.

Опыт прекращали, когда у животных развивалось тяжелое состояние после бурных судорожных сокращений мышц всего тела.

Методика работы с барокамерой, ее конструкция и поведение животных в атмосфере высокого давления кислорода описаны нами в предыдущих сообщениях^(1, 5).

Интенсивность дыхания определялась манометрически по количеству поглощенного кислорода в атмосфере воздуха без добавления субстрата при температуре 28,5°; количество неорганического фосфора — колориметрически после осаждения магнезиальной смесью. Для изготовления препаратов печени мы пользовались методикой Тороповой, уменьшая количество ткани вдвое. Сосуды с реакционной смесью помещались на 10 мин. в термостат для уравнивания температуры; инкубация затем продолжалась 15 мин. По окончании инкубирования сосуды быстро переносились в смесь воды и льда и добавлялось 2 см³ охлажденной трихлоруксусной кислоты (ТХУ). Щелочь во внутреннем отделении сосуда Варбурга просушивалась фильтровальной бумагой. Через 10 мин. после добавления ТХУ реакционную смесь фильтровали и брали по 0,2 см³ для определения неорганического фосфора (НФ).

После добавления Mg-смеси проба на 20 час. оставлялась на холода. Колориметрировали в фотоколориметре ФЭК-М, без светофильтра.

Контрольные пробы 10 мин. выдерживали при той же температуре, что и опытные, затем переносили в ванночку со льдом и обрабатывали охлажденной ТХУ. Следовательно, к началу отсчета поглощения кислорода в опытных пробах действие ферментов в контрольных пробах прекращалось давлением ТХУ.

Разница в содержании НФ в контрольных и опытных пробах связана с инкубированием ткани в течение 15 мин.

Результаты опытов по определению Р/О печени крыс после действия на животных 6 атм. кислорода представлены в табл. 1.

Таблица 1

Окислительное фосфорилирование печени крыс после действия на животных 6 атм. кислорода. Газовая среда — воздух; конечная концентрация Р 0,008М, NaF 0,04М; 28,5°; инкубация 15 мин.

Контроль			6 атм. О ₂		
поглощ. О, $\mu\text{г-ат.}$	поглощ. Р, $\mu\text{г-ат.}$	Р/О	поглощ. О, $\mu\text{г-ат.}$	поглощ. Р, $\mu\text{г-ат.}$	Р/О
4,92	22,56	4,66	6,94	9,60	1,38
6,68	13,80	2,06	4,85	4,14	0,89
5,66	17,26	3,05	6,65	9,36	1,40
8,00	17,30	2,16	7,24	15,30	2,12
5,19	22,70	4,38	6,97	9,75	1,21
7,01	22,05	3,22	9,36	5,15	0,56
6,70	20,50	3,06	7,35	10,67	1,44
8,28	17,10	2,06	7,89	11,80	1,49
8,00	22,70	2,80	6,92	—	—
7,51	15,35	2,04	6,68	—	—
Среднее 6,80	19,13	2,81	7,09	9,47	1,34

Как следует из приведенных данных, интенсивность дыхания ткани печени животных, подвергшихся действию 6 атм. кислорода, практически не отличается от интенсивности дыхания контрольных животных. Наблюдается даже некоторая тенденция к повышению под влиянием кислорода: 6,80 $\mu\text{г-ат.}$ поглощенного кислорода у контрольных животных и 7,08 $\mu\text{г-ат.}$ у опытных.

Однако способность связывать НФ у опытных животных значительно снижена: 19,13 $\mu\text{г-ат.}$ поглощенного Р у контрольных и 9,47 $\mu\text{г-ат.}$ Р у опытных животных. Таким образом Р/О снижается у опытных животных вдвое.

Прямое определение АТФ в этом случае показало, что печень опытных животных синтезирует АТФ значительно менее интенсивно, чем печень контрольных животных.

Следовательно, при воздействии на животных кислорода под давлением в 6 атм. в печени необратимо нарушаются процессы фосфорилирования и связанное с ними накопление макроэргических соединений, из-за чего в свою очередь могут нарушаться процессы, связанные с потреблением АТФ. Этим, надо полагать, определяется пониженное содержание АТФ в печени животных, подвергшихся действию 6 атм. кислорода.

Физиологическим агентом, понижающим величину Р/О в печени, является также тироксин. Начиная с 1951 г. появились сообщения о влиянии тироксина на окислительное фосфорилирование. В опытах *in vitro* на митохондриях печени и почек крыс было показано, что добавление тироксина или трийодтиронина понижает Р/О (^{3,4,6}). Тироксин, введенный *in vivo* и *in vitro*, понижает интенсивность включения Р³² печеночными митохондриями (⁷). Введение животным тироксина интраперitoneально увеличивает

потребление кислорода митохондриями печени от 7,9 до 9,5 $\mu\text{г-ат}$, но уменьшает Р/О от 3,2 у контрольных животных до 2,2 у опытных (4).

Ларди (цит. по (4)) была высказана гипотеза о том, что эффект действия тироксина на обмен веществ в организме животных определяется его способностью, как и динитрофенола, разобщать окисление и фосфорилирование. Пониженная работоспособность людей с тиреотоксикозом при увеличении основного обмена находит теперь, по его мнению, биохимическое обоснование.

Кребс (2) в обзоре по механизму окислительного фосфорилирования оценивает эту гипотезу механизма действия тироксина как вполне правдоподобную.

Исходя из наших данных о том, что пребывание животных в атмосфере высокого давления кислорода приводит к разобщению дыхания и фосфорилирования в печеночной ткани, и литературных материалов о разобщающем действии тироксина на процессы фосфорилирования и окисление, мы считали интересным изучить взаимодействия этих двух факторов.

Лучевое поражение щитовидной железы вызывалось J^{131} ; параллельно исследовалось влияние гипероксии.

10 кроликам был введен J^{131} в количестве 0,2 мСи на 1 кг веса животного. Спустя 12 дней после введения J^{131} они были разделены на две группы: в 1-й группе определялось Р/О при содержании их в обычных условиях; во 2-й группе определение Р/О производилось после пребывания животных в барокамере под давлением в 6 атм. кислорода до развития у них тяжелого послесудорожного состояния. Ежедневно в опыт бралось два кролика — один из 1-й группы, другой из 2-й группы. Кроме того, Р/О было определено у трех контрольных кроликов, содержащихся в обычных условиях вивария. Результаты этой серии опытов представлены в табл. 2.

У животных 1-й группы (J^{131}) интенсивность тканевого дыхания печени снижена на 25%, так же снижено связывание неорганического фосфора и незначительно понижена величина Р/О (3,51 — у здоровых и 2,97 — у йодированных животных). В этих условиях гипофункция щитовидной железы, которая должна была развиться вследствие введения J^{131} , не оказывается существенно на отношении Р/О, хотя дыхание, как и следовало ожидать, падает.

Очевидно, компенсаторные системы поддерживают нормальный уровень реакций фосфорилирования.

Когда же на животных дополнительно действует такой сильный фактор, как высокое давление кислорода (2-я группа), компенсаторная функция оказывается недостаточной — еще ниже падает потребление O_2 (на 22% относительно 1-й группы), но значительно увеличивается связывание неорганического фосфора (относительно 1-й группы на 40%), отчего величина Р/О возрастает до 5,38.

Трудно представить себе сейчас, за счет какой энергии и каких механизмов возрастает интенсивность фосфорилирования в печени йодированных J^{131} животных после воздействия на них 6 атм. кислорода при пониженном потреблении O_2 , хотя самый факт активации процессов фосфорилирования действием высоких давлений кислорода мы наблюдали в опытах *in vitro* на срезах коры головного мозга, гомогенатах сердечной мышцы и препаратах печени.

Таблица 2

Окислительное фосфорилирование печени (средние данные). Фосфатный буфер рН 7,4; конечная концентрация NaF 0,04M; 28,5°; инкубация 15 мин.

	Поглощ. O_2 , мг-ат.	Поглощ. Р, мг-ат.	Р/О
Здоровые животные	4,21	14,72	3,51
Животные через 12 дней после введения J^{131}	3,19	9,45	2,97
Животные, подвергшиеся действию 6 атм. O_2 че- рез 12 дней после вве- дения J^{131}	2,47	13,3	5,38

При действии на здоровых животных кислород под давлением в первой серии опытов (см. табл. 1) оказался фактором, понижающим интенсивность окислительного фосфорилирования при неизменном потреблении кислорода.

Во второй серии опытов, при действии 6 атм. O_2 на животных, предварительно йодированных I^{131} , коэффициент фосфорилирования увеличивается. В этом случае действие кислорода под повышенным давлением оказывается близким к результатам, полученным в опытах *in vitro*.

Обнаруженная нами связь воздействия высоких давлений кислорода с функцией щитовидной железы на фосфорный обмен печени требует для своего разрешения дальнейших исследований.

Ростовский-на-Дону
государственный университет

Поступило
3 II 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ З. С. Гершенович, З. Г. Броновицкая, Биохимия, **20**, в. 4 (1955).
² Chemical Pathways of Metabolism, 1, 1954, стр. 162. ³ G. F. Mallу, H. A. Lardу, J. Biol. Chem., **204**, 435 (1953). ⁴ G. F. Mallу, H. A. Lardу, J. Biol. Chem., **215** 377 (1955). ⁵ З. С. Гершенович, З. Г. Броновицкая, А. А. Кричевская, Бюлл. эксп. биол. и мед., **28**, 424 (1950). ⁶ F. Dickens, D. Salmonу, Biochem. J., **64**, 4, 645 (1956). ⁷ C. Magtius, B. Hess, Arch. Biochem. and Biophys., **33**, 486 (1951). ⁸ В. А. Белицер, Е. Т. Цыбакова, Биохимия, **4**, 516 (1939). ⁹ J. Banga, S. Ochoa, R. Peters, Nature, **144**, 74 (1939). ¹⁰ S. Ochoa, J. Biol. Chem., **151**, 493 (1943).

БИОХИМИЯ

Н. П. МАКСЮТИНА и Д. Г. КОЛЕСНИКОВ

ФУРОКУМАРИНЫ ПЛОДОВ ПАСТЕРНАКА ПОСЕВНОГО
PASTINACA SATIVA L.

(Представлено академиком А. И. Опариным 3 XI 1958)

Пастернак посевной — *Pastinaca sativa* L.— двулетнее травянистое растение семейства зонтичных, распространенное почти по всей Европе и повсеместно в СССР. Растет на сорных местах, на полях, лугах и огородах. Культивируется ради сочных, сладковатых, ароматических корней, употребляемых в пищу. Семена его имеют довольно приятный запах и употребляются иногда в качестве приправы, как пряность.

С лекарственной целью в народной медицине используется отвар корней пастернака посевного при лихорадке и почечных камнях ⁽¹⁾. В литературе имеются также указания, что пастернак посевной обладает способностью вызывать подкожную фотосенсибилизацию ^(2, 3). Исследованиями Сойне, Абу-Шади и Ди Ганги ⁽⁴⁾ было установлено, что фотосенсибилизирующий эффект семян пастернака обусловливается наличием в них двух фурукумаринов — бергаптена и императорина. Бергаптен и императорин являются производными фурукумарина псоралена ⁽⁴⁾, который обладает самой высокой фотосенсибилизирующей активностью ⁽⁶⁾ и используется в качестве лекарственного препарата при лейкодермии и витилиго.

Из других видов пастернака был исследован только *Pastinaca oropara*. Сухой млечный сок этого пастернака под названием опопанакс применялся для лечения кишечных расстройств, гастритов, спастических болей и некоторых других заболеваний ⁽⁷⁾. В опопанаксе обнаружено наличие эфирного масла, некоторых кислот и умбелиферона ⁽⁸⁾.

Наши исследования семян пастернака посевного были предприняты с целью получения из них веществ спазмолитического действия. Для работы были взяты семена пастернака сорта Студент, сбора 1955—1956 гг., выращиваемые в Краснодарском и Ставропольском краях. Применив метод хроматографического разделения веществ на окиси алюминия ⁽⁹⁾, мы смогли получить из семян пастернака семь кристаллических веществ. По фармакологическим данным, одно из выделенных веществ, названное нами пастинацином, обладало ярко выраженными спазмолитическими свойствами, вызывая расширение сосудов сердца, печени, почек и других внутренних органов в концентрациях $1 \cdot 10^{-7}$ и выше ⁽¹⁰⁾. Клинические наблюдения * показывают, что пастинацин является эффективным спазмолитическим средством и может применяться для лечения некоторых форм стенокардии.

Другие вещества, выделенные из семян пастернака, обладали либо кратковременным, по сравнению с пастинацином, сосудорасширяющим действием (вещества (1), (3), (5), (6) — см. ниже), либо прямо противоположным действием, т. е. вызывали сужение сосудов внутренних органов (вещества (2) и (7)).

Изучением химической структуры выделенных веществ было установлено, что все семь веществ при окислении перекисью водорода дают фуранди-

* Клинические исследования проведены М. И. Шубовым (Харьков), М. И. Золотовой-Костомаровой (Москва) и С. Н. Синельниковым (Харьков).

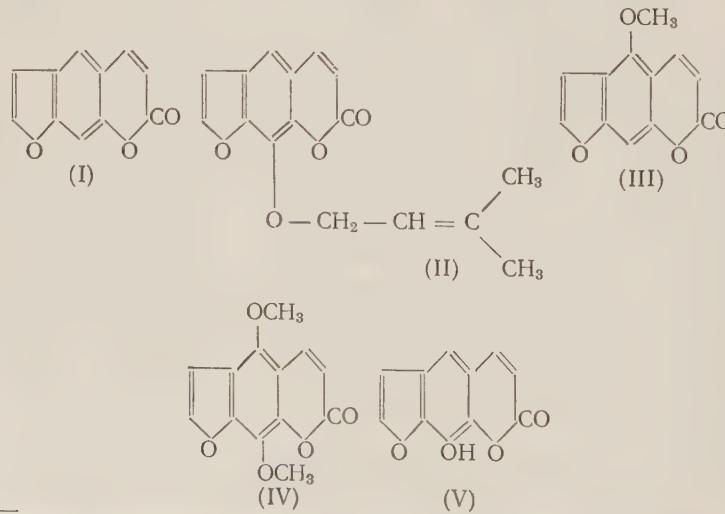
карбоновую кислоту и все имеют в своем составе кумариновый лактон, способный размыкаться в щелочной и замыкаться в кислой среде. Эти и другие данные физико-химического анализа позволяют сделать заключение, что выделенные из семян пастернака вещества относятся к группе природных фурукумаринов. Полученные данные физико-химических исследований семян веществ семян пастернака приведены в табл. 1.

Таблица 1

	Вещество (1)	Вещество (2)	Вещество (3)	Вещество—пастинацин	Вещество (5)	Вещество (6)	Вещество (7)
Т. пл. (на блоке), °С	100—102	189—191	145—147	124—138	149—151	240—244	140—144
Форма кристаллов	плотн. призмы	белые длини. иглы	белые кр. призмы	тонкие иглы	желтые иглы	белые ромбы	белые иглы
Растворимость в воде	не раствор.	оч. трудно	трудно	трудно	трудно	трудно	трудно
в хлороформе	легко	раствор.	легко	легко	легко	раствор.	легко
Мол. вес	270,0	216,5	247,4	217,2	246,3	202,24	217,0
Элементарный состав, %							
С	71,2	66,71	63,71	66,68	63,42	64,97	66,82
Н	5,36	3,70	4,27	3,75	4,10	3,07	3,81
Формула	$C_{18}H_{14}O_4$	$[C_{12}H_8O_4]$	$C_{18}H_{10}O_5$	$C_{12}H_8O_4$	$C_{18}H_{10}O_5$	$C_{11}H_8O_4$	$C_{12}H_8O_4$
Наличие лактона	+	+	+	+	+	+	+
Образование фурандикарбоновой кисл.	+	+	+	+	+	+	+
Наличие разветвл. боковой цепи	+	—	—	—	—	—	—
Число метоксилов	—	1	2*	1	2	—	1
Выход, %	0,08—0,1	0,08	0,042	0,1	0,002	0,001	0,0012

* Положение метоксидов доказано получением хинона (12).

Сравнивая свойства полученных веществ с известными фурокумаринами, мы пришли к заключению, что (1), (2), (5) и (6) идентичны известным фурокумаринам — императорину (II), бергаптену (III), изопимпинеллину (IV) * и ксантотоксолу (V) *, соответственно. Для подтверждения идентичности этих соединений был получен ряд производных. Так, (1) в высоком вакууме дает аллопроизводное, идентичное аллоимператорину; при кислотном гидролизе (1) отщепляет свободный фенол, идентифицированный с ксантотоксолом. При нитровании (2) получено нитропроизводное, идентичное нитробергаптену, а при сплавлении его со щелочью получен флороглюцин. Идентичность (5) с изопимпинеллином подтверждена получением хинона, а идентичность вещества (6) с ксантотоксолом — по отсутствию депрессии температуры плавления с фенолом императорина.



* Идентифицировано по отсутствию депрессии температуры плавления с фенолом императорина.

Что же касается остальных трех веществ (пастинацина (3) и (7)), то их пока не удалось идентифицировать ни с одним из известных фурокумаринов. Состав и свойства наиболее активного соединения пастинацина, как видно из табл. 1, очень близки к свойствам бергаптена (2), и даже более того — эти два вещества имеют совершенно одинаковые значения R_f на хроматограммах на бумаге в восьми исследованных системах растворителей. Однако биологические свойства этих двух соединений, очень близких по химическому составу, прямо противоположны. Пастинацин вызывает расширение сосудов внутренних органов, а бергаптен суживает те же сосуды. Изучение химической природы этих трех веществ продолжается.

Экспериментальная часть

Выделение фурокумаринов. Семена экстрагируют этиловым спиртом, спирт отгоняют, экстракт обрабатывают смесью хлороформа и петролейного эфира (1 : 4), и раствор хроматографируют на окиси алюминия. Вещества из колонки элюируют тем же составом растворителей. Вначале в элюате переходит зона, содержащая эфирное масло, за ней следует зона с желтовато-фиолетовой флуоресценцией в у.-ф. лучах, содержащая (1). После упаривания элюата из маслянистого остатка кристаллизуется (1) с т. пл. 96—98°.

Вслед за зоной, содержащей (1), в элюате переходит зона, с ярко-желтой флуоресценцией в у.-ф. лучах, содержащая (5). Элюат этой зоны упаривают, и остаток несколько раз перекристаллизовывают из этилового спирта. (5) кристаллизуется в виде желтых тонких войлочных игл с т. пл. 149—151°.

При дальнейшем элюировании хроматографической колонки смесью хлороформа и петролейного эфира (1 : 4) в элюате переходит зона, содержащая сумму пяти веществ ((2), (3), (4), (6) и (7)). Упаривая элюат до небольшого объема, кристаллизуют комплекс пяти веществ. Кристаллический комплекс растворяют при нагревании в бензоле и по мере остывания кристаллизуют (2) с т. пл. 189—191°. Маточник после отделения (2) упаривают, и остаток растворяют при нагревании в этиловом спирте. Через несколько часов наступает кристаллизация (3) в форме плотных сростков призм с т. пл. 145—147°.

Пастинацин выделяется из маточника после отделения (3). Он кристаллизуется в форме коротких, слегка желтоватых, игл с т. пл. 124—138°. Маточник после кристаллизации пастинацина упаривается, остаток растворяется в эфире. При стоянии выпадают кристаллы ромбической формы с т. пл. 240—244° (6). Далее маточник разбивается трехкратным объемом петролейного эфира. При этом выделяется очень небольшое количество белых игольчатых кристаллов (7) с т. пл. 140—144°.

Исследование фурокумаринов. Для всех семи веществ, выделенных из семян пастернака, определены основные физико-химические свойства: температура плавления (на блоке Кофлера), растворимость, молекулярный вес, элементарный состав, форма кристаллизации. Эти данные для каждого вещества приведены в табл. 1. Все вещества исследованы на содержание в них кумаринового лактона, фуранового кольца, наличия разветвленной боковой цепи и количества метоксильных групп. Результаты анализа показали, что все вещества содержат фурановую и кумариновую группировки, и, следовательно, относятся к группе природных фурокумаринов. Боковую разветвленную цепь, способную отщепляться при кислотном гидролизе, содержит только (1) (императорин). Свободные метоксильные группы имеются у пяти веществ, из них одну содержат: (2) (бергаптен), пастинацин и (7); по 2 метоксила содержат (3) и (5). Вещество (1) после перекристаллизации из смеси бензола — петролейного эфира плавится при 100—102°. Состав его $C_{16}H_{14}O_4$ соответствует императорину.

Получение аллопроизводного (1) (аллоимператорина). 0,5 г (1) изомеризуется при 200—205° и 0,01 мм в течение

5—8 мин. При 210—215° и 0,001 мм вещество сублимируется в форме ярко-желтых игл. После перекристаллизации из смеси хлороформ — петролейный эфир вещество плавится при 233° и имеет состав $C_6H_{14}O_4$. Полученное вещество по всем свойствам соответствует аллоимператорину (11).

Гидролиз (1). 2,0 г (1) гидролизовали смесью ледяной уксусной и серной кислот по методу Шпета в сотр. (11). При этом получен свободный фенол — фурокумарин состава $C_{11}H_6O_4$ с т. пл. 240—244°, идентифицированный по всем свойствам с ксантолоксолом.

Получение нитропроизводного (2) (нитробергаптена). 4,0 г (2) растирают с уксусной кислотой, затем прибавляют 100 мл HNO_3 . Смесь охлаждают и через 20 мин. выливают в 4 л холодной воды. Выделившийся продукт отделяют, высушивают и перекристаллизовывают из уксусной кислоты. Желтые призматические иглы нитропроизводного буреют при 230° и плавятся при 256° с разложением. Нитропроизводное (2) по всем свойствам идентично нитробергаптену.

Харьковский научно-исследовательский
химико-фармацевтический институт

Поступило
3 XI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ C. Sommer, Arch. d. Pharm., **148**, 1 (1859). ² H. W. Wan Urk, Pharm. Meek blad., **56**, 1390 (1919). ³ V. Starck, Brit. J. Dermatol., **59**, 40 (1947).
⁴ L. Musajo, Full. Soc. (him. Biol., **36**, 88 (1954). ⁵ T. O. Soine, Nained Abi Shady, F. E. Di Gangi, J. Am. Pharm. Ass. Sci. Ed., **45**, 426 (1956). ⁶ L. Musajo, G. Rodighiero, G. Capogole, Chimica et Industria, **35**, 13 (1953); ⁷ Dispensatory 1501 (1957). ⁸ A. Tschirch, A. Baug, Arch. d. Pharm., **209** (1895). ⁹ Н. И. Макютина, Д. Г. Колесников, Мед. пром., **6**, 12 (1958). ¹⁰ П. И. Берука, Фармакол. и токсикол. (в печати). ¹¹ E. Späth, H. Holzen, Ber., **66**, 113 (1933). ¹² H. Thomas, E. Baetcke, Ber., **45**, 3705 (1912).

БИОХИМИЯ

М. С. РЕЗНИЧЕНКО, В. П. МОИСЕЕВА, Л. И. ПОЛОТНОВА
и С. Е. ТУКАЧИНСКИЙ

НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ ОБ N-КОНЦЕВЫХ ГРУППАХ
ГАММА-ГЛОБУЛИНА КРОЛИКА В НОРМЕ И ПАТОЛОГИИ

(Представлено академиком В. А. Энгельгардтом 22 VII 1958)

Выявление природы концевых групп белков и дальнейшее определение последовательности аминокислотных остатков в полипептидных цепях белковых молекул является важнейшим подходом при установлении структуры протеинов и отправной точкой при изучении динамических функций белковых веществ как в норме, так и патологии.

Применяя метод Сенгера⁽¹⁾ для определения N-концевых групп и метод Дотрево⁽²⁾ для определения C-концевых групп, двое из авторов настоящего исследования с сотр. (3-5) определили природу N- и C-аминокислотных остатков глиадина пшеницы, что позволило поставить прогноз о количестве пептидных цепей, входящих в молекулу глиадина.

В настоящей работе мы поставили себе целью установить N-концевую характеристику γ -глобулина кролика, поскольку материалы в отношении этого важнейшего белка весьма ограничены, и изучить эффект рентгеновского облучения на γ -глобулин *in vivo*.

Под опытом было 6 кроликов (шеншилы). Три опытных кролика были подвергнуты облучению (800 г), в результате чего у всех животных было констатировано острое развитие лучевой болезни, сопровождающееся резкой лейкопенией (1000—1500 лейкоцитов в 1 мл³). Кровь была взята у животных на 6 сутки после облучения. γ -глобулиновая фракция была выделена из сыворотки подопытных и контрольных животных осаждением спиртоводными смесями при низкой температуре по методу Кона⁽⁶⁾. Для получения электрофоретически чистого γ -глобулина выделенный белок повторно переосаждался, и контроль чистоты препарата производился методом электрофореза на агаре (по методике, разработанной биофизической лабораторией Ленинградского института переливания крови⁽⁷⁾). Проведенный анализ показал, что полученный препарат содержал не менее 97% γ -глобулина.

От каждой группы животных было получено по 200 мг сухого препарата γ -глобулина, которые были параллельно обработаны спиртовым раствором фтординитробензола. Полученные динитрофенилпроизводные γ -глобулинов нормальных и больных животных были одновременно гидролизованы в 5 мл 6 N соляной кислоты, и гидролизаты экстрагированы эфиrom по методу, описанному нами ранее^(3, 4). Две полученные фракции, содержащие N-концевые ДНФ-аминокислоты, — эфирная и воднорастворимая — были хроматографированы на бумаге ленинградской медленной.

Для хроматографирования в настоящей работе были применены три растворителя: 1) фенол, насыщенный водой; 2) фосфатно-цитратный буфер с pH 6,0; 3) смесь толуола, пиридина, этиленхлоргидрина и 0,8 N NH₃ в соотношении 10 : 10 : 1 : 1.

На рис. 1 приведены схемы наиболее характерных хроматограмм — в цитратно-фосфатном буфере и феноле.

Таблица 1

Фосф.-цитр. буфер pH 6,0					Фенол — вода				
Свидетель — ДНФ-производное	R_f свидетеля	R_f γ -глобулина		№ пятна	Свидетель — ДНФ-производное	R_f свидетеля	R_f γ -глобулина		№ пятна
		норм.	облуч.				норм.	облуч.	
Тирозин	0,19	0,19	—	I	Аспар. кисл.	0,37	0,37	0,37	1
Лизин	0,39	0,38	0,37	II	Глутам. кисл.	0,50	0,49	0,50	2
Глицин	0,69	—	0,68	III	Серин	0,63	0,64	0,63	3
Серин	0,72	0,73	0,73	IV	Глицин	0,78	0,79	0,81	4
Аланин	0,74	0,72	0,71	IV	Аланин	0,83	0,81	0,82	4
Аспарагиновая кисл.	0,84	0,84	0,83	V	Тирозин	0,84	0,83	0,85	5
Глутаминовая кисл.	0,84	0,84	0,83	V	Лизин	0,86	0,83	0,84	5

Цифровые данные, представляющие средние из десяти определений R_f пятен хроматограмм и свидетелей, приведены в табл. 1.

Как видим, для γ -глобулина нормальных животных характерны N-концевые группы, идентифицирующиеся на цитратно-фосфатных хроматограммах, остатки тирозина и лизина и столь же четко определяемые на фенольных хроматограммах остатки аспарагиновой и глутаминовой кислот и серина. Наличие N-концевого аланина можно констатировать только путем сопоставления R_f его и свидетеля в трех растворителях, так как ни в одном случае он не проявляется в виде отдельного пятна, но всегда совмещается с другими ДНФ-производными.

Хроматограммы ДНФ-производных γ -глобулина групп больных животных показывают, что среди N-концевых остатков γ -глобулина этой группы кроликов отсутствует ДНФ-тироzin и появляется новое пятно (III на рис. 1), идентифицированное в трех растворителях как ДНФ-глицин.

Рис. 1. Хроматограммы эфирной фракции гидролизатов ДНФ-производных γ -глобулинов кролика. А — цитратно-фосфатный буфер pH 6,0; Б — фенол — вода. Римскими и арабскими цифрами обозначены пятна γ -глобулина; номера соответствуют номерам пятен в табл. 1. а — ж — пятна свидетелей: а — ДНФ-тироzin, б — бис-ДНФ-лизин, в — ДНФ-глицин, г — ДНФ-серин, д — ДНФ-глутаминовая кислота, е — ДНФ-аланин, ж — ДНФ-аспарагиновая кислота

Итак, N-концевая характеристика γ -глобулинов здоровых и больных животных представляется в следующем виде:

N-концевые остатки	Норма	Облучение	N-концевые остатки		Норма	Облучение
			Норма	Облучение		
Тирозин	+	—			Аланин	+
Лизин	+	+			Глутаминовая кисл.	+
Глицин	+	+			Аспарагиновая кисл.	+
Серин	+	+				

Обращаясь к литературным источникам, посвященным концевым группам γ -глобулина человека, кролика и других животных, необходимо отметить, что наши данные о нахождении в γ -глобулине кролика N-концевого аланина совпадают с данными, цитированными Бреннером (8). Нахождение нами N-концевых серина, аспарагиновой и глутаминовой кислот подтверждается также данными Розвира и Смиса (9), обнаружившими в γ -глобулине человека N-концевую глутаминовую кислоту, и Лао У-бо и Полглейза (10), обнаружившими в том же γ -глобулине остатки аспарагиновой и глутаминовой кислот. Эти же авторы нашли в γ -глобулине быка N-концевые серин, аланин и аспарагиновую и глутаминовую кислоты.

Таким образом, к четырем уже известным N-концевым остаткам γ -глобулина нормальных кроликов, человека и быка добавляются идентифицированные нами в трех растворителях остатки тирозина и лизина.

Интерпретируя отмеченное нами изменение N-концевого состава γ -глобулина облученных животных по сравнению со здоровыми, можно высказать предположение, что исчезновение концевого тирозина из патологического γ -глобулина было определено лучевыми факторами извне. Также можно полагать, что разрушающийся тирозин, потеряв оксибензильную группу, переходит в простейший дериват — аминоуксусную кислоту. Этим можно объяснить появление пятна ДНФ-глицина на хроматограммах патологического γ -глобулина в отсутствие этой концевой группы в нормальном γ -глобулине.

Наши выводы в некоторой мере подкрепляются данными Говинджи (11) и Хенох и Лапинской (12). Первый из цитированных авторов отметил, что после освещения рентгеновскими лучами проростков *Cicer arietinum* в них повышается содержание аспарагина и глутамина и уменьшается (на 50%) содержание тирозина. Вторые из цитированных авторов (12) отмечают, что при действии γ -лучей на растворы аминокислот *in vitro* обнаруживается разрыв C — C-связей в углеродной цепи аминокислот, а при облучении фенилаланина и тирозина отмечается появление фенола.

Независимо от трактовки полученных данных факт изменения структуры γ -глобулина животных, подвергнутых воздействию лучей с короткой длиной волны, имеет несомненный интерес.

Ленинградский институт советской торговли

Поступило

Ленинградский институт переливания крови

20 VII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ F. Sanger, Biochem. J., **39**, 507 (1945); **40**, 261 (1946). ² M. Dautevaux, G. Bisezte, C. R., **240**, № 10, 1153 (1955). ³ M. Резниченко, Н. Мельтева, Л. Полотникова, Тр. научн. конфер. Всесоюзн. научно-иссл. инст. зерна, **35**, 85 (1957). ⁴ Н. Мельтева, М. Резниченко, Биохимия, **23**, 372 (1958). ⁵ М. Резниченко, В. Векслер, А. Фрейман, Сборн. научн. тр. Ленингр. инст. сов. торг., **12** (1958). ⁶ E. Cohn, L. Strong et al., J. Am. Chem. Soc., **68**, 459 (1946). ⁷ С. Тукачинский, В. Моисеева, Тез. докл. научн. сесс. Ленингр. инст. перелив. крови по пробл. лейкоза, **1**, 38 (1958). ⁸ M. Biegel, Chimia, **7**, № 9, 198 (1953). ⁹ J. R. Ossweig, E. Smith, J. Am. Chem. Soc., **80**, 256 (1958). ¹⁰ Lay Woopok, W. Polglase, Canad. J. Bioch., Phys., **35**, 39 (1957). ¹¹ P. Govindjee, Naturwiss., **44**, № 6, 183 (1957). ¹² M. Хенох, Е. Лапинская, ДАН, **110**, № 1, 125 (1956).

Член-корреспондент АН СССР Н. М. СИСАКЯН и Е. А. ПИНУС

О МИТОХОНДРИАЛЬНЫХ ФАКТОРАХ, ВЛИЯЮЩИХ НА ГЛИКОЛИЗ

В предыдущей нашей работе ⁽¹⁾ рассматривался вопрос о влиянии митохондрий, полученных из печени, на гликолитические реакции растворимой фракции гомогената мышц. Интерес к подобного рода исследованиям был вызван тем обстоятельством, что фракционирование гомогенатов ткани на отдельные клеточные элементы давало возможность подойти по-новому к изучению взаимоотношений окислительных и гликолитических процессов в клетке, поскольку основные окислительные процессы клетки сосредоточены в митохондриях, а гликолитические реакции локализованы в основном в растворимой клеточной фракции.

Ряд авторов, занимающихся подобного рода исследованиями, получили стимулирование митохондриями гликолиза растворимой фракции ^(2, 3), тогда как другие ^(4, 5) наблюдали, напротив, торможение аэробного гликолиза, что позволяло им связывать механизм действия митохондрий с пастеровским эффектом.

Дальнейшие работы в этом направлении ^(1, 6) обнаружили, что между гликолитическими процессами растворимой фракции и добавленными к ней митохондриями существуют сложные взаимоотношения. Оказалось, что характер действия митохондрий (тормозящий или стимулирующий) зависит от концентрации добавленных митохондрий и от субстрата, применяемого для гликолитической реакции.

Было установлено ⁽¹⁾, что большие концентрации митохондрий, соответствующие 800—1000 мг ткани, оказывают тормозящее действие на гликолиз, а малые, соответствующие 50—300 мг ткани, — стимулирующее, причем влияние митохондрий на гликолиз оказывается одинаково выраженным в аэробных и анаэробных условиях.

Обнаружилось, что тормозящее действие митохондрий проявляется на стадии между глюкозо-6-фосфатом и гексозодифосфатом, а стимулирующее — после стадии образования гексозодифосфата.

Оба эти фактора — тормозящий и стимулирующий, — оказались термобильными. Предварительная инкубация митохондрий при 37° в течение 30 мин. не изменяла активности ни одного, ни другого фактора.

В дальнейшей работе были предприняты попытки разделить эти два фактора. Опыты с разрушающими митохондриальную структуру агентами — такими, как дигитонин или дезоксихолат натрия — не могли быть использованы в данном случае, так как оба эти агента оказывали инактивирующее действие на ферменты гликолиза. Поэтому для разрушения структуры митохондрий нами применялось многократное замораживание и оттаивание препарата митохондрий, сuspendedированного в H₂O или в 0,25 M растворе сахарозы. Как в том, так и в другом случае степень тормозящего и стимулирующего действия таких супензий митохондрий на гликолиз почти не менялась. Следовательно, влияние как стимулирующего, так и тормозящего гликолиз митохондриальных факторов совершенно не зависит от структуры митохондрий.

При повторном центрифугировании водных или сахарозных супензий митохондрий, подвергнутых замораживанию и оттаиванию, при 10 000—12 000 g центрифугат не обнаруживает никакого действия на гликолиз. Оба фактора остаются в осадке разрушенных митохондрий.

В последующих опытах стимулирующий фактор удалось извлечь из разрушенных замораживанием и оттаиванием митохондрий при сuspendedирова-

ния препарата митохондрий в солевом растворе ($1 M$ NaCl). Тормозящая гликолиз активность при этом оставалась связанный с осадком.

Как уже указывалось, для проявления тормозящего гликолиз действия митохондрий требуется большая их концентрация. Это обстоятельство навело на мысль о возможной локализации тормозящего фактора в более мелких, чем митохондрии, гранулах, находящихся в виде примеси в препарате митохондрий. Для проверки этого предположения выяснилось влияние на гликолитическую активность микросомной фракции, осаждаемой при $25\,000\text{ g}$, а также фракции «легких гранул», которая получалась следующим образом. Основная фракция митохондрий осаждалась центрифугированием гомогената печени, — после удаления из него ядер, клеток и клеточных обломков, — при 5000 g и промывалась $0,25 M$ раствором сахара-розы. Эта фракция в дальнейшем именовалась основной. Центрифугат, полученный после осаждения основной фракции, центрифугировался при $11\,000\text{ g}$; полученный осадок промывался и именовался легкой фракцией.

Результаты одного из опытов по влиянию полученных фракций на гликолиз приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, тормозящая гликолиз активность сосредоточена в основном в легкой фракции. Добавление этой фракции в концентрации, соответствующей 1000 mg ткани печени, оказывает на гликолиз такое же действие, как и целые митохондрии, полученные из того же количества ткани. Отсюда следует, что тормозящее действие митохондрий, по-видимому, осуществляется в основном за счет легкой фракции, которая составляет около 25% от фракции целых митохондрий. Очевидно, незначительным содержанием этой фракции и объясняется необходимость больших концентраций митохондрий для проявления их тормозящей активности.

Основная фракция митохондрий в большинстве опытов совсем не имеет тормозящей активности или обладает ею в меньшей степени, чем легкая фракция, хотя количество белка в этой фракции в среднем в 3 раза больше, чем в легкой фракции.

Микросомная фракция совсем не оказывает тормозящего влияния на гликолиз.

Таким образом, можно считать установленным, что оба митохондриальных фактора термолабильны и их активность не зависит от структуры митохондрий. Стимулирующий фактор удается извлечь из разрушенных замораживанием и оттаиванием митохондрий, а активность, тормозящая гликолиз, оказывается локализованной в основном в легкой фракции митохондрий.

Интерес дальнейших исследований по выяснению природы и механизма действия митохондрий на гликолиз, особенно их тормозящего влияния, определяется важностью поисков естественных, внутриклеточных ингибиторов гликолиза, с которыми, возможно, связана регуляция соотношений окислительных — гликолитических процессов в клетке.

Поступило
22 XII 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ H. M. Сисакян, Е. А. Пинус, Биохимия, **23**, 904 (1958). ² A. Graffi, E. I. Schneider, Naturwiss., **43**, 376 (1956). ³ H. Tiedemann, I. Vogl, Biochem. biophys. acta, **27**, 656 (1958). ⁴ A. C. Aisenberg, B. Reinafarje, V. R. Potter, J. Biol. Chem., **224**, 1099 (1957). ⁵ A. C. Aisenberg, V. R. Potter, J. Biol. Chem., **224**, 1115 (1957). ⁶ E. J. Schneider, A. Graffi, H. Bielka, L. Venker, Naturwiss., **44**, 446 (1957).

С. М. СТРЕПКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ АНГИДРИДОВ ФРУКТОЗЫ ВЕГЕТАТИВНЫХ
ОРГАНОВ *HELIANTHUS TUBEROSUS* L.

(Представлено академиком А. И. Опарином 3 XI 1958)

Известно, что в некоторых растениях содержатся низкомолекулярные фруктозаны — ди- и трифруктозаны⁽¹⁾.

Дифруктозаны в виде ангидриодифруктозанов были выделены Джексоном⁽²⁾ из кислотного гидролизата инулина; при этом были изолированы три изомерных соединения: I — с удельным вращением +27,0°; II — с удельным вращением +13,8°, III — с удельным вращением +135,6°.

К природным нередуцирующим дифруктозанам относится вещество с удельным вращением +53,9°, выделенное Шлюбахом⁽³⁾ из клубней топи намбура; синистрин А с удельным вращением —25,3°, выделенный Шлюбахом и Флорсгеймом⁽⁴⁾ из луковицы *Scilla maritima* L., и аллиуминозид, выделенный нами⁽⁵⁾ из луковиц *Allium sewerzowi* Rgl.

Редуцирующий дифруктозан с удельным вращением —34,1° получен Фогелем⁽⁶⁾ при термическом разложении инулина в присутствии глицерина. Пазур и Гордон⁽⁷⁾ получили при неполном гидролизе инулина инулиобиозу с удельным вращением —32,5°. Однако строение редуцирующих дифруктозанов исследователями не было установлено.

К природным редуцирующим дифруктозанам относится согдианоза с удельным вращением —16,4°, выделенная нами из корней *Eremurus soggianus* Rgl.⁽⁵⁾.

Трифруктозаны, по-видимому, являются малораспространенными в природе соединениями, так как в настоящее время в литературе описаны только три трифруктозана. Один из них, с удельным вращением —29,6°, получен Пиктэ⁽⁸⁾ при нагревании инулина с глицерином; два других являются природными соединениями. Трифруктозан с удельным вращением —43,9° выделен Тильмансом⁽⁹⁾ из ржаной муки; трифруктозан полигонтин с удельным вращением —53,3° выделен нами⁽⁵⁾ из корневищ *Polygonatum sewerzowi* Rgl.

Некоторые фруктозаны были обнаружены в вегетативных органах растений. Графе и Вук⁽¹⁰⁾ нашли в листьях цикория некоторое количество инулина, а Колэн⁽¹¹⁾, изучая состав углеводного комплекса вегетативных органов топинамбура, констатировал образование инулина в черешке листа. Дедондэ⁽¹²⁾, применив метод хроматографии на бумаге, обнаружил в стебле топинамбура около десяти фруктозанов, однако из вегетативных органов растений фруктозаны не выделялись и не исследовались.

Применив метод дробной экстракции спиртом различной концентрации, мы выделили из древесины нижней части стебля топинамбура два фруктозана — редуцирующий дифруктозан и трифруктозан.

Дифруктозан выделен экстракцией горячим 90° спиртом в присутствии углекислого бария; трифруктозан выделен 80° спиртом. Отделение сопутствующих сахаров и очистка препаратов произведены хроматографически на колонке активированного угля под давлением: дифруктозан элюировался из колонки водой, трифруктозан — 5% спиртом.

Для ацетилирования фруктозанов 2 г вещества смешивались с 10 мл уксусного ангидрида и 20 мл сухого пиридина. Метиловые эфиры фруктозанов получены метилированием ацетатов по методу Хеуорзса (¹³) диметилсульфатом и йодистым метилом в присутствии окиси серебра. Очистка эфиров производилась переосаждением петролейным эфиром из бензолового раствора ацетатов и хлороформового раствора — метиловых эфиров.

Дифруктозан — вещество желтоватого цвета, растворимое в горячем спирте, оно восстанавливает фелингову жидкость, его редуцирующая способность 42%, с дрожжами — бродит. Эмпирическая формула $C_{12}H_{22}O_{11}$.

Трифруктозан — вещество желтоватого цвета, растворимое в горячем (80—82°) спирте, не редуцирует, с дрожжами не бродит. Эмпирическая формула $C_{18}H_{30}O_{15}$.

Основные свойства фруктозанов и их производных представлены в табл. 1.

Таблица 1

	Дифруктозан	Трифруктозан
Удельное вращение в воде при 20°	—26,3°	—22,3°
Гидролизуемость 1N H_2SO_4 при 20°, мин.	136	169
Ацетат		
$[\alpha]_D^{20}$ в хлороформе	+14,2°	+ 8,5°
Мол. вес криоскопически в бензole	658	930
Содержание CH_3CO , %	50,2	47,9
Число CH_3CO -групп	8	10
Метиловый эфир		
$[\alpha]_D^{20}$ в хлороформе	—35,47	36,35
Мол. вес криоскопически в бензole	445	620
Содержание OCN_3 , %	54,5	49,11
Число OCN_3 -групп	8	10

Для установления строения фруктозанов метиловые эфиры последних гидролизовались 1% спиртовым раствором щавелевой кислоты на водяной бане в течение 12 час., а метиловый эфир редуцирующего дифруктозана после гидролиза щавелевой кислотой дополнительно гидролизовался 0,25%-м раствором соляной кислоты на водяной бане (при 80°) в течение 2 час. для отщепления метоксильной группы от C_2 -атома.

Разделение продуктов гидролиза метиловых эфиров фруктозанов производилось по способу Белла и Пальмер (¹⁴), видоизмененному Шлюбахом и Гешем (¹⁵), на колонке силикагеля. Продукты гидролиза метиловых эфиров фруктозанов в количестве около 1,5 г растворялись в 5 мл толуола и вносились в колонку силикагеля. Проявление колонки производилось первоначально толуолом, содержащим 0,33% этанола, — для элюирования тетраметилфруктозы; затем хлороформом, содержащим 5% *n*-бутанола, — для элюирования триметилфруктозы.

Таблица 2

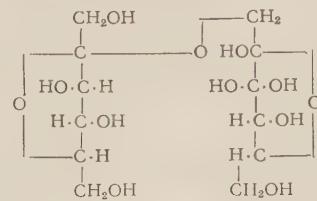
Основные показатели продуктов гидролиза метиловых эфиров и фруктозанов

	Дифруктозан	Трифруктозан		Дифруктозан	Трифруктозан
n_D^{20}	1,4530	1,4516	n_D^{20}	1,4624	1,4660
R_G	1,0	1,01	R_G	0,85	0,86
$[\alpha]_D^{20}$ в воде	+28,6	+29,4	$[\alpha]_D^{20}$ в воде	+37,9	+37,6
Редукция, %	55,1	58,3	Редукция, %	50,2	49,8
Содержание OCN_3 -групп, %	52,68	52,78	Содержание OCN_3 -групп, %	41,78	41,72

Таким образом были получены две фракции продуктов гидролиза метиловых эфиров фруктозанов, основные константы которых представлены в табл. 2.

Соотношение метилфруктоз в метиловом эфире дифруктозана 692 : 658, или при пересчете на фруктозу 1 : 1.

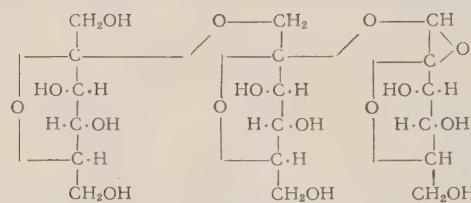
На основании полученных продуктов гидролиза метилового эфира дифруктозана строение последнего представляется в следующем виде:



Связь между фруктозными остатками осуществляется при посредстве 1 : 2 связи; наличие псевдокарбонильной группы в молекуле дифруктозана обусловливает его редуцирующую способность.

Метиловый эфир трифруктозана при гидролизе дает 1,3,4,6-тетраметилфруктозу и 3,4,6-триметилфруктозу в весовом соотношении 506 : 962 или в пересчете на фруктозу 1 : 2.

На основании полученных продуктов гидролиза метилового эфира трифруктозана строение последнего можно представить в следующем виде:



Так как трифруктозан не редуцирует, то конечный фруктозный остаток не содержит псевдокарбонильной группы, которая исключается, вероятно, образованием внутреннего ангидрида.

Ульяновский сельскохозяйственный институт

Поступило
28 X 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 C. Wehmer, Die Pflanzenstoffe, 1—3, 1931—1935.
- 2 R. Jackson, E. Mc Donald, Bur. Stand. J. Res., 5, 1151 (1930); 6, 709 (1931).
- 3 H. Schlubach, H. Koop, Lieb. Ann. 504, 19 (1933).
- 4 H. Schlubach, W. Flörsheim, Ber., 62, 1491 (1929).
- 5 C. M. Стремков, ЖХХ, 9, № 21, 1990 (1930).
- 6 H. Vogel, Ber., 62, 2980 (1929).
- 7 T. Pazur, A. Gordon, J. Am. Chem. Soc., 75, 3458 (1953).
- 8 A. Pictet, H. Vogel, Helv. chim. Acta, 11, 215 (1928).
- 9 I. Tillmans, Zs. Unters. Lebensmittel, 56, 26 (1928).
- 10 V. Grafe, V. Vouk, Biochem. Zs., 43, 424 (1912); 47, 320 (1912); 56, 249 (1913).
- 11 M. N. Collin, C. R., 166, 224 (1918); 179, 1186 (1924).
- 12 R. Dedonde, C. Buvry, C. R., 231, 790 (1950).
- 13 W. Haworth, H. Streight, Helv. chim. Acta, 15, 609 (1932).
- 14 D. Bell, A. Palmer, J. Chem. Soc., 1949, 2522.
- 15 H. Schlubach, A. Heesch, Lieb. Ann., 572, 114 (1951).

БИОХИМИЯ

А. И. ШУЛЬМИНА и П. В. АФАНАСЬЕВ

О КАТАЛАЗНОМ ПРОЦЕССЕ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 25 X 1958)

При каталазном процессе, как было показано ранее⁽¹⁾, образуется в качестве промежуточного продукта реакции высшая перекись водорода. Существование во времени этого промежуточного продукта должно подчиняться законам стационарности. Это вещество должно возникать, накапливаться до максимальной концентрации и затем к концу каталазного процесса исчезать. Время, соответствующее максимальному накоплению высшей перекиси водорода, должно зависеть только от концентрации перекиси водорода.

Исходя из предложенной нами схемы каталазного процесса⁽¹⁾, можно получить зависимость концентрации образующейся высшей перекиси водорода X_4 от концентрации свободной каталазы F и от концентрации перекиси водорода S в виде

$$X_4 \cong \frac{k_4}{k_5} S (1 - e^{-k_1 k_5 F t / k_4}). \quad (1)$$

На основе этой же схемы процесса можно вывести зависимость концентрации свободного фермента F от общей концентрации фермента F_0 и концентрации субстрата S :

$$F = \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2} S}{1 + 2 \frac{k_1}{k_3} S + \frac{k_1}{k_2}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода X_4 от общей концентрации фермента F_0 и концентрации субстрата S :

$$X_4 \cong \frac{k_4}{k_5} S \left[1 - \exp \left(- \frac{k_1 k_5}{k_4} \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2} S}{1 + 2 \frac{k_1}{k_3} S + \frac{k_1}{k_2}} t \right) \right], \quad (3)$$

где k_1, k_2, k_3, k_4 и k_5 — константы скоростей соответствующих реакций.

Анализ показывает, что функция (3) имеет максимум при положительном и вещественном значении S . Таким образом, концентрация высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, максимальна при определенной концентрации перекиси водорода.

Целью настоящей работы было изучить экспериментально и теоретически зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода от концентрации субстрата H_2O_2 .

Нами была измерена кинетика каталазного процесса при одной постоянной концентрации каталазы (4γ/мл) и переменной концентрации перекиси водорода (0,005—0,650 мол/л). Температура опыта была постоянная и равна

20,00 \pm 0,05°. Растворы перекиси водорода и каталазы готовились на фосфатном буфере $1/15 M$, pH 6,8. Определение высшей перекиси водорода производилось по описанному ранее методу (1).

На рис. 1 приведены данные по накоплению высшей перекиси водорода, определенные на основе экспериментальных кинетических кривых $S(t)$. Как видно из рис. 1, концентрация образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода существенно зависит от концентрации субстрата H_2O_2 .

На рис. 2 представлены зависимости максимальной концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода от концентра-

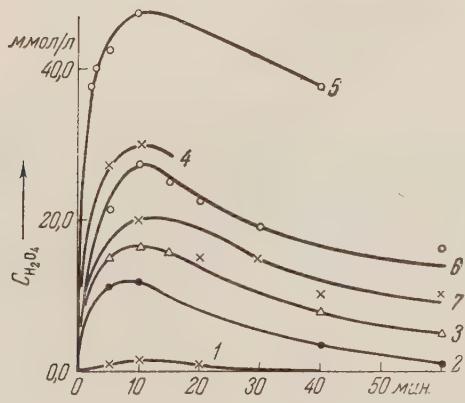


Рис. 1. Зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода H_2O_4 от времени. Концентрация H_2O_2 (в молях на литр): 1 — 0,007, 2 — 0,025, 3 — 0,050, 4 — 0,100, 5 — 0,205, 6 — 0,270, 7 — 0,320

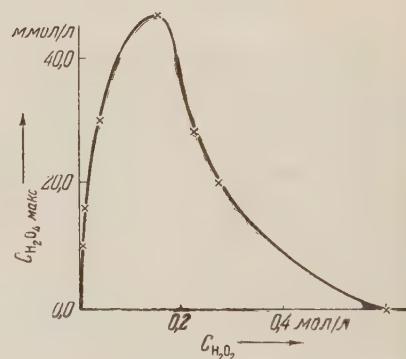


Рис. 2. Зависимость максимальной концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода H_2O_4 от соответствующей концентрации субстрата H_2O_2

ции перекиси водорода. Максимум на кривой $C_{H_2O_2} — C_{H_2O_4}$ соответствует 0,15 моль/л H_2O_2 . Таким образом, экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими ожиданиями.

Необходимо отметить, что аналогичная зависимость концентрации высшей перекиси водорода от концентрации перекиси водорода наблюдается при фотохимическом распаде перекиси водорода (2,3). Это можно рассматривать как указание на существенное сходство ферментативного (каталазного) и фотохимического процессов распада перекиси водорода.

Представляло интерес сравнить характер зависимости скорости каталазного процесса и накопления высшей перекиси водорода от концентрации перекиси водорода. Зависимость скорости разложения перекиси водорода каталазой от F_0 и S на основании предложенной схемы каталазного процесса должна иметь вид

$$v = 2k_1S \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2}S}{1 + 2\frac{k_1}{k_3}S + \frac{k_1}{k_4}}.$$

На рис. 3 представлена зависимость начальной скорости каталазного процесса, найденной графическим дифференцированием, от начальной концентрации субстрата H_2O_2 . Из рис. 3 видно, что скорость каталазного процесса действительно зависит от концентрации субстрата согласно ожиданиям теории.

На основании принятой схемы механизма каталазного процесса следует полагать, что должен существовать параллелизм между зависимостью

скорости каталазного процесса от концентрации субстрата и зависимостью концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при этом процессе, от концентрации субстрата. На рис. 4 приведена зависимость максимальной концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, от начальной концентрации субстрата H_2O_2 . Виден отчетливый параллелизм кривых рис. 3 и 4.

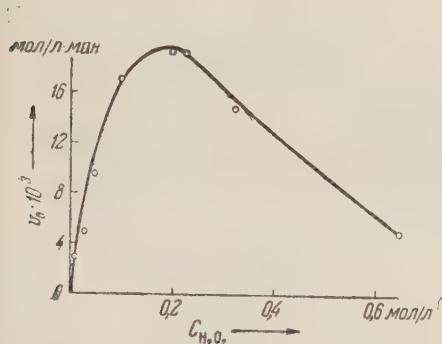


Рис. 3. Зависимость начальной скорости каталазного процесса от начальной концентрации субстрата H_2O_2

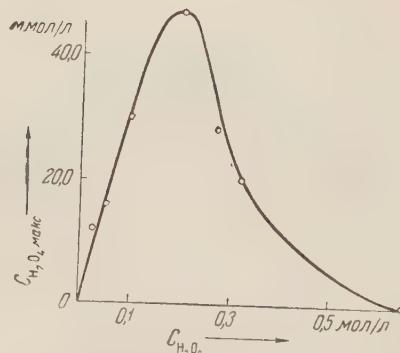


Рис. 4. Зависимость максимальной концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, от начальной концентрации субстрата H_2O_2

Приведенные экспериментальные данные о зависимости скорости каталазного процесса и концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при этом процессе, от концентрации перекиси водорода соответствуют характеру закономерностей, выведенных теоретически. Это соответствие можно рассматривать как доказательство того, что предложенный механизм отражает в известной степени реальный каталазный процесс.

Институт биохимии им. А. Н. Баха
Академии наук СССР

Поступило
9 VI 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ П. В. Афанасьев, А. И. Шульмина, ДАН, **115**, 759 (1957). ² А. П. Пурмаль, ЖФХ, **19**, 846 (1955). ³ В. И. Веденеев, Г. Н. Герасимов, А. П. Турмаль, ЖФХ, **31**, 1216 (1957).

АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

И. А. БОРЗОВА

К ВОПРОСУ О СТРУКТУРЕ ЭКЗИНЫ У СЕМ. ГУБОЦВЕТНЫХ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 1 X 1958)

В качестве материала для палинологического изучения сем. *Labiatae* мы использовали преимущественно представителей этого семейства из Европейской части СССР. Основным способом обработки был ацетолизный метод Эрдтмана.

В морфологии пыльцы в числе других признаков большое значение имеет структура экзины. Изучение экзины губоцветных, рисунка ее поверхности и текстуры слоев, видной в оптическом разрезе пыльцевого зерна, выявило некоторые особенности, которые дополнительно изучались на срезах пыльцы.

Оптическое сечение экзины даже при небольших увеличениях позволяет видеть два слоя, за которыми удобнее пока оставить привычные термины — экт- и эндэкзина. В эктэкзине в большинстве случаев хорошо заметна столбчатая текстура, причем нередко булавовидные утолщения верхушек столбиков, сливаясь, образуют тегиллум, выделяющийся в виде блестящей, сильно преломляющей свет пленки. Слегка выдающиеся головки столбиков обуславливают слабо выраженную скульптуру поверхности экзины. Сетчатый рисунок поверхности обычно связан с текстурой экзины: точечные стенки ячеек соответствуют просвечивающим рядам столбиков, видных в проекции. Граница экт- и эндэкзины в оптическом сечении имеет вид волнистой линии. Эндэкзина обычно тоньше эктэкзины и отличается более высоким коэффициентом преломления. У многих представителей сем. *Labiatae* эндэкзина не является гомогенным слоем: в ней также заметна столбчатость, несомненно связанная со столбчатостью эктэкзины, но часто менее четкая. Создается впечатление, что столбики берут свое начало в основании эндэкзины и проходят через всю толщу экзины. О самом внутреннем слое эндэкзины — эндэкзине по Эрдтману — мы здесь не говорим, так как он часто разрушается при ацетолизе.

Многие палинологи определяют эндэкзину как слой гомогенный, лишенный заметной текстуры. Эрдтман (^{8, 10}) называет этот слой нэкзиной и говорит, что он обычно бывает гомогенным, но указывает случаи, когда столбики берут свое начало именно в нэкзине; приведенные им микрографии срезов экзины видов *Linum* и *Scabiosa* (⁹) иллюстрируют это.

Указанная особенность экзины губоцветных была проверена на срезах пыльцы ряда видов с применением фазовоконтрастной установки, которая дает возможность получить более четкое изображение структурных элементов. Помимо срезов, полученных нами, были просмотрены также срезы, сделанные в лаборатории проф. Эрдтмана и любезно нам им присланые, за что мы приносим проф. Эрдтману свою искреннюю благодарность.

На основании изучения срезов *Salvia nutans* L. и *S. verticillata* L. можно сказать, что у этих видов шалфея структурные элементы экзины имеют форму гимнастических гирь; головчатые утолщения из внешнего конца не сливаются (pilum по Эрдтману), и, следовательно, экзина этих видов лишена тегиллума. Отсутствие тегиллума становится очевидным только на достаточно тонких срезах при наблюдении с иммерсией и фазовоконтрастным при-

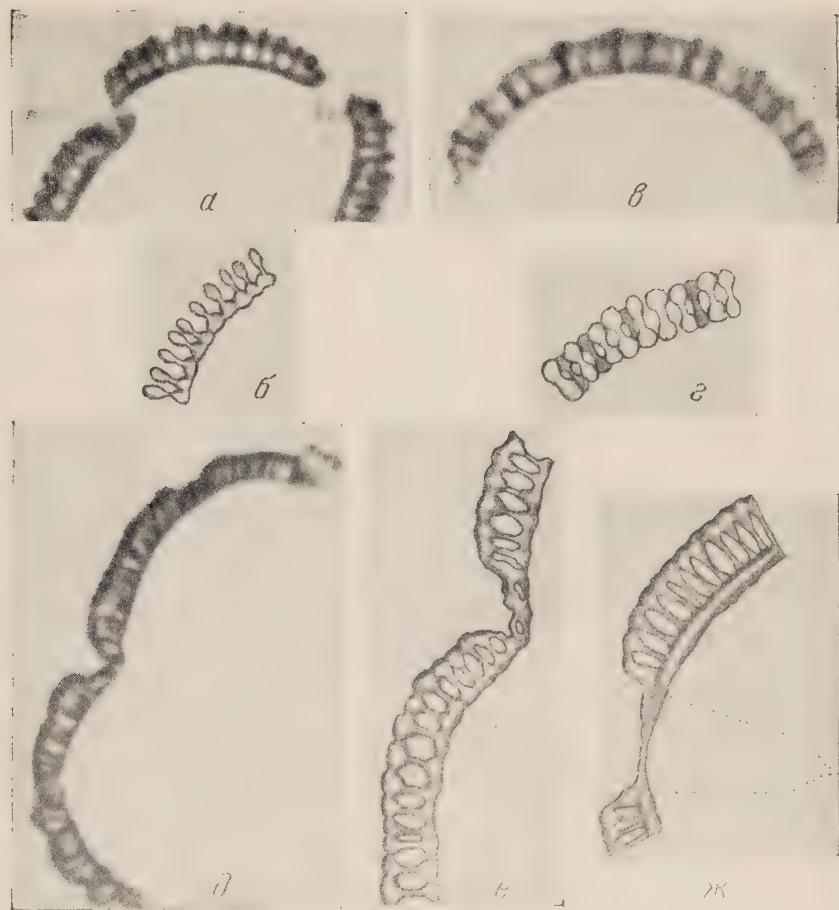


Рис. 1 *a, б* — *Salvia verticillata* L.: *а* — микрофотография среза пыльцевого зерна; *б* — рисунок участка того же среза. $\sim 3000\times$, *в, г* — *Salvia nutans* L.: *в* — микрофотография среза экзины, *г* — рисунок того же среза. $\sim 3000\times$, *д-ж* — *Lavandula spica* L.: *д* — микрофотография двух срезов пыльцевого зерна. $2200\times$, *е* — рисунок участка того же среза. $\sim 3000\times$, *ж* — рисунок оптического разреза экзины. $3000\times$

способлением; при наблюдении с сухими системами почти соприкасающиеся между собой головчатые окончания столбиков, подстилаемые иногда следующим их рядом, создают полное впечатление тегиллума. Основания столбиков также утолщены, но эти утолщения более плотно соприкасаются (*S. nutans*) или даже сливаются (*S. verticillata*), образуя выделяющийся своей плотностью и коэффициентом преломления слой — эндэкзину. Очертания этих утолщенных оснований дают те неровности, которые сообщают границам эндэкзины губоцветных характерную волнистость. Впечатление резкой границы между экт- и эндэкзиной получается в месте перехода от этих внутренних утолщений к несливающимся столбикам (*bacula* ^(9, 11), *columella* ⁽¹⁵⁾). Примерно то же можно видеть на срезах пыльцы *Lavandula spica* L.: расширенные основания столбиков сливаются между собою, сохранив свои очертания, и образуют эндэкзину; естественно, что ее граница кажется более резкой при наблюдении оптического разреза, когда ее дают несколько просвечивающих рядов столбиков. Головки столбиков лаванды приплюснуты сверху и конусообразно сужены к столбикам; сливаясь или соприкасаясь, они образуют тегиллум.

Срезы делались с пыльцы, окрашенной основным фуксином. Оба слоя экзины и слагающие их структурные элементы окрашиваются довольно равномерно.

Куприянова ⁽¹⁾ предлагает метод окрашивания использовать для разграничения слоев экзины, но для губоцветных это оказалось невозможным. В палинологической литературе по этому вопросу имеются разные сведения. Так, Фишер ⁽¹¹⁾, первый применивший методику срезов, утверждает, что окрашиваются оба слоя экзины, но внутренний — слабее. Куприянова ⁽¹⁾ говорит, что фуксин окрашивает эктэкзину и совсем не окрашивает эндэкзину. По Фегри ⁽³⁾, эндэкзина не окрашивается при умеренном действии фуксина и окрашивается при интенсивном. Штэпа ⁽⁴⁾ указывает, что эндэкзина сложноцветных окрашивается наиболее интенсивно и равномерно.

Проведение границ между слоями экзины и определение их признаков разными авторами дается также различно. Схема, которую дает Л. А. Куприянова ⁽¹⁾, очень наглядно это демонстрирует.

Огромные увеличения — до 40 000 раз и больше, которые дает электронное микроскопирование оболочки пыльцы, в какой-то мере объясняют эти разногласия. Эти увеличения пока не дают права говорить о каких-либо «принципиальных» различиях ⁽¹⁾ между слоями экзины. Электронографии, прилагаемые к работам Афзелиус ⁽⁵⁻⁷⁾, говорят, прежде всего, о различной плотности распределения частиц спорополленина (Афзелиус не считает возможным решить — макромолекул или более крупных морфологических единиц). Можно видеть, что в эндэкзине спорополленин распределен с наибольшей плотностью; об этом говорит и Афзелиус ⁽⁶⁾. Естественно, что это не может не отразиться на быстроте впитывания фуксина или других красителей.

В структуре оболочки пыльцевого зерна *Clivia miniata*, изученной Афзелиус ⁽⁶⁾ с помощью электронного микроскопа, наблюдаются признаки, которые можно видеть у губоцветных со световым микроскопом: расширенные основания столбиков, сливаясь, образуют эндэкзину (эктиэкзину по схеме Эрдтмана, принятой Афзелиус). Шуркова ⁽²⁾, излагая результаты этого исследования, возражает против того, что Афзелиус разные части столбиков относит к разным слоям экзины, тогда как по электронографиям усматривается их единное строение. Срезы пыльцы губоцветных говорят о том же, иельзя не согласиться с тем, что проводимая нами граница между экт- и эндэкзиной является условной. Однако все же целесообразно пока сохранить это подразделение: с обычными увеличениями светового микроскопа создается впечатление границы то более, то менее резкой, и аналитик отмечает ее независимо от того, какими структурными элементами сложены эти слои и за счет чего мы получаем это впечатление.

Приведенные Мюлетеалером (13) электронографии экзины *Narcissus* показывают текстуру, близкую к описанной выше: утолщенные основания столбиков участвуют в образовании эндэкзины, по-видимому сливаясь между собою.

То обстоятельство, что структурные элементы экзины такого же типа, как у *Labiatae*, встречаются среди *Amarillidaceae* (*Clivia*, *Narcissus*), семейства филогенетически далекого, говорит о том, что этот признак требует более детального изучения и в других семействах.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
31 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Л. А. Куприянова, Бот. журн., **41**, № 8, 1212 (1956). ² М. В. Ошуркова, Бот. журн., **41**, № 3, 433 (1956). ³ К. Фегри, Бот. журн., **42**, № 1, 20 (1957). ⁴ И. С. Штепа, Заметки по систематике и географии растений АН ГрузССР, Тбил. бот. инст., в. 20, стр. 54 (1958). ⁵ B. M. Afzelius, G. Erdtman, F. S. Sjöstrand, Svensk Bot. Tidskr., **48**, Н. 1, 155 (1954). ⁶ B. M. Afzelius, Bot. Not., **108**, F. I., 141 (1955). ⁷ B. M. Afzelius, Grana palynol., 1—2, 22 (1956). ⁸ G. Erdtman, Pollen Morphology and Plant Taxonomy, **1**, Angiosperma, Upsala, 1952. ⁹ G. Erdtman, Grana palynol., **1**—**2**, 127 (1956). ¹⁰ G. Erdtman, Vishnu-Mittre, Grana palynol., **1**—**3**, 6 (1958). ¹¹ H. Fischer, Beiträge zur vergleichenden Morphologie der Pollenkörper, 1890. ¹² J. Iversen, J. Troels-Smith, Dann. Geol. Unders., **IV**, R., **3**, № 8 (1950). ¹³ K. Mühlenthaler, Mikroskopie, **8**, Н. 3/4, 103 (1953).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. С. КРУЖИЛИН и З. М. ШВЕДСКАЯ

**ВЛИЯНИЕ ЛИСТЬЕВ И КОРНЕВОЙ СИСТЕМЫ
НА ДИФФЕРЕНЦИАЦИЮ ПОЧЕК И РОСТ СЕМЕННИКОВ
ДВУХЛЕТНИХ РАСТЕНИЙ**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 15 X 1958)

В предыдущей работе нами ⁽¹⁾ было показано, что почки семенников двухлетников моркови и свеклы, отделенные от корнеплодов, не яровизируются.

Нами также установлено, что у корнеплодов дифференциация почек происходит после яровизации, в период отрастания растений при повышенных температурах (выше 15°). Дифференциация почек у капусты осуществляется в процессе яровизации и медленного роста, который происходит при низких температурах, что ранее отмечали Васильевская и Лизгунова ⁽²⁾.

В связи с этим возник вопрос о влиянии отдельных органов растений на дифференциацию почек и формирование цветочных стрелок после завершения почками процессов яровизации при отрастании в условиях повышенных температур.

С этой целью были проведены следующие опыты: корнеплоды свеклы Бордо весом около 150 г и корнеплоды моркови сорта Чантская весом около 50 г яровизировались в хранилище. После яровизации, 7 IV 1958 г. они были высажены в вазоны. При этом в опыте было три основных варианта: 1) у растений оставлялся целый корнеплод — контроль; 2) у растений оставлялась $\frac{1}{3}$ часть корнеплода (весом 50 г для свеклы и 16—17 г для моркови); 3) у растений оставлялась $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{15}$ часть корнеплода (весом 5 г для моркови и 10 г для свеклы).

При этом у одной половины растений каждого варианта листья систематически удалялись, у другой — оставлялись. Выращивание растений проходило в теплой оранжерее при температуре выше 20°.

Наблюдения показали, что растения всех трех вариантов стрелковали, если у них оставлялись листья. В 1-м варианте, в случае если были сохра-



Рис. 1. Высота и мощность растений яровизированных семенников моркови в зависимости от величины корнеплода. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 — целый корнеплод — стрелкование 21 IV; 2 — $\frac{1}{3}$ часть корнеплода — стрелкование 28 IV; 3 — $\frac{1}{10}$ часть корнеплода — не стрелкует

нены все появившиеся листья, растения стрелковали — у моркови через 2 недели, а у свеклы через 3 недели после высадки (рис. 1). Во 2-м варианте при наличии листьев стрелкование растений также не задерживалось. В 3-м варианте растения свеклы сильно отстали в росте, листья у них были мелкие, стрелкование наступило с опозданием на 5—6 дней. Растения моркови в этом варианте задержались в росте еще сильнее, стрелковали лишь в единичных случаях и с большим опозданием. Некоторые растения через 20—30 дней после высадки погибли. Следует отметить, что в процессе яровизации листья моркови и свеклы сохранялись в течение 60—80 дней.

Наблюдения показали, что удаление листьев задержало дифференциацию почек даже у растений 1-го варианта, где были оставлены целиком



Рис. 2. Влияние собственных листьев при отращивании яровизованных семенников свеклы. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 — целый корень, с листьями — стрелкование 1 V; 2 — целый корень, без листьев — не стрелкует; 3 — $1/15$ корнеплода, с листьями — стрелкование 7 V; 4 — $1/15$ корнеплода, без листьев — не стрелкует

корнеплоды. Тем более задержалось стрелкование растений 2-го и 3-го вариантов, где были удалены частично корнеплоды (рис. 2). Просмотр под микроскопом показал, что почки этих растений не были дифференцированы. Аналогичные результаты рядом авторов (3) получены при удалении листьев у яблони и других растений.

Таким образом, лист имеет большое значение в процессах дифференциации почек уже после яровизации, а также при формировании и росте цветочных стрелок. В этом отношении его не может заменить корнеплод. Известно, что при отрастании корнеплодов в темноте листья сильно редуцированы; несмотря на это яровизованные корнеплоды стрелкуют, хотя корневая система отсутствует. В этом отношении капуста также не является исключением. Дифференциация почек у нее проходит в процессе яровизации, т. е. при низкой температуре (0 — 5 °); удаление листьев у рассады капусты задерживает процесс яровизации, а ее почки не дифференцируются. Наличие у рассады листьев, а у семенников — кочанов и кочерыг обеспечивает дифференциацию почек капусты при низких температурах.

После окончания яровизации, следовательно, почкам моркови и свеклы требуются какие-то питательные вещества для завершения дифференциации почек и дальнейшего их роста, которые поступают в растения из листьев или образуются в процессе отрастания последних. По нашим наблюдениям (4, 5), в период отрастания семенников после яровизации в растениях накапливается много моносахаров.

Большое значение в дифференциации почек и формировании цветочных стрелок принадлежит корнеплодам с их запасами питательных веществ

только целый корнеплод при наличии листьев обеспечивает нормальную дифференциацию почек. Уменьшение веса корнеплода в 3 раза уже значительно ограничивает размеры растения, рост листьев и скорость дифференциации почек; процессы яровизации отделенных от растения почек проходят при величине корнеплода весом около 12—15 г даже в отсутствие корневой системы. При уменьшении веса корнеплода до 5—10 г из-за недостатка питательных веществ лист не может расти, а вследствие недоразвитости почка и образоваться цветочная стрелка и бутоны.

В последующем, при отрастании же яровизированных почек и формировании у них листьев и цветочных стрелок, на дифференциацию почек ачинает оказывать существенное влияние корневая система. Как только у отделенного кусочка корнеплода возникает корневая система, растение образует почти нормального размера листья, а позднее дает цветочные стрелки, независимо от величины и веса корнеплода. Почки таких корнеплодов также нормально дифференцируются. Например, при оставлении части корнеплода свеклы весом 10 г, с развитой корневой системой, растения по срокам стрелкования и мощности развития не отличались от растений с корнеплодом в 50 г, также имеющих хорошо развитую корневую систему (рис. 3). Наоборот, те из расщепленных свеклы, которые не образовали корневой системы или у которых она была слабо развита, задержались в росте и запоздали в стрелковании на 4 дня. Растения, у которых корневая система не развивалась, были маленькими и при небольшой части корнеплода весом 10 г не стрелковали. Следует отметить, что при удалении части корнеплода корневая система появлялась пучками из камбимальных олец по периферии среза корнеплода.

Следовательно, оставление $\frac{1}{3}$ части корнеплода с его питательными веществами лишь частично заменяет корневую систему в дифференциации почек и формировании цветочных стрелок, в то время как корневая система, если она своевременно сформировалась, полностью заменяет корнеплод в этом отношении. Этим подчеркивается важная роль корневой системы в синтезе органических веществ, которые необходимы для дифференциации почек и формирования цветочных стрелок. Например, известна роль корневых систем в синтезе органических кислот (6).

Роль корневой системы в процессах роста и дифференциации изолированных почек была выявлена также в опытах с культурами почек, высаженными на питательные среды в стерильных условиях. В этих опытах на яровизированных сеянцах капусты, моркови и свеклы в возрасте 2 недель, а также у яровизированных семенников отделялись верхушечные почки и сажались в колбу на агар с питательной средой Геллера. Эти кол-



Рис. 3. Влияние корневой системы на рост и развитие яровизированных семенников свеклы. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 — $\frac{1}{3}$ часть корнеплода, с корневой системой — стрелкование 3 V; 2 то же, но без корневой системы — стрелкование 7 V; 3 — $\frac{1}{15}$ часть корнеплода, с корневой системой — стрелкование 3 V; 4 и 5 — то же, но без корневой системы — не стрелкуют

бочки с почками помещались в камеру при 18—20° под лампы люминесцентного света. Через 5—7 дней почки образовали листочки, а через месяц у отдельных растений появились корни. У почек с корневой системой рост

значительно ускорился, а яровизированные и дифференцированные почки семенников капусты через 2 мес. даже образовали бутоны (рис. 4). Помимо, возникшие корни не только ускорили подачу готовых питательных веществ, но и сами синтезировали различные вещества, что ускорило рост и дифференциацию почек.

Таким образом, можно заключить, что образование и развитие корневой системы, а также дифференциация яровизированных почек происходят только при наличии листьев. Корневая система влияет на дифференциацию почек и стрелкование косвенно, через листья. Листья даже в отсутствие корневой системы обеспечивают дифференциацию и стрелкование почек, но это возможно лишь при наличии в корнеплодедостаточного количества питательных веществ (около $1/3$ части корня). Корнеплод, несмотря

Рис. 4. Бутонизация изолированных яровизированных почек семенников капусты в стерильных условиях. Высадка почек 22 V, фото 30 VII 1958 г.

на небольшую часть его (около $1/3$), может обеспечить образование листьев и процессы яровизации, но дифференциация почек проходит лишь при наличии листьев и корневой системы.

Институт физиологии растений
им. К. А. Тимирязева
Академии наук СССР

Поступило
11 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. С. Кружилин, З. М. Шведская, Агробиология, № 3 (1957). ² В. К. Васильевская, Т. В. Лизгунова, Тр. прикл. бот., генет. и селекц., 29, в. (1951). ³ И. И. Туманов, Э. З. Гореев, Тр. Инст. физиол. раст. АН СССР, 7, в. 2 (1951). ⁴ А. С. Кружилин, З. М. Шведская, ДАН, 116, № 5 (1957). ⁵ А. С. Кружилин, З. М. Шведская, ДАН, 121, № 3 (1958). ⁶ А. Л. Курсанов, О. Н. Кулаева, Физиол. раст., 4, в. 4 (1957).

МОРФОЛОГИЯ

Т. П. ЛУКАШЕВИЧ

**РАЗВИТИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО СУБСТРАТА ПЕРИФЕРИЧЕСКОГО
ОТДЕЛА ТАКТИЛЬНО-КИНЕСТЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА
ЧЕЛОВЕКА**

(Представлено академиком Л. А. Орбели 29 IX 1958)

Деятельность тактильно-кинетического анализатора человека формируется и развивается на разных возрастных ступенях в процессе развития ребенка (1, 2).

В связи с этим представляет интерес изучить морфологическую динамику тактильно-кинетического анализатора, в частности его периферического отдела, в первые годы жизни ребенка, характеризующиеся у детей большой двигательной активностью.

Существующие работы по изучению развития чувствительных окончаний в мышцах и коже посвящены описанию рецепторов без сопоставления с развитием функции тактильно-кинетического анализатора (3-6).

Задача настоящей работы — проследить развитие проприо- и тактильных рецепторов в поверхностном сгибателе пальцев руки, в лучевом и локтевом сгибателях кисти и коже ладони у плодов, новорожденных и детей 2—4 лет и сопоставить степень развития чувствительных окончаний с формированием некоторых сторон деятельности тактильно-кинетического анализатора детей этого возраста.

С этой целью в указанных мышцах и коже выявлялись нервные окончания путем импрегнации серебром по методам Кахал — Фаворского и Кампоса.

При просмотре препаратов плодов 6 мес. можно видеть, что исследованные нами ткани имеют богатую иннервацию. В мышцах плодов 6 мес. особенно много нервно-мышечных веретен. В этом периоде эмбриональной жизни нервно-мышечные веретена имеют сложное строение и почки не отличаются от таковых у взрослых. Нервные стволики, подходящие к нервно-мышечным веретенам, состоят из большого числа нервных волокон различного диаметра. Наиболее толстые, с отчетливой нейрофибрillярной структурой, подходят к экваториальной части веретена и проникают под капсулу, где неоднократно дихотомически делятся, уплощаются и оплетают как весь пучок мышечных волокон, так и его отдельные мышечные волокна, заканчиваясь на их сарколемме булавовидными и пуговчатыми утолщениями. Более тонкие и безмякотные нервные волокна, многократно делясь, образуют большое количество тончайших варикозных нитей, которые, густо переплетаясь, создают впечатление сети, оплетающей весь осевой мышечный пучок. На препаратах, полученных по методу Кампоса и докрашенных гематоксилином, отчетливо выявляется богатая ядрами соединительнотканная капсула веретена. В центральной части веретена, в месте наложения ветвлений нервного волокна, выявляется скопление пузырьковидных, плотно прилегающих друг к другу ядер.

У плодов 6 мес., наряду с дифференцированными нервно-мышечными веретенами, мы наблюдали ряд других чувствительных окончаний, наход-

дящихся на различных стадиях своего развития; в их числе — рецепторы расположенные в местах перехода мышцы в сухожилие в виде небольших веточек и кустиков, дихотомически делящиеся нервные волокна которых располагаются вдоль мышечных и сухожильных волокон, отдавая по ходу терминалы, заканчивающиеся небольшими утолщениями.

В сухожилиях мышц, а также в межмышечной соединительной ткани можно видеть инкапсулированные тельца, которые к этому периоду внутриутробной жизни плода еще недостаточно дифференцированы. Нервное волокно тельца, проникнув в капсулу, делится на несколько веточек (2-3), отходящих под острым углом друг к другу. Последние, слегка извиваясь, направляются к противоположному полюсу рецептора. Соединительнотканная капсула тельца небольших размеров слабо выражена, седва намечающейся слоистостью.

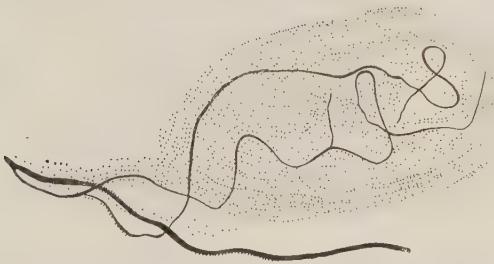


Рис. 1. Инкапсулированный рецептор в сухожилии локтевого сгибателя кисти новорожденного. Ок. 10, об. 40X*

Рецепторные приборы кожи плода 6 мес. еще не достигли своего полного развития. Наиболее дифференцированные из них — фатер-пачиниевы тельца — выявляются в глубоких слоях кожи, где располагаются группами (до 8—10) и одиночно. Они имеют довольно большие размеры, хорошо выраженную внутрен-

нюю колбу и наружную капсулу слоистого строения. Во внутренней колбе прослеживается осевой цилиндр нервного волокна, иногда заканчивающийся небольшим утолщением. В наружной капсule тельца насчитывается большое количество слоев (до 20), тесно прилегающих друг к другу. В этом же периоде развития плода в ростковом слое эпителия кожи ладони выявляются небольшие кустиковидные рецепторы, тонкие и короткие волоконца которых заканчиваются пуговками и колечками.

К моменту рождения все выявленные нами рецепторы обнаруживают дальнейшую степень дифференцировки.

Кустиковидные рецепторы в местах перехода мышцы в сухожилия, усложняясь и увеличиваясь в размерах, оформляются в мышечно-сухожильные веретена. От большого количества терминалей, образующих мышечно-сухожильное веретено, отходят многочисленные коротенькие варикозные веточки, охватывающие большое число мышечных и сухожильных волокон.

Увеличиваются в размерах рецепторы, расположенные в сухожилиях мышц. Отчетливей выявляется слоистость их капсул. Нервные волокна принимают извилистый характер и по ходу своему образуют несколько петель (рис. 1). Фатер-пачиниевы тельца кожи ладони новорожденного приближаются к дефинитивным формам. В них отчетливо выражены внутренняя колба и пластинчатый характер наружной капсулы, которая к этому периоду сильно увеличивается в размерах. Встречаются фатер-пачиниевы тельца, нервный аппарат которых имеет сложное строение. Проникнув во внутреннюю колбу, нервное волокно делится на несколько веточек (3—4). От них, в свою очередь, отходят тоненькие извивающиеся волоконца, которые в виде кисти идут вдоль тельца к его противоположному полюсу.

Высокой степени дифференцировки достигают рецепторы в ростковом слое эпителия. Небольшие кустиковидные окончания, которые мы видели у плода 6 мес., приобретают у плодов 7—7,5 мес. и новорожденных детей характер густых кустиков. Веточки последних по ходу своему и в местах переплетения образуют большое количество варикозностей.

* Рис. 1—4 выполнены при помощи рисовального аппарата на уровне стола.
1358

На отдельных препаратах плодов 7,5 мес., чаще — у новорожденных детей, в сосочковом слое кожи выявляются не наблюдавшиеся ранее развивающиеся осязательные тельца Мейснера. На препаратах видно, как нервные волоконца, достигнув верхушки соединительнотканых сосочков кожи, образуют небольшие узелки или петельки, отчетливо различимые лишь при иммерсионном увеличении (рис. 2).

Таким образом, можно видеть, что к моменту рождения рецепторный аппарат исследованных нами мышц руки и кожи ладони сформирован. Однако не все нервные окончания к этому периоду достигли своей полной морфологической дифференцировки. Одни из них — нервно-мышечные веретена и фатер-пачиниевы тельца — уже высоко организованы; другие — инкапсулированные тельца и мышечно-сухожильные веретена — несколько продвинулись в своем развитии; трети — тельца Мейснера — находятся только на начальных стадиях своего формирования.

Особый интерес, естественно, представило для нас изучение морфологии чувствительных окончаний у детей 3—4 лет, поскольку у детей этого возраста удается выработать более дифференцированный ряд условных рефлексов, связанных с деятельностью тактильно-кинестетического анализатора.

На основании полученных нами гистологических картин можно сказать, что к 3—4 годам жизни ребенка чувствительные окончания в мышцах и коже руки достигают высокой степени развития. Так, у ребенка 4 лет мышечно-сухожильные веретена достигают больших размеров, охватывая значительную поверхность иннервируемой ткани. Нервные волокна рецептора дают начало многочисленным варикозным веточкам, концевые образова-

Рис. 3. Развивающееся тельце Мейснера в коже ладони новорожденного. Ок. 10, об. имм.

ния которых представляют собой петельки, сеточки и утолщения. Последних так много, что вместе взятые они напоминают собой большие грозди.

К 3—4 годам жизни ребенка инкапсулированные окончания, расположенные в сухожилиях мышц и в межмышечной соединительной ткани, резко увеличиваются в размерах, а ход их нервного волокна значительно усложняется. Проникнув в колбу, нервные волокна богато ветвятся и направляются к противоположному полюсу рецептора, заполняя всю его полость. Извиваясь и переплетаясь между собой, они образуют клубочки разной степени сложности. Хорошо выраженная капсула тельца увеличивается в размерах, отчетливей выявляется ее слоистость (рис. 3).

В постнатальном периоде наиболее отчетливо проявляется развитие другой нейрогистологической структуры, связанной с функцией тактильно-кинестетического анализатора, — осязательных телец Мейснера. В первые месяцы жизни ребенка они значительно увеличиваются в размерах, а к 3 годам по своим размерам и по характеру ветвления нервного волокна и расположению специальных клеток тельца Мейснера почти не отличаются от

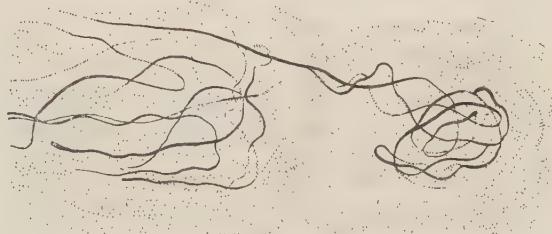


Рис. 2. Инкапсулированный рецептор в сухожилии лучевого сгибания кисти ребенка 3 лет. Ок. 7, об. 40×



Рис. 3. Развивающееся тельце Мейснера в коже ладони новорожденного. Ок. 10, об. имм.

таковых у взрослых. Безмяготные нервные волокна, войдя внутрь тельца, извиваясь и переплетаясь, образуют сложный клубочек нервных нитей, между волокнами которых располагаются специальные клетки, по-видимому глиальной природы (рис. 4).

Из сказанного видно, что к 3—4 годам жизни ребенка все нервные окончания исследованных мышц и кожи руки достигают высокой степени развития. Это позволяет нам провести некоторую параллель между отмеченной относительной морфологической зрелостью проприо- и тактильных рецепторов и функциональными способностями тактильно-кинестетического анализатора 3—4-летних детей.



Рис. 4. Тельце Мейснера ребенка 3 лет. Ок. 10, об. имм.

Проведенные нами опыты на детях 2—4 лет показывают, что дети 2-летнего возраста значительно уступают детям 3—4 лет в точности воспроизведения пассивных движений, в скорости образования условных связей, а также в тонкости дифференцирования формы и величины предметов. Например, в опытах с выработкой условных связей на вес предмета все дети 3—4 лет образовывали условные связи на 4—8—30 сочетаниях, тогда как некоторые дети 2 лет — только на 77—140 сочетаниях. Опыты показали, что дети 3—4 лет свободно могли отдифференцировать вес 60 и 100 г, 70 и 100 г, в то время как среди детей 2 лет это задание выполнили лишь отдельные испытуемые.

Полученные нами данные по морфологическому развитию проприо- и тактильных рецепторов и их сопоставление с формированием некоторых способностей тактильно-кинестетического анализатора детей 2—4 лет свидетельствуют о тесной связи развития функции с развитием структуры. Чем большей степени морфологической зрелости достигает рецепторный аппарат, тем (как об этом свидетельствует объективный метод выработки условных связей) более четко и дифференцированно воспринимает он те или другие определенные внешние стимулы, трансформируя их в нервные импульсы. Эти последние передаются на достаточно созревшие к этому времени корковые части тактильно-кинестетического анализатора (7).

Институт эволюционной физиологии им. И. М. Сеченова
Академии наук ССР

Поступило
24 IX 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ К. Х. Кекчев, Интерорецепция и проприорецепция и их значение для клиники, М., 1946. ² Н. В. Суханова, Развитие тактильно-кинестетического анализатора у детей дошкольного возраста, Кандидатская диссертация, Л., 1954. ³ М. Д. Лавдовский, К эмбриологии нервных окончаний, СПб., 1873. ⁴ Н. И. Зазыбин, Тр. 1-й Гистологической конференции, 1935, стр. 266. ⁵ В. А. Латышев, Некоторые закономерности морфологической взаимосвязи нервной и мышечной системы. Диссертация, Краснодар, 1952. ⁶ О. И. Бабак, Тр. 1-й научн. конфер. по вопр. возрастной морфол. и физиол., 1954, стр. 162. ⁷ М. Х. Самибаев, Формирование корковой части двигательного анализатора человека в периоде развития произвольных движений, Автореферат кандидатской диссертации, Самарканд-Воронеж, 1955.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Ю. К. БОГОЯВЛЕНСКИЙ

**ВЛИЯНИЕ СТЕПЕНИ РАЗРУШЕНИЯ ЛИМФАТИЧЕСКИХ УЗЛОВ
БЕЛЫХ КРЫС И КРОЛИКОВ НА ПОСЛЕДУЮЩУЮ РЕГЕНЕРАЦИЮ
ПРИ ИХ ТРАНСПЛАНТАЦИИ**

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 3 X 1958)

При изучении процессов регенерации рядом исследователей (1-9) был затронут вопрос о значении разрушения тканей на последующее восстановление. Было установлено, что восстановление поврежденной ткани в условиях нормального существования является универсальной реакцией организма и что течение и конечный результат регенерационного процесса стоит в определенной зависимости от характера и степени разрушения.

Однако работы Т. П. Виноградовой и Г. К. Хрущова показали, что чрезмерная травма и слишком большие деструктивные процессы не способствуют последующей регенерации, а заживление происходит путем грубого рубцевания.

Мы сочли небезынтересным выяснить влияние разрушения вообще и его степени на ход восстановительных процессов при трансплантации лимфатических узлов. Для этой цели были поставлены две серии опытов. В I серии лимфатические узлы пересаживались небольшими, в 1 мм³, кусочками по методу, предложенному Ф. М. Лазаренко (10) для культивирования тканей внутри организма. Во II серии опытов использовалась в общем сходная методика, но мелко нарезанный ножницами лимфатический узел с целью более глубокого разрушения дополнительно быстро растирался в маленькой ступке, и затем полученная кашица смешивалась, как и в опытах Лазаренко, с кусочками целлоида и трансплантировалась. Необходимо подчеркнуть, что путем растирания мы добивались только более дробного измельчения кусочков, не ставя себе задачу пытаться разрушить все клетки трансплантата.

В обеих сериях брались подколенные лимфатические узлы и трансплантировались под кожу в область подмышечной впадины тому же животному (аутотрансплантация).

Всего было использовано для опытов 220 крыс 2,5-месячного возраста и 42 кролика в возрасте 3,5 мес.

Трансплантаты, извлеченные вместе с окружающей тканью, фиксировались в жидкости Ценкера через 3, 6, 9 и 12 час., а также через 1—10, 12, 15, 20, 30, 40 и 50 суток после пересадки. Объекты заключались в парафин. Срезы изготавливались не толще 7 μ и окрашивались по Маллори, кислым гемалауном по Мейеру и азур II — эозином.

Полученный нами фактический материал показывает, что у крыс и кроликов при пересадке как кусочками, так и в виде растертой до кашицы ткани лимфатического узла процессы разрушения и затем последующего восстановления протекают сходно с описанными нами ранее (11) при трансплантации целых узлов, но с некоторой задержкой во времени. И здесь большая часть трансплантата подвергается полному некрозу. В первую очередь дегенерируют лимфоидные клетки, а затем и ретикулярные. На первых этапах дегенерация клеток сопровождается самыми разнообразными изменениями

их ядер — пикнозом, кариорексисом, кариолизисом. Затем процесс идет более однообразно, и дегенеративные изменения ядер выявляются только в форме пикноза. На месте погибших клеток образуется детрит, который со временем постепенно разрушается в результате фагоцитоза вселившимися в трансплантат многочисленными лейкоцитами и макрофагами. Иногда непреклонно подвергается вся трансплантированная ткань. Вообще же число погибающих трансплантатов в I и II сериях наших пересадок довольно велико и составляет в первом случае 33%, а во втором 46%, что значительно превышает процент неудач при тотальных пересадках (19%).

И здесь, при удачных опытах, в среднем через трое суток после пересадки, из сохранившихся ретикулярных клеток начинает образовываться характерный для регенерирующего узла узкопетлистый синцитий с широкими протоплазматическими перемычками. В образовании такого синцития принимают участие наряду с ретикулярными также адвенциальные клетки врастаящих кровеносных сосудов. Участие в этом процессе клеток «эндотелия», располагающихся в лимфатическом узле по границе лимфоидной ткани с периферическим синусом, при настоящих методах пересадок установить не удалось, так как вообще эти клетки в измельченной ткани распознать совершенно невозможно.

В опытах с пересадками целых узлов мы видели, что основным источником для роста синцития является ретикулярный остов оставшихся живыми островков лимфоидной ткани. Их мы назвали очагами регенерации. В настоящих же опытах обеих серий сначала возникает синцитий из видоизменяющихся ретикулярных клеток, а затем уже его петли заполняются лимфоидными клетками.

Дальнейшее преобразование пересаженной ткани, заключающееся в формировании лимфоидных островков, является конечным при данных методах трансплантации. На этом регенерация останавливается, и нам ни разу не удалось увидеть ни вторичных узелков с центрами размножения, ни сформированного мозгового вещества узла с мозговыми шнурями.

Наблюдения над пересаженными измельченными узлами были закончены по прошествии 40—50 суток, считая с начала операции, так как к этому сроку все трансплантаты рассасывались, и мы видели только картины дегенерации и замещение пересаженных кусочков жировой тканью.

В общем все морфологические изменения, имеющие место при пересадке растерпой ткани лимфатических узлов, подобны таковым при пересадке по Лазаренко. Разница только в количестве удачных опытов.

Таким образом, искусственное измельчение ткани лимфатических узлов у крыс и кроликов, независимо от степени разрушения, не ускорило явлений распада и последующего восстановления по сравнению с неразрушенными органами, как можно было бы ожидать, если первую стадию регенерации понимать лишь как механическое разрушение. Имея это в виду, можно сказать, что измельчение данного органа не является решающим фактором при последующей регенерации.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова
Академии наук СССР

Поступило
12 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ В. Казанцев, Roux' Arch., **121**, 659 (1930). ² И. М. Ефимов, Жури. эксп. биол., **7**, 3, 352 (1931). ³ Л. В. Полежаев, ДАН, **22**, № 9, 652 (1939). ⁴ Л. В. Полежаев, Усп. совр. биол., **24**, в. 2, 247 (1947). ⁵ Т. П. Виноградова, Пересадка хрящей у человека, 1950. ⁶ Г. К. Хрущов, Природа, № 10, 9 (1952). ⁷ А. Н. Студитский, Изв. АН СССР, сер. биол., № 6, 6 (1952). ⁸ А. Н. Студитский, Тр. Инст. морфол. животн. им. А. Н. Северцова, **7** (1954). ⁹ А. Н. Студитский, Усп. совр. биол., **40**, в. 1, 94 (1955). ¹⁰ Ф. М. Лазаренко, Арх. биол. наук, **34**, 5—6, 707 (1934). ¹¹ Ю. К. Богоявлеский, ДАН, **113**, № 3, 685 (1957).

Р. А. ДУРИНЯН

О ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВЕ ТАЗОВОГО НЕРВА
В THALAMUS OPTICUS КОШКИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 20 X 1958)

Существенной задачей физиологии является изучение представительства афферентных систем на разных уровнях центральной нервной системы.

Ряд электрофизиологических и морфологических исследований позволили выяснить соматотопическое распределение представительства афферентных систем внутри заднего вентрального ядра таламуса кошки (Nucleus ventralis posterior). Методом регистрации первичных ответов внутри этого

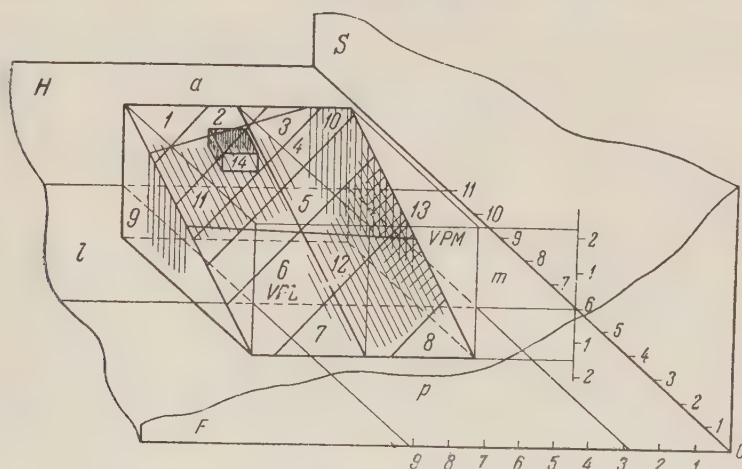


Рис. 1. Схема топического распределения афферентных импульсов внутри заднего вентрального ядра таламуса кошки (N. VP). F, S, H — нулевые плоскости координатной системы Хорсли — Кларка, VPL — задне-латеральная часть ядра, VPM — задне-медиальная часть ядра, а, 1, р. т — передняя, наружная, задняя и внутренняя стороны ядра. 1 — хвост, 2 — крестцовая область, 3 — поясничная область, 4 — спина, шея, 5 — голова, 6 — лицевая часть головы, 7 — околоротовая область, 8 — 2-я соматическая область, 9 — задняя конечность, 10 — передняя конечность, 11 — чревный нерв, 13 — блуждающий нерв, 14 — тазовый нерв

ядра была установлена топография представительства соматической чувствительности (1-я и 2-я соматические зоны, рис. 1) (7, 2, 4, 6).

Не меньшее значение имеют исследования, установившие представительство интероцептивных афферентных систем в ядре. Проведенные работы показали, что зона чревного нерва широко перекрывает область представительства туловища, заходя частично на зону передней и задней конечности, и занимает дорсальную поверхность задне-латеральной части заднего вентрального ядра (8, 1). Зона представительства блуждающего нерва расположена более центрально в передне-медиальной части этого ядра и широко

перекрывает представительство лицевой части головы и околоротовой области. Здесь же, занимая наиболее медиальную и центральную часть ядра, расположена зона представительства язычного нерва (3).

Таким образом, среди наиболее крупных и важных нервов, передающих импульсацию от внутренних органов в центральную нервную систему, неисследованным оставалось представительство тазового нерва. Этот пробел был восполнен в отношении коры лишь в последнее время (9). Было установлено, что 1-я зона представительства тазового нерва в коре больших полушарий мозга кошки расположена у крестовидной борозды, в области представительства седалищного нерва, а 2-я зона располагается в средней части передней эктосильвиевой борозды во 2-й соматической области представительства седалищного нерва (9).

Таковы краткие данные, послужившие поводом для исследования представительства тазового нерва в заднем центральном ядре *Thalamus opticus*.

Исследования проводились в условиях острого опыта на взрослых котах весом 3,5—4,0 кг под нембутал-хлоралозным наркозом (нембутал 30—40 мг/кг, хлоралоза 40—50 мг/кг). Степень наркоза доводилась до полного подавления «спонтанной» биоэлектрической активности коры мозга.

Животное фиксировалось в стереотаксическом приборе. Оба полушария головного мозга обнажались, и удалялась твердая мозговая оболочка. Мозг постоянно орошался физиологическим раствором соответствующей температуры, а температура тела поддерживалась специальным обогревателем.

Нервы (седалищный и тазовый) раздражались серебряными электродами типа «пенал», одиночным конденсаторным ударом (напряжение 5—10 в, длительность импульса 0,2 мсек). Один из отводящих электродов помещался на поверхности коры в 1-й зоне представительства тазового нерва (9). Два погружных электрода с помощью стереотаксической техники вводились через толщу полушария в заднее центральное ядро таламуса (правое и левое), согласно координатам Хорсли — Кларка, по данным стереотаксического атласа (5).

Погружной электрод представлял собой танталовую проволоку диаметром 0,3 мм, изолированную, за исключением конца, бакелитовым лаком при термической обработке. Кончик электрода длиной до 80 μ , сточенный на конус, имел в диаметре 20—40 μ . Индифферентный электрод закреплялся в kostях лобной пазухи. Отводимые потенциалы регистрировались через усилитель на трехканальном катодном осциллографе и записывались на фотобумагу. Заднее центральное ядро (N. VP) расположено в центрально-латеральном углу таламуса кошки и граничит: дорсально с задне-латеральным ядром (N. LP); центрально-латерально с ретикулярным ядром (RT); медиально с остальными ядрами центральной группы — латеральным и медиальным (N. VL, N. VM).

Это ядро, согласно более новым данным (5), состоит из двух половин — задне-латерального ядра (N. VPL или Ext.) и задне-медиального ядра (N. VPM или Arc.) — и имеет следующие координаты в миллиметрах:

	N. VPL		N. VPM	
Фронтально (F)	7	11	6	10
Сагиттально (S)	9	4,8	7,4	2,8
Горизонтально (H)	+2,5	-1,2	+2,2	-1,7

Учитывая, что кортикальное представительство тазового нерва расположено в зоне представительства седалищного нерва, справедливо полагать, что такое соотношение существует и в центральном ядре. Поэтому вначале мы раздражали только седалищный нерв и отводили от контра- и ипсилатерально расположенных ядер потенциалы, пока не находили зону максимальной активности первичных ответов. Затем в пределах этой зоны, раздражая тазовый нерв, находили фокус максимальной активности (рис. 2).

Первичные ответы, вызываемые раздражением тазового нерва при отведении на контраплатеральной стороне, представляли собой двухфазное по-

Ложительно-отрицательное колебание с латентным периодом 5—8 мсек. и длительностью положительной фазы 15—40 мсек. (амплитуда положительной фазы 130—210 μ в, рис. 2 B, 1). Аналогичные ответы регистрировались

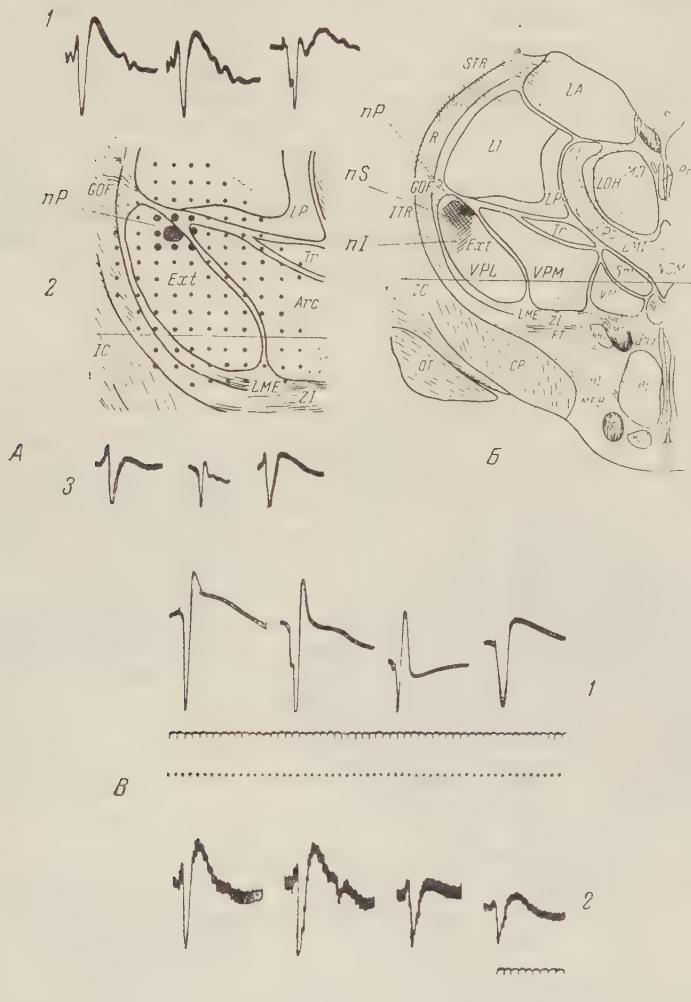


Рис. 2. Зона представительства тазового нерва в заднем вентральном ядре и потенциалы, отводимые в этой зоне. А: 1 — потенциалы, отводимые в точках, расположенных на 500 μ дорсальнее зоны представительства (точки среднего размера); 2 — заднее вентральное ядро таламуса; точки указывают положение кончика электрода при исследовании массы ядра; nP — зона представительства тазового нерва; 3 — потенциалы, отводимые в точках, расположенных на 500 μ вентральнее зоны представительства (точки среднего размера). Б: фронтальный срез мозга в плоскости 9—10; заштрихованный участок — зоны представительства седалищного (nI), чревного (nS) и тазового (nP) нервов. В: 1 — первичные ответы, отводимые в зоне представительства тазового нерва (латентный период 5—8 мсек., амплитуда 100—210 μ в, длительность 15—40 мсек.); калибровка 100 μ в, отметка времени 20 мсек.; 2 — первичные ответы, отводимые в зоне представительства задней конечности при раздражении седалищного нерва (7—10 мсек., 130—280 μ в, 30—40 мсек.); калибровка 150 μ в, отметка времени 20 мсек.

при раздражении седалищного нерва, однако латентный период был равен 7—10 мсек. Длительность его составляла 30—40 мсек, а амплитуда 130—280 μ в (рис. 2 B, 2). Ответы, регистрируемые на ипсилатеральной стороне, имели латентный период на 1—2 мсек. больше ответов, регистрируемых

на контралатеральной стороне, и характеризовались более частой констатацией вторичных колебаний.

При передвижении кончика электрода из фокуса максимальной активности более чем на 100 μ в любом из трех взаимно перпендикулярных направлений отмечалось увеличение латентного периода на 2—3 мсек. Если же электрод удалялся больше чем на 500 μ , латентный период увеличивался до 15—20 мсек., а амплитуда положительной фазы уменьшалась до 60—100 μ в (рис. 2A). Исследуя последовательно всю массу ядра (N. VP) у 22 котов, мы установили, что зона представительства тазового нерва (n. pelvis) в заднем вентральном ядре расположена у дорсальной поверхности в задне-латеральной половине ядра (N. VPL), в передней его части на границе с задне-медиальной половиной (N. VPM) и частично перекрывает зону представительства крестцово-поясничной области, бедра и чревного нерва (7, 8) и имеет в среднем следующие координаты (рис. 1 и 2B):

	N. VP	
Фронтально	9	10
Сагиттально	6	7
Горизонтально	+2	+1,5

Следовательно, тазовый нерв представлен особой зоной в заднем вентральном ядре (N. VP); и, так же как на поверхности коры головного мозга, эта зона перекрывает область представительства седалищного нерва.

В конце каждого опыта мозг прижизненно перфузировался физиологическим раствором, затем 5% формалином, удалялся вместе с отводящими электродами и фиксировался в 10% формалине. После фиксации делались фронтальные срезы по 50 μ , параллельно каналу электрода; срезы красились гематоксилином-эозином, и под микроскопом контролировалось расположение кончика электрода в искомом ядре, при сравнении со стандартными микрофотографиями соответствующих фронтальных срезов, приведенных в стереотаксическом атласе.

Институт нормальной и патологической физиологии
Академии медицинских наук СССР

Поступило
7 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ O. Ajder, W. Geohagan, L. Ungewitter, J. Neurophysiol., **15**, 131 (1952). ² S. Cohen, H. Grundfest, J. Neurophysiol., **17**, 193 (1954). ³ P. Dell, J. Physiologie, Paris, **44**, 471 (1952). ⁴ R. Gaze, G. Gordon, Quart. J. Exp. Physiol., **39**, 279 (1954). ⁵ J. Jimenez-Castellanos, J. Comp. Neurol., **91**, 307 (1949). ⁶ R. Knighton, J. Comp. Neurol., **92**, 183 (1950). ⁷ V. Mountcastle, E. Неппенеман, J. Neurophysiol., **12**, 85 (1949). ⁸ H. Patton, V. Amassian, Am. J. Physiol., **167**, 815 (1951). ⁹ K. M. Кулланда, Бюлл. эксп. биол. и мед., **5**, 3 (1957).

ФИЗИОЛОГИЯ

К. М. КУЛДАНЛА

ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВО N. N. PELVICI ET PUDENDI
В КОРЕ МОЗЖЕЧКА КОШЕК

(Представлено академиком К. М. Быковым 23 X 1958)

В литературе имеются две работы, посвященные выявлению в мозжечке представительства висцеральных афферентных нервов методом регистрации первичных потенциалов. Одна принадлежит Деллю и Олсону⁽¹⁾, которые обнаружили в мозжечке представительство блуждающего нерва, другая, выполненная Виденом⁽²⁾,—

Нами была предпринята попытка обнаружить в мозжечке зоны афферентного представительства pp. *pelvici et pudendi*.

В условиях острых опытов на 45 кошках под хлоралозным или нембугаловым наркозом исследовались биоэлектрические реакции коры мозжечка, возникающие при нанесении одиночных или ритмических раздражений электрическим током на центральные концы упомянутых нервов.

Опыты показали, что одиночный стимул, нанесенный на п. *pelvicus* или п. *pubendus*, приводит к возникновению биопотенциалов, широко распространенных по поверхности полученных записей демонстрируя пространение, в ряде зон коры головного мозга. Беря величину последней, можно выделить грядущий

Из рис. 1 видно, что к таким зонам можно отнести поверхности 1. anterior и lob. simplex с прилегающими к ним терригениями, а также поверхности lobules paramedianus с обеих сторон.

Следует отметить, что обычно потенциалы, возникающие в пределах *l. anterior* и *lob. simplex*, имеют большую амплитуду, нежели потенциалы, отводимые от *lobules paramedianus*. Однако этим не исчерпываются различия между указанными зонами и регистрируемыми в них биопотенциалами.

Для того чтобы продемонстрировать сказанное, приводим на рис. 2

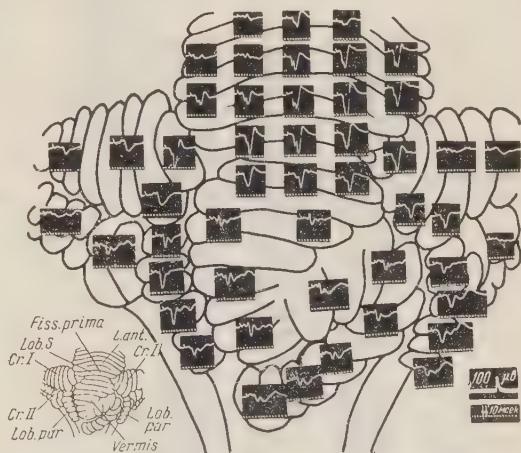


Рис. 1. Распределение биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка при стимуляции правого тазового нерва. Кот № 172; опыт от 1 II 1957 г. Глубокий хлоралозный наркоз. Животное обездвижено диплационом. Интенсивность раздражающего тока 9,5 в. Монополярное отведение

фотомонтажи, составленные по материалам опыта, который заключался в следующем.

Центральный конец правого тазового нерва раздражался ритмическими ударами тока, следовавшими непрерывно с частотой 2 удара в 1 сек. Исследующий электрод помещался в одной из указанных областей коры мозжечка, и производилась запись биопотенциалов, возникших на 6 последовательных стимулов. После этого электрод перемещался в следующую область и все повторялось снова,— и так до тех пор, пока не были исследованы все 20 указанных областей. Интервал между двумя соседними записями (в течение которого, разумеется, никаких раздражений на тазовый нерв не наносилось) равнялся 1 мин. По нашим наблюдениям этого времени было достаточно, чтобы восстановилась исходная степень возбудимости всех включенных в реакцию нервных образований (что специально проверялось). Больших интервалов между соседними записями мы не делали еще и потому, чтобы успеть произвести все 20 снимков в более короткое время, т. е. при более или менее одинаковом функциональном состоянии всего препарата. С той же целью исследование было построено так, что вначале производилась запись в области 14, затем в 8—1—2—9—15—16 и т. д.

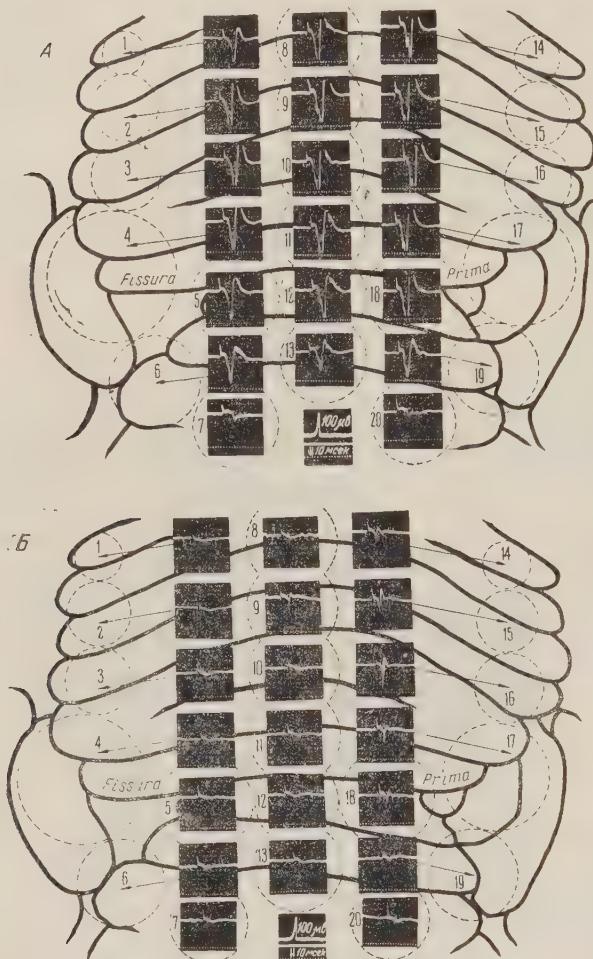


Рис. 2. Распределение биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка при стимуляции правого тазового нерва ритмическими ударами тока. Кот № 118; опыт от 6 IX 1956 г. Глубокий хлоралозный наркоз. Интенсивность раздражающего тока 5,5 в, частота стимулов 2 в 1 сек. Монтаж из фотографий биопотенциалов, возникших в указанных областях (обведены пунктиром и отмечены цифрами 1—20) в ответ на первый (A) и второй (B) удар тока

лы, широко распространенные по его поверхности (рис. 2 А). На второй удар ответы возникают уже на гораздо меньшей территории (рис. 2 Б) и, наконец, третий удар вызвал ответы лишь в ограниченном участке поверхности коры (зоны 15 и 16).

Данные этого опыта наводят на мысль о том, что для установления зон представительства в мозжечке того или иного афферентного нерва недостаточно учитывать только наличие или отсутствие биоэлектрического потенциала в ответ на раздражение этого нерва. По-видимому, потенциалы, возникающие при этом, имеют разный характер, точно так же как и зоны, в которых они регистрируются.

Выяснению этих вопросов и были посвящены дальнейшие опыты.

Прежде всего представлялось интересным проследить те изменения, которые претерпевает биопотенциал, зарегистрированный в наиболее активной зоне мозжечка при ряде раздражений афферентного нерва *.

На рис. 3 представлены некоторые материалы такого анализа. Внизу рисунка расположена осциллограмма, демонстрирующая ряд ответов, зарегистрированных в мозжечке в зоне 1 (см. схему мозжечка справа вверху рисунка). Как видно, ответы на последовательное раздражение возникают с прогрессивно уменьшающейся амплитудой. Однако не только это свидетельствует о претерпеваемых ими изменениях. В левой части рисунка те же самые ответы, только сфотографированные с большим увеличением, расположены друг под другом. Ответу *A* в этой колонке соответствует ответ *a* на осциллограмме, ответу *B* — *b* и т. д. Сравнение ответов показывает следующее:

1. Первый биопотенциал, возникающий в мозжечке на первый удар тока, отличается от последующих биопотенциалов тем, что состоит из нескольких фаз, что видно из записи *A*. Последующие биопотенциалы, возникающие на последующие удары тока, представляют собой более простые двуфазные положительно-отрицательные колебания.

2. Более простые колебания, возникающие со второго удара тока, не остаются неизменными. На рис. 3 отчетливо видно, как от стимула к стимулу у них уменьшается амплитуда и возрастает латентный период (ср. *B* — *E*). Если провести такое сравнение потенциалов в ряде зон мозжечка, а результаты сопоставить, то окажется, что они не везде одинаковы. На том же рисунке приведены два графика, иллюстрирующие это (ось абсцисс разделена на 6 равных частей, соответствующих 6 последовательным ударам тока по тазовому нерву). Обозначения на графиках соответствуют обозначениям, принятым на правой верхней схеме для зон мозжечка. Верхний график на рис. 3 показывает, что наиболее стойкий ответ возникает в зоне 1. Даже на шестой удар тока его амплитуда все еще превышала 40 мкв, в то время как в зонах 2—4 на тот же удар никакого ответа не возникло. Наименее стойкий ответ оказался в зоне 4, где уже на четвертый удар ответ не появился.

Из нижнего графика на рис. 3 видно, что ответы, регистрируемые в зоне 1, не только сохраняются при большем числе стимулов, чем во всех остальных зонах, и не только имеют при этом наибольшую амплитуду, но обладают также наименьшим латентным периодом. Например, на третий удар латентный период ответа в зоне 1 был около 18 мсек, а латентный период ответа в зоне 4 достигал 27 мсек. Можно еще отметить, что в зоне 1 снижение амплитуды ответов и возрастание латентного периода при ряде последовательных раздражений совершается более постепенно, чем при тех же условиях в других зонах.

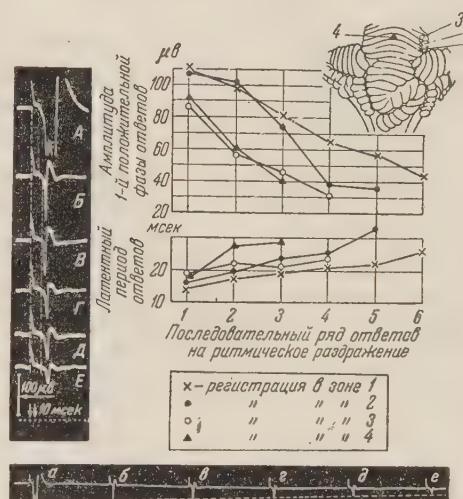


Рис. 3. Сравнение биопотенциалов, возникающих в ипсилатеральной части передней доли мозжечка при раздражении правого тазового нерва ритмическими ударами тока, — записи *A*—*E* и *a*—*e*. Объяснение в тексте

* Попутно отметим, что такие же явления были зарегистрированы нами и по отношению к седалищному нерву (п. ischiadicus).

Анализ приведенного материала, как нам кажется, дает основание для следующих заключений.

1. Путем регистрации биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка на ряд последовательных раздражений, наносимых по афферентному нерву, можно выявить зону наибольшей активности, занимающую гораздо меньшую территорию, чем территория областей, в которых регистрируются потенциалы на первый удар тока.

2. В этой, выявленной таким образом, активной зоне можно выделить еще меньший участок, обладающий максимальной активностью — фокус максимальной активности (ФМА).

3. Существование ФМА, вероятнее всего, может быть непосредственно связано с тем, что именно в этой области коры мозжечка оканчиваются афферентные пути (или коллатерали от них), периферической частью которых является раздражаемый афферентный нерв.

4. Nn. *pelvici* et *pudendi* имеют свою зону представительства в мозжечке с ФМА, расположенным ипсилатерально на l. *anterior* (зоны 15 и 16, рис. 2).

Институт нормальной и патологической физиологии
Академии медицинских наук СССР

Поступило
17 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ P. Dell, R. Olson, C. R. Soc. Biol., **145**, 1084 (1951). ² L. Widen, Acta Physiol. Scand., **33**, Suppl., 117, 69 (1955).

ФИЗИОЛОГИЯ

Г. И. МЧЕДЛИШВИЛИ

ИССЛЕДОВАНИЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ «ЗАМЫКАТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ» НА РЕГИОНАРНЫХ АРТЕРИЯХ МОЗГА (ВНУТРЕННИХ СОННЫХ И ПОЗВОНОЧНЫХ АРТЕРИЯХ)

(Представлено академиком И. С. Бериташвили 27 X 1958)

Наши экспериментальные исследования показали, что в ответ на гемодинамические сдвиги в венозной системе мозга, наступающие при одновременном выключении всех яремных вен (т. е. в условиях начинающегося застоя крови в мозгу), происходит рефлекторное сужение сонных и позвоночных артерий, вследствие чего приток крови в головной мозг значительно ослабляется. Дальнейшие опыты обнаружили такую же компенсаторную реакцию регионарных артерий мозга при некоторых других расстройствах мозгового кровообращения; наконец, оказалось, что сужение этих сосудов можно вызвать адреналином. На основании всего этого нами было сделано заключение, что внутренние сонные и позвоночные артерии играют важную роль в регуляции мозгового кровообращения. Необходимо было выяснить, в каких отрезках указанных артерий может наступать сужение, т. е. где локализуется «замыкательный механизм».

Из-за своего анатомического расположения большая часть протяжения внутренних сонных и позвоночных артерий недоступна для прямых прижизненных наблюдений. Исследование этих артерий на гистологических срезах или коррозионных препаратах, полученных обычными способами, производилось и другими авторами, но не дало каких-либо результатов с интересующей нас точки зрения. И это понятно, так как в процессе умирания и обработки ткани состояние артерий сильно меняется, и это делает невозможным получить сведения об имеющемся при жизни функциональном состоянии сосудов.

Поэтому нами была разработана следующая специальная методика. Живым кроликам и собакам с помощью инъекционного прибора через внутреннюю сонную артерию в направлении мозга, медленно, при постоянном давлении (примерно, равном нормальному давлению в этих сосудах), вводился сначала 0,85% раствор NaCl (для вымывания крови из артерий), а затем 20% формалин в спирту (кроликам — до 50 мл, а собакам — до 500 мл), который быстро фиксировал стенки сосудов и, проникая в мозг, вызывал смерть животного. Предыдущие исследования ⁽¹⁾ показали, что этот раствор прижизненно фиксирует стенки артерий — прежде, чем наступают заметные изменения их просвета. После фиксации сосуды мозга опять промывались 0,85% NaCl и медленно наливались 10% желатиной, окрашенной тушью; голова животного помещалась в холодильник до застывания желатины и фиксировалась в 10% формалине; затем производилась либо декальцинация кости, либо же выпарировка артерии, после чего ткань зашивалась в целлоидин и приготовлялись серийные микроскопические препараты. В других случаях в прижизненно фиксированные артерии вводился синтетический латекс, после чего все ткани головы животного коррозировались в концентрированной соляной кислоте.

В результате изучения препаратов удалось обнаружить, что только определенные отрезки регионарных артерий мозга бывают обычно резко суженными и, несомненно, выполняют в организме роль «сфинктеров», регулирующих приток крови в головной мозг. Однако положительные результаты получаются не во всех случаях; это можно объяснить тем, что, во-первых, во время инъекции не всегда удается поддерживать такое давление, которое искусственно не растягивало бы артерии (при заведомо высоком давлении сужения не обнаруживались) и, во-вторых, в процессе инъекции создаются условия, при которых нет возможности использовать известные нам способы, вызывающие сужение регионарных артерий мозга.

Изучение серийных гистологических срезов, а также слепков внутренних сонных и позвоночных артерий под микроскопом и измерение диаметра этих сосудов с помощью окуляр-микрометра показало, что просвет их сужен в определенных местах. У собак и кроликов наиболее

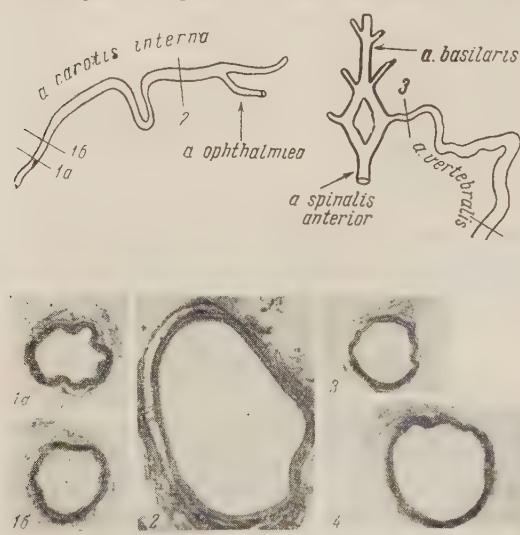


Рис. 1. Поперечные срезы прижизненно фиксированных внутренней сонной (внутрикостный отдел) и позвоночной артерий собаки. Ок. 4, об. 4×

рених сонных артерий в костном канале резко суженным бывает отрезок сосуда, расположенный вскоре после его

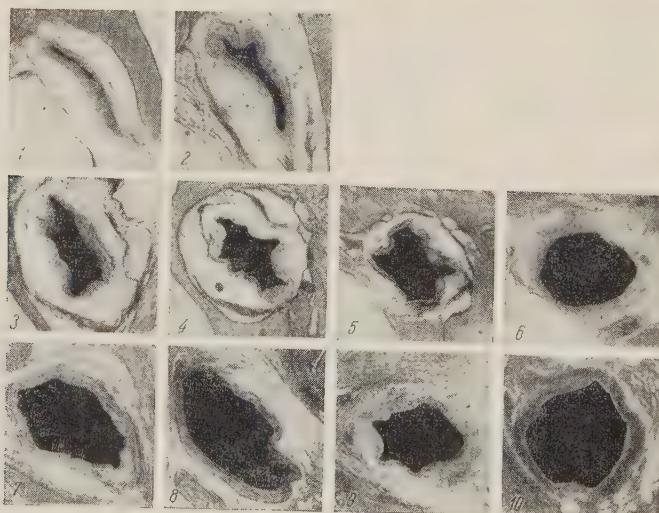


Рис. 2. Поперечные срезы прижизненно фиксированной внутренней сонной артерии кролика (внутрикостный отдел). Ок. 7, об. 4×

вхождения в пирамиду височной кости (рис. 1, a) где артерия нередко сужена почти до полного закрытия просвета (рис. 2); менее значительные сужения этой артерии обнаруживаются нередко и в других местах костного канала.

У позвоночных артерий сужение обнаруживается обычно в области их вхождения в полость черепа и их изгибов (рис. 1, б).

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что в части случаев указанное сужение регионарных артерий мозга не концентрическое: отдельные части их стенки втячиваются в просвет, и последний принимает звездчатую или даже сплющенную форму (рис. 2 и 3). Можно предполагать, что это зависит от направления мышечных пучков в стенках артерий, так как известно, что продольные пучки гладкомышечных волокон могут обуславливать появление «валиков» и «подушечек» в просвете артерий (литературу по этому вопросу см. (2)). В то же время прижизненная фиксация сосудов *in situ* в наших опытах являлась определенной гарантией против искусственного возникновения изменений формы сосуда в результате обработки ткани, на что указывалось в последнее время (3).

Измерения, проведенные на серийных срезах, дали возможность выяснить некоторые детали указанного сужения артерий. Так, в одном случае сильного сужения внутренней сонной артерии кролика оказалось (рис. 4), что а) величина просвета в области сужения более чем в 20 раз меньше, чем

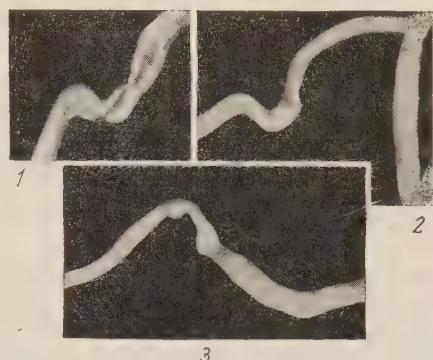


Рис. 3. Коррозионные препараты внутренней сонной (1) и позвоночной (2) артерий собаки, а также внутренней сонной артерии кролика (3), приготовленные после прижизненной фиксации этих сосудов. На препаратах ясно видно втячивание отдельных частей стенки в просвет сосудов

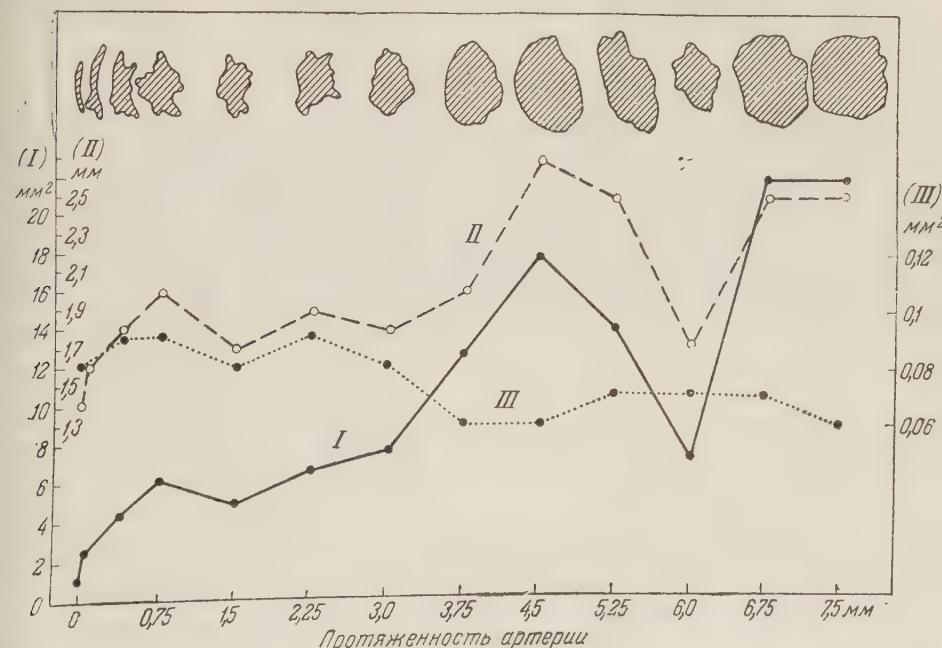


Рис. 4. Величина просвета (I), периметр (II) и площадь поперечного среза стенки (III) отрезка прижизненной внутренней сонной артерии кролика в области пирамиды вибранной кости. Сверху изображен просвет соответствующих участков артерии (ср. рис. 2)

ее просвет в области примерно на 5 мм кпереди (т. е. к периферии от сердца); в то же время периметр сосуда соответственно лишь в 2 раза меньше, от-

куда следует, что сужение артерии произошло главным образом за счет втячивания отдельных участков стенки в просвет сосуда; в) толщина мышечного слоя на протяжении того же отрезка артерии отличается не столь значительно, а это свидетельствует о том, что «сфинктеры» или «замыкательные механизмы» здесь скорее функциональные, чем морфологические. Примерно такие же отношения имеют место в суженных местах позвоночных артерий.

Итак, наши исследования позволили, по-видимому, выявить, какие отрезки внутренних сонных и позвоночных артерий выполняют в организме роль «замыкательных механизмов», регулирующих приток крови в головной мозг. Регионарные артерии мозга с их характерными изгибами («сифонами») мало обращали на себя внимание других авторов. У животных они специально не исследовались (4), и только недавно появились подробные анатомические исследования внутренних сонных артерий у приматов (5). Изучены также некоторые детали строения внутренних сонных и позвоночных артерий у человека (6, 7). Однако в известной нам литературе единственное указание на локальное сужение внутренней сонной артерии имеется у Фишера (8), который вскользь писал о том, что при падении общего кровяного давления наблюдается изменение формы и сужение этого сосуда непосредственно перед входением в каменистую часть височной кости, причем не указывается ни объект, ни методика исследования; следует отметить, что на приведенном рисунке сужение сосуда незначительное, гораздо сильнее выражено изменение его формы.

В последнее время некоторыми авторами описаны нервные аппараты в внутренней сонной артерии: в ее стенке обнаружены разнообразные рецепторы (9), в составе внутреннего сонного сплетения — нервные клетки ганглиев (10). Наличие богатой иннервации также свидетельствует о важной роли этих сосудов в регуляции мозгового кровообращения.

Институт физиологии
Академии наук ГрузССР

Поступило
21 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Г. И. Мчедлишили, Сообщ. АН ГрузССР, **17**, 537 (1956). ² Т. А. Григорьев, Иннервация кровеносных сосудов, М., 1954. ³ Д. В. Moffat, Acta Anat. **26**, 110 (1956). ⁴ Б. Н. Клосовский, Циркуляция крови в мозгу, М., 1951. ⁵ W. Platzer, Jahrb. Morphol. u. mikroskop. Anat., **97**, 220 (1956). ⁶ С. С. Михайлов, Сборн. Нарушения кровообращения при поражениях головного мозга, М., 1956, стр. 228. ⁷ М. У. Стунжас, там же, стр. 264. ⁸ H. Fischer, Verh. d. Anat. Gesellsch. Jena (Ergänzungsheft), **100**, 355 (1954). ⁹ А. Крайндлер, Т. Хорнец, Ф. Нисим, Бюлл. научн. информ. Акад. Румынск. Нар. Респ., № 1, 178 (1958). ¹⁰ Г. А. Покровская, Вестн. Ленинградск. унив., № 9, 103 (1958).

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

Л. Г. ВОЛГАРЬ

О ПРИСПОСОБЛЕМОСТИ НЕМАТОДЫ *THELANDROS TBA* DINNIK 1930 К ОСОБЕННОСТЯМ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ХОЗЯЕВ

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 13 X 1958)

В 1930 г. Динник ⁽¹⁾ впервые обнаружил самок нематод *Oxyuris tba* в кишечнике головастиков. В 1947—1948 гг. при вскрытии в дельте Дуная 416 головастиков мы обнаружили в них самок *Oxyuris tba* и впервые нашли самцов, что позволило отнести данных нематод к роду *Thelandros*. Самцы *Thelandros tba* — это мелкие нематоды (рис. 1, *а* и *б*), длиною 0,7—1,24 мм, шириной от 0,07—0,147 мм. Длина пищевода вместе с бульбою 0,145—0,229 мм; ширина пищевода 0,017—0,025 мм; ширина бульбы 0,046—0,064 мм. Задний конец тела самца плавно переходит в хвостовой шип, длина которого варьирует 0,042—0,230 мм. Стенки анального отверстия утолщены. Над анусом находятся две крупные преанальные папиллы, а под ним — две пары постанальных папилл, из которых вторая пара наиболее крупная. Спикала одна, длиной 0,034—0,042 мм.

Самки *Thelandros tba* по строению соответствовали описанию Динника, однако у собранных нами нематод можно было отметить более значительные колебания всех морфологических данных.

Над самками *Thelandros tba* нам удалось сделать чрезвычайно интересное наблюдение: в некоторых самках обнаружены одновременно и яйца и личинки (рис. 2). Яйца *Thelandros tba* (рис. 3) неправильноовальной формы, покрыты тремя оболочками. Первая оболочка яйца вплотную окружает зародыш. Вторая и третья — неравномерно прилегают к первой и отходят от нее в виде трех ребер. Благодаря этому яйца *Thelandros tba* в поперечном сечении имеют вид треугольника со сглаженными углами и чуть вдавленными ребрами. Наличие трех оболочек говорит о том, что это покоящиеся яйца. Ширина яиц 0,046—0,072 мм, длина 0,089—0,127 мм.

Проследив яйцеводы самок от верхних участков до вульвы, мы обнаружили, что развитие яиц *Thelandros tba* протекает различно. В верхних участках яйцеводов все образовавшиеся яйца внешне ничем не отличаются друг от друга. Они овальной формы с тонкой оболочкой. В средних участках яйцеводов можно было увидеть, что дальнейшее развитие яиц начинает

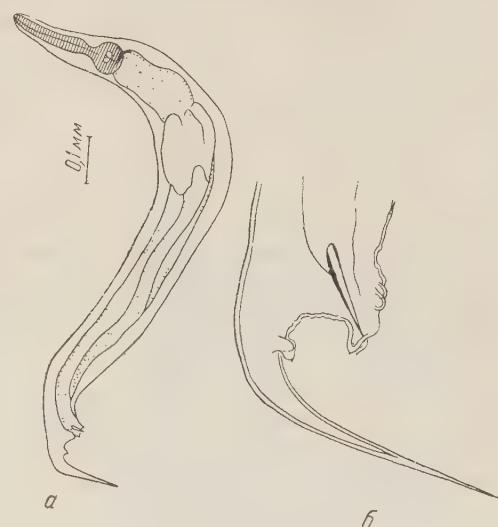


Рис. 1. Самец *Thelandros tba*. *а* — общий вид; *б* — задний конец тела

идти двумя путями. Одна группа яиц развивается в сторону образования на них оболочек — сначала второй, а затем и третьей. Так образуются покоящиеся яйца.

Другая группа яиц развивается иначе. На них не образуется дополнительных оболочек. Эти яйца, сохраняя тонкую оболочку и овальную форму, начинают заметно увеличиваться в размерах и в конечном итоге превращаются в личинок.

У личинок можно заметить пищевод и глотку, а у самых крупных личинок, обладающих заметной подвижностью, можно различить пол: у личинок-самцов видны спикулы, а у личинок-самок хорошо заметен длинный хвостовой шип, характерный для взрослых самок этого вида. Наиболее крупные личинки находились вблизи вульвы самки (рис. 2).

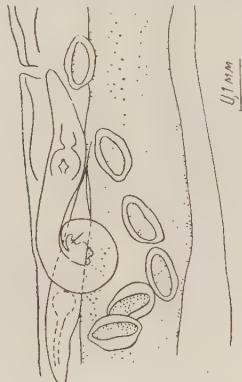


Рис. 2. Участок тела самки *Thelandros tba* с личинками и яйцами

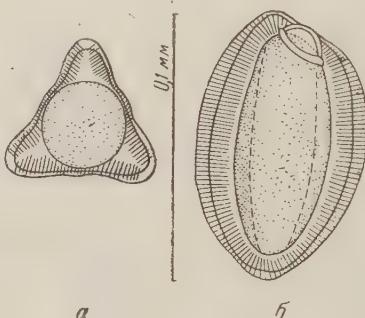


Рис. 3. Покоящиеся яйца *Thelandros tba* при большом увеличении. а — вид сверху; б — вид сбоку

Можно полагать, что одновременное нахождение в самках и яиц, и личинок, связанное с двойным путем развития яиц, является очень интересным своеобразным приспособлением данного вида нематод к короткой жизни хозяина-головастика, так как увеличивает шансы паразита на попадание в своего хозяина как в текущем сезоне, так и на будущий год. При растянутом икрометании личинки нематод, паразитирующие в головастиках старших возрастов, могут, вероятно, заражать головастиков младших возрастов, продлевая тем самым время пребывания паразита в хозяине и увеличивая экстенсивность инвазии. Кроме того, отрождение живых личинок усиливает интенсивность инвазии головастиков.

Зимующие яйца, естественно, служат источником заражения головастиков в тех же водоемах на будущий год.

Столь своеобразно переплетающееся одновременное развитие яиц и личинок *Thelandros tba* представляет собой интересный пример приспособления жизненного цикла паразита к особенностям жизненного цикла своего хозяина.

Поступило
12 X 1958

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Ю. А. Динник, Работы Северо-Кавказской гидробиол. станции, 3, в. 1—3, 17 (1930).

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

Том 124

СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Леон Абгарович Орбели

7 VII 1882 — 9 XII 1958

I. МАТЕМАТИКА

1. Л. Берман. Об одном методе построения интерполяционных формул	503	Б. Пономарев. О многозначных отображениях топологических пространств	264
5. В. Боярский. Некоторые граничные задачи для системы $2n$ уравнений эллиптического типа на плоскости	11	И. И. Пятецкий-Шапиро. Об одной проблеме Э. Картана	268
11. М. Гельфанд. О структуре кольца быстро убывающих функций на группе Ли	15	Н. Сандакова. О разбиении Дирихле для n -мерных федоровских групп	272
14. М. Джрбашян. К теории интегральных преобразований с ядрами Вольтерра	19	И. Б. Симоненко. Краевая задача Римана с непрерывным коэффициентом	274
20. А. Ладыженская и В. А. Солонников. О разрешимости нестационарных задач магнитной гидродинамики	22	В. А. Топоногов. Оценка длины замкнутой геодезической на выпуклой поверхности	278
24. В. Линник. Проблема Гарди — Литтльвуда о сложении простых чисел и двух квадратов	26	О. С. Берлянд. О некоторых асимптотических оценках	282
30. А. Первгин. Об алгоритмизации и программировании игры в домино	29	А. Б. Васильева. Равномерное приближение к решению системы дифференциальных уравнений с малым параметром при производной и приложение к краевым задачам	507
34. В. Смирнов. Основная теорема Гронауля о номографируемости	31	Н. Гольдберг. О существовании, единственности и корректности решения одной нелинейной задачи	509
38. А. Темляков. Интегральные представления функций двух комплексных переменных	34	Л. П. Нижник. О спектре общих дифференциальных операторов	513
42. Р. Шафаревич. Группа главных однородных алгебраических многообразий	38	А. Л. Онищик. О транзитивных группах преобразований компактных однородных пространств	517
46. В. Яблонский. О невозможности элиминации перебора всех функций из P_2 при решении некоторых задач теории схем	42	А. И. Поволоцкий. Определение углового порядка локально простой кривой	520
50. Я. Бакельман. Первая краевая задача для некоторых нелинейных эллиптических уравнений	44	М. Ф. Тиман. К вопросу о связи между полным и частными наилучшими приближениями функций многих переменных	524
54. Н. Воробьев. О коалиционных играх	249	А. Н. Тихонов и А. А. Самарский. О сходимости разностных схем в классе разрывных коэффициентов	527
58. А. Зиза. О некоторых подсистемах ортогональных систем функций	253	Б. А. Якубович. Осцилляционные свойства решений линейных канонических систем дифференциальных уравнений	529
62. Р. Когаловский. Универсальные классы моделей	257	С. Н. Бернштейн. О некоторых априорных оценках в обобщенной задаче Дирихле	533
66. Л. Крылов. Первая краевая задача для некоторых квазилинейных	260	Ю. А. Брудный. Приближение це-	735

лыми функциями на внешности отрезка и полуоси	739	решениях уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами	118
Р. Б. Зархина. О двумерной проблеме моментов	743	М. Бокштейн. О формуле Юннета в гомологической алгебре	118
В. К. Захаров. Первая краевая задача для уравнений эллиптического типа второго и четвертого порядков, вырождающихся или имеющих особенности в конечном числе внутренних точек области	747	Б. М. Будак и А. Д. Горбунов. Об устойчивости вычислительных процессов, возникающих при решении многоточечными разностными методами задач Коши для уравнения $dy/dx = f(x, y)$	119
Г. Кангрю и С. Барон. Множители суммируемости для двойных рядов, суммируемых методом Чезаро	751	Э. И. Гольденгершель. О спектре沃尔терова оператора в некоторых банаховых пространствах	119
А. Н. Колмогоров. Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов	754	Ф. И. Карпелевич. Геодезические линии и гармонические функции на симметрических пространствах	119
А. И. Перов. О принципе неподвижной точки с двухсторонними оценками	756	П. И. Коваль. Асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений	120
И. И. Пятецкий-Шапиро. Дискретные подгруппы группы аналитических автоморфизмов полилиндра и автоморфные формы .	760	Н. М. Коробов. О приближенном вычислении кратных интегралов	120
М. А. Рутман. О порядке экспоненциального роста решений некоторых систем линейных дифференциальных уравнений с частными производными	764	Н. Н. Мейман. О нулях одного класса неоднозначных функций	121
Я. Синай. О понятии энтропии динамической системы	768	Р. М. Минц. Характеристика некоторых негрубых состояний равновесия в трехмерном пространстве с помощью грубых состояний равновесия близких систем	121
Г. Д. Суворов. Соответствие границ при топологических отображениях плоских областей с переменными границами	772	О. А. Олейник. Решение основных краевых задач для уравнений второго порядка с разрывными коэффициентами	121
Л. П. Татарченко. Спектр Берлинга и связанные с ним аппроксимационные теоремы	775	Ся До-шин. О полунормированных колцах с инволюцией	122
А. Н. Тихонов и А. А. Самарский. Об одной наилучшей однородной разностной схеме	779	II. МЕХАНИКА	
Е. А. Щегольков. Об униформизации и расцеплении некоторых множеств	783	С. С. Григорян, А. Г. Соколов и Ю. И. Спасибухов. О моделировании движения массивного твердого тела под действием ударной волны	128
Л. А. Айзенберг. О плюригармонических функциях	967	С. С. Григорян. Об общих уравнениях динамики грунтов	128
М. А. Бартошевич. Плоско-параллельные ткани гиперповерхностей	970	Д. М. Клинов. О движении гироскопа в кардановом подвесе с неаксиально насыженным ротором	128
В. С. Виденский. О неравенствах Стильеса и С. Н. Бернштейна для многочленов Лежандра	973	Ю. И. Ремнев. О влиянии облучения на напряжения и малые деформации в твердом теле	128
А. Д. Мышкис и А. Ф. Наумович. Уточнение метода возвратных последовательностей для исследования дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом	976	III. ГИДРОМЕХАНИКА	
В. А. Рохлин. Об энтропии метрического автоморфизма	980	В. П. Коробейников и Е. В. Рязанов. О решениях уравнений магнитной газодинамики при нулевом градиенте температуры	128
В. В. Степанов. О среднем значении k -й степени числа классов для мнимого квадратичного поля . .	984	В. Г. Невзглядов. О векторе плотности потока турбулентной энергии	128
А. А. Талалян. Суммирование рядов по базисам пространства L_p $[a, b]$, $p > 1$ методами Чезаро . .	987	В. В. Румянцев. Об устойчивости равновесия твердого тела, имеющего полости, наполненные жидкостью	128
С. В. Яблонский. О некоторых свойствах счетных замкнутых классов из P_N	990	И. И. Ворович и В. И. Юдович. Стационарное течение вязкой жидкости	128
В. А. Якубович. Условия колебательности и неколебательности для линейных канонических систем дифференциальных уравнений .	994	М. И. Гуревич. О неустойчивости некоторых струйных течений со свободными поверхностями .	128

3. Н. Жигулов. Теория магнитного пограничного слоя	1001	проводности в монокристалле теллура	554	
—Теория электрического разряда в движущейся проводящей среде	1226			
IV. ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ				
1. Д. Ивлев. О соотношениях, определяющих пластическое течение при условии пластиичности Треска и его обобщения	546	Б. И. Веркин и И. М. Дмитренко. Зависимость основных характеристик эффекта де Хааза — ван Альфена у кристаллов цинка от давления	557	
2. А. Агадуров. Осесимметричное напряженное состояние тонкой кольцевой пластиинки	1005	Гуань Дин-хуа. Дифракция поверхностных звуковых волн на полубесконечных импедансных трубе и стержне	559	
V. АСТРОНОМИЯ				
3. К. Бютнер. О диссипации водорода из атмосфер планет	53	И. Г. Кесаев. Увеличение устойчивости дуги в магнитном поле и принцип максимума поля	563	
4. О. Обашев. Выброс в эмиссии H_α	786	Л. Н. Гусева и А. А. Бабарзко. Анизотропия расширения рентгеновских дифракционных максимумов твердых растворов меди после деформации	789	
5. П. Линник. Интерференционные реперы для бесщелевых звездных спектрографов	1009	Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров. Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в плоском экране	792	
VI. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА				
6. М. Зайдель, О. С. Рыжов и Э. И. Андрианкин. О распространении тепловой волны, близкой к сферической	57	Е. Пущайко. Фотоэлектрическая чувствительность хлорофилла и его аналогов в различных состояниях	796	
7. А. Ладыженская. Стационарное движение вязкой несжимаемой жидкости в трубе	551	А. В. Степанов. О силах связи в кристаллах элементов V и VI групп периодической системы элементов Менделеева	800	
8. А. Славнов и А. Д. Суханов. К вопросу о причинности в теории с индефинитной метрикой	1229	Н. П. Боголюбов и В. Г. Соловьев. Об одном вариационном принципе в проблеме многих тел	1011	
VII. ФИЗИКА				
9. А. Арифов, А. Х. Аюханов, С. В. Стадорубцев и Х. Х. Хаджимухамедов. О методике исследования вторичных процессов, вызываемых ионами при высоких температурах мишеней в присутствии термоэлектронной эмиссии	60	В. Л. Бонч-Бруевич и В. Б. Гласко. Об энергетическом спектре электронов в неидеальной решетке металла	1015	
10. М. Биленский и Р. М. Рындин. Об определении четности гиперонов и К-мезонов	63	Л. М. Бреховских. О затухании радиоволн при распространении вдоль неровной поверхности	1018	
11. К. Михул и М. Г. Петрашку. Деление U^{238} μ -мезонами	66	С. Н. Вернов, Н. Л. Григоров, И. П. Иваненко, А. И. Лебединский, В. С. Мурзин и А. Е. Чудаков. Возможный механизм создания «земного корпускулярного излучения» под действием космических лучей	1022	
12. Павликовский и В. Шурувна. О применении метода дополнительных переменных в статистической физике	69	Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров. Излучение ультраквантистических зарядов при пролете через круглое отверстие в экране	1026	
13. Т. Вартанян и Л. Д. Розенштейн. Фотопроводимость индиго	295	А. Л. Зельманов. К постановке вопроса о бесконечности пространства в общей теории относительности	1030	
14. З. Гершуни и Е. М. Жуховицкий. Замкнутый конвективный пограничный слой	298	С. М. Рыбкин и Н. Б. Строган. К вопросу о релаксации неравновесной проводимости при рекомбинации через ловушки	1034	
15. А. Демирханов, Т. И. Гуткин и В. В. Дорохов. Массы изотопов Th^{232} , U^{234} , U^{235} и U^{238}	301	И. М. Тернов и В. С. Туманов. Об излучении поляризованного светящегося электрона	1038	
16. Покровский, Ф. Улинич и С. Саввина. Нелокальное отражение в волноводах переменного сечения	304	В. Л. Бонч-Бруевич. О связи между константами взаимодействия электронов с фононами и с примесями в металлах	1233	
17. Д. Щукин и В. И. Лихтман. О хрупком разрыве монокристаллов цинка	307	VIII. ГЕОФИЗИКА		
18. И. Амирханов, Г. Б. Багдуев и М. А. Кажлаев. Анизотропия тепло-		Б. А. Андреев. Соотношение между структурным рельефом и анома-		

лиями силы тяжести в случае не- скольких границ раздела плотно- сти	311	XI. КРИСТАЛЛОГРАФИЯ
В. И. Татарский и Л. Н. Жукова. О хроматическом мерцании звезд	567	Б. К. Вайнштейн. Новые равенства, связывающие структурные фак- торы
П. Н. Бойко, Г. Ш. Лившиц и Т. П. Торопова. Фотоэлектриче- ские измерения индикаторис рас- сения в приземном слое атмосферы	803	А. И. Андреевский, И. Д. Набитович и П. И. Криякевич. О структуре селена в тонких слоях
IX. ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА		И. М. Руманова и Т. И. Скипетрова. Кристаллическая структура лавсо- нита
В. М. Корбут. Влияние дозировки по- верхностно-активного вещества на поверхностное пластифици- рование металла при волочении	72	И. Е. Лескевич. Кристаллы кварца в углях
Г. В. Курдюмов, В. К. Крицкая, П. А. Латайко и Ю. А. Осипян. Об изменениях сил межатомной связи в однофазном твердом рас- творе никель — алюминий	76	В. И. Мокеева. Кристаллическая структуря склодовскита
Л. Д. Розенберг и В. Ф. Казанцев. О физике ультразвуковой обра- ботки твердых материалов	79	XII. ХИМИЯ
В. Н. Сахаров, В. И. Колесников-Сви- нарев, В. А. Назаренко и Е. И. За- бидаров. Распределение на мест- ности грунта, выбрасываемого при подземных взрывах	314	Р. Б. Голубцова. Исследование ус- ловий изолирования цемента из сплавов железо — углерод
В. А. Буров и В. А. Красильников. О поглощении ультразвуковых волн большой интенсивности в воде	571	Л. Д. Дудкин и А. П. Остраница. Трой- ные полупроводниковые соеди- нения $A^I B^V B_2^{VI}$
В. А. Казанцев. К-край поглощения железа в α - и σ -фазах системы сплавов Fe — Cr	806	Н. И. Латош и З. В. Пушкарева. Хи- мическое строение и некоторые свойства диацилпроизводных фе- нилгидразина
Л. С. Палатник и Ю. Ф. Комник. К во- просу о механизме конденсации металлов в вакууме	808	В. Ф. Миронов, А. Д. Петров и В. В. Писаренко. Высокотемпературная конденсация алкилдихлорсила- нов с хлоролефинами
И. Б. Боровский и С. А. Дицман. Ло- кальная рентгеновская спектро- скопия	1042	К. Т. Порошин, Ю. И. Хургин и Т. Д. Козаренко. Поликонденса- ция этилового эфира глицерина в присутствии его карбамата
Я. Е. Гегузин. О диффузионной актив- ности металла гальванического происхождения	1045	М. Ф. Шостаковский, А. В. Богданова и Г. И. Плотникова. Исследова- ние в области производных ди- ацетилена. Взаимодействие ди- ацетилена с фенолами, тиофено- лом и бензоловым спиртом
М. И. Чаевский. Влияние расплава олова на усталостную прочность образцов стали с концентрато- рами напряжения	1049	Я. Т. Эйдус и Б. К. Нефедов. О вли- янии водорода на протекание реак- ций полимеризации изобутилена над катализатором гидроконденса- ции окиси углерода с олефинами
Т. К. Зилова, Н. И. Петрухина и Я. Б. Фридман. О закономерно- стях кинетики деформации в зависимости от податливости на- гружения	1236	И. П. Алимарин, Ю. А. Золотов и Е. С. Пальшин. Экстракционное извлечение пятивалентного непту- ния
Р. С. Минц. Исследование кинетики спекания никеля, меди и молиб- дена дилатометрическим методом	1240	А. Н. Несмеянов, Э. Г. Перевалова, Л. С. Шиловцева и Ю. А. Устынюк. Синтез производных ферроцена с помощью йодметилата N,N -диме- тиламинометилферроцена
X. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА		В. М. Юрьев, А. Н. Праведников и С. С. Медведев. Влияние боковых ответвлений на скорость окисле- ния карбоцепных полимеров
П. П. Пархоменко. Принципы меха- низации анализа релейно-кон- тактных схем	83	М. А. Дмитриев, Г. А. Сокольский и И. Л. Кнуниц. Присоединение сер- ного ангидрида к фторолефинам
Ш. Ш. Хамитов. К вопросу опреде- ления оптимальных диаграмм тока двигателя постоянного тока	318	Е. Н. Карапула и Г. Д. Гальперн. Окислительный метод выделения сульфидов из средних фракций нефти
Я. З. Цыпкин. Об устранении влия- ния запаздывания на динамику нелинейных импульсных автома- тических систем	812	И. Н. Назаров, Ю. А. Титов и А. И. Кузнецова. Структурная направленность диеновых кон- денсаций 1- и 2-алкилбутадиенов с несимметричными диенофилами
А. Д. Гельман и М. П. Мефодьев. О комплексообразовании $^{4+}$ и NpO_2^{+} с трилоном B в водных растворах	815	

C. С. Новиков, А. А. Файнзильберг, С. А. Шевелев, И. С. Корсакова и К. К. Бабиевский. Об интересном случае изомеризации в ряду насыщенных алифатических нитросоединений	589	в теории таутомерного равновесия. Таинственная таутомерия тиофосфорных соединений	1061
В. Переялин и К. С. Парфенова. Синтез производных циклических β -дикетонов	592	И. Л. Кунянц, Б. Л. Дяткин и Л. С. Герман. Реакции гексаафторбутадиена-1,3 со спиртами и аминами	1065
Е. И. Тинякова, Б. А. Долгоплоск, А. И. Марей и М. З. Альтшuler. Получение кристаллических 1—4-транс-полибутадиена и -полиизопрена и изучение их свойств	595	Е. А. Максимюк и Г. С. Гинзбург. Полярография α -аланината меди	1069
Л. Х. Фрейдлин, А. А. Баландин и И. Ф. Жукова. Селективное гидрирование ацетиленовой связи бутин-2-диола-1,4 в этиленовую на никелевом катализаторе	598	П. С. Мелешко. О высшем гидрате окиси железа	1071
Н. И. Шевердина, Л. В. Абрамова и К. А. Кочешков. Кристаллические смешанные цинкорганические соединения	602	А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко и С. В. Пономарев. Получение кетонов, содержащих атом олова в α -положении к карбонильной группе	1073
В. А. Кухтин и К. М. Орехова. Присоединение полных эфиров фосфористой кислоты к <i>n</i> -бензокинону	602	А. М. Рубинштейн, В. А. Афанасьев, В. М. Акимов, Н. А. Прибыткова и К. И. Словецкая. Влияние состава и условий термической обработки на структуру и каталитическую активность $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{ZrO}_2$ -катализаторов	1076
В. А. Масленникова, Ф. С. Христулас и Н. К. Абубакиров. Строение эризимозида — стероидного диглюкозида из растений рода <i>Erysimum</i>	602	В. А. Смит, А. В. Семеновский, В. М. Медведева и В. Ф. Кучеров. О характере циклизации псевдо-ионона. Новый метод получения α -ионона	1080
А. П. Мещеряков и Е. И. Эрзютова. Синтез 2,4,4-триметил-3-третичнобутилпентена-2 (β -формы триизобутилена Бутлерова)	819	М. С. Фурман, А. Д. Шестакова, И. Л. Арест-Якубович и Н. А. Любцина. Окисление <i>n</i> -бутана в растворе уксусной кислоты воздухом под давлением	1083
Н. С. Николаев и А. А. Опаловский. Дигооксимолибденовая кислота (синтез и свойства)	822	Н. В. Елагина, Т. В. Стабникова и Б. А. Казанский. Синтез 6,9-эндометиленспиро(4,5) декана	1234
С. С. Новиков, Т. И. Годовикова и В. А. Тартаковский. Синтез ртутьорганических нитросоединений	826	П. Т. Коломыцев. О фазовом составе сплавов системы кобальт — бор	1247
А. Д. Петров, В. А. Пономаренко, Г. В. Одабашян и С. И. Крохмалев. Фторкремнийорганические соединения. Изучение реакции присоединения алкилхлоркремний гидридов к 1, 1, 2, 2-тетрафторэтилаллиловому эфиру	830	А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко, З. С. Крайци и А. П. Боковой. Виниловые эфиры фосфористой кислоты	1251
Н. И. Попова и Е. Е. Вермель. Об изменении химического состава и активности медных катализаторов в процессе окисления пропилена в акролеин	834	В. А. Топчиев, Б. В. Кренцель, Н. А. Покатило и Е. Л. Ерасова. О полимеризации α -бутиена с комплексным металлоорганическим катализатором $\text{Al}(\text{C}_2\text{H}_5)_3 + \text{TiCl}_4$	1255
Викт. И. Спицын и А. Ф. Кузина. Исследование весомых количеств технеция	838	XIII. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
Л. Х. Фрейдлин и В. З. Шарф. О связи между кислой природой трехзамещенного фосфата кальция и его катализитической активностью в реакциях гидролиза	842	И. В. Александров и Н. Д. Соколов. Водородная связь и протонный магнитный резонанс	115
Н. В. Елагина и Б. А. Казанский. Синтез спиро(5,6)додекана	846	Н. А. Клейменов и А. Б. Налбандян. О путях образования гидропрекиси метила и формальдегида в реакции низкотемпературного окисления метана	119
К. М. Ефремова, Е. А. Ипполитова, Ю. П. Симанов и Викт. И. Спицын. Исследование состава уранатов щелочных элементов, получаемых сухим путем	849	В. Г. Левич и Р. Р. Догонадзе. Теория безызлучательных электронных переходов между ионами в растворах	123
М. И. Кабачник, Т. А. Мастрюкова, А. Э. Шипов и Т. А. Мелентьева. Применение уравнения Гамметта	1053	Ю. Н. Молин, А. Т. Корицкий, Н. Я. Бубен и В. В. Воеводский. Исследование методом электронного парамагнитного резонанса свободных радикалов, образующихся при облучении щавелевой кислоты	127
	1057	Б. Ф. Ормонт. О зависимости между энергетическими, электрофизическими и механическими свойствами полупроводников	129

А. А. Тагер, М. В. Цилипоткина и А. И. Суворова. Влияние отжига на плотность упаковки полистирола	133	Исследование электродных реакций на кремниевом катоде	609
К. В. Топчиева и Б. В. Романовский. Определение адсорбционных коэффициентов эфира, воды и этилена кинетическим методом	135	Ю. С. Зуев и А. З. Борщевская. О длительной прочности некоторых деформированных материалов при их коррозионном растрескивании	613
В. И. Цветкова, А. П. Фирсов и Н. М. Чирков. Определение истинных констант скоростей при распаде алифатических спиртов	139	А. В. Киселев, Н. В. Ковалева, А. Я. Королев и К. Д. Щербакова. Химическое модифицирование поверхности адсорбентов и его влияние на адсорбционные свойства	617
Ю. А. Чизмаджев. О возникновении колебаний при прохождении тока в электролитических системах с падающей поляризационной характеристики	142	С. И. Кричмар. О поляризационном механизме подавления структурного травления при электрохимической полировке	621
А. И. Шатенштейн, Ю. П. Вырский и Е. А. Рабинович. О солевом эффекте при дейтерообмене в жидким аммиаке	146	Т. В. Роде и А. Е. Агрономов. Влияние различных факторов на величину удельной поверхности и на пористость хромовых катализаторов	625
А. Я. Апин и Л. Г. Болховитинов. Измерение скорости горения пороха в условиях детонационной волны	338	С. Строева, Н. В. Кулькова и М. И. Темкин. Изотопный обмен между CO и CO_2 на различных поверхностях	628
А. М. Бродский, Р. А. Калиненко и К. П. Лавровский. Об изотопном эффекте при крекинге этана	340	А. П. Шейнкер, М. К. Яковleva, Э. В. Кристальный и А. Д. Абкин. О механизме низкотемпературной полимеризации мономеров под действием гамма-излучения	632
Евгений Будевский. Использование капельного ртутного электрода для определения коэффициентов диффузии	342	Н. А. Алейников и А. М. Макарова. Образование и свойства металлических мыл в разбавленных водных растворах	852
Б. Н. Бушманов и Г. С. Воздвиженский. К вопросу о влиянии кристаллографического направления на реакции изотопного обмена на металлической поверхности	346	Г. Л. Видович, Д. И. Лейкис и Б. Н. Кабанов. Анодная пассивация серебра в растворах щелочи	855
Ю. А. Вдовин, В. Г. Левич и В. А. Мяmlin. Вольт-амперная характеристика контакта электролит — электронный полупроводник	350	О. В. Исаев и М. Я. Кушнерев. Изучение фазового состава медного катализатора окисления пропилена в акролеине	858
Г. М. Жаброва, М. Д. Синицына и С. З. Рогинский. Применение эмиссионного метода к исследованию катализаторов. Изучение эманирующей способности во время приготовления окисных катализаторов	354	А. И. Китайгородский. Газокристаллическое состояние вещества в полимерах	861
А. Ф. Корецкий и А. Б. Таубман. Об эмульгирующем действии высокодисперсных твердых тел	358	Е. И. Котов и А. Н. Теренин. Исследование ультрафиолетовых и видимых спектров поглощения ароматических аминов, адсорбированных на специфических центрах алюмосиликатных катализаторов	865
А. Г. Мержанов и Ф. И. Дубовицкий. О теории теплового взрыва конденсированных в-в	362	В. Г. Левич. К теории неравновесного двойного слоя	869
Е. Е. Никитин и Н. Д. Соколов. О соотношении между константами скорости термического распада двухатомных молекул при наличии и при отсутствии равновесия	366	В. Н. Никитин, Г. В. Ракова и Н. В. Михайлова. Об инфракрасных спектрах поглощения этиллития, растворенного в бензоле, гексане и диэтиловом эфире	873
С. А. Пушкарева и Е. А. Укше. Поведение сульфат-иона при электролитическом получении магния	370	Е. Е. Сегалова, З. Д. Туловская, Е. А. Амелина и П. А. Ребиндер. О причинах снижения прочности кристаллизационной структуры монокальциевого алюмината, образующейся при повышенной температуре	876
Л. М. Роеv и А. Н. Теренин. Инфракрасные спектры воды, этанола и метанола, адсорбированных на окиси хрома	373	Д. В. Сокольский и Г. Д. Закумбаева. Влияние галоидов щелочных металлов на механизм катализического гидрирования циклогексена	878
В. Д. Юхтанова. Миграционный ток на вращающемся дисковом электроде	377	В. Ф. Цепалов и В. Я. Шляпинтох. Определение элементарных констант реакции окисления этилбензола методом прерывистого освещения	880
Э. Х. Еникеев, Л. Я. Марголис и С. З. Рогинский. Заряжение поверхности окисных полупроводников при адсорбции газов и паров	606		883

• Е. Никитин. Колебательная релаксация двухатомных молекул	1085	М. С. Модель. Рентгенографическое исследование окислов титана в титановых шлаках	887	
Л. Стрижак, С. Г. Демиденко, и А. И. Бродский. Изотопный обмен азота между аминосоединениями и жидким аммиаком	1089	А. И. Виткин. Совмещение процессов отжига и горячего покрытия с помощью солевых расплавов	1105	
• А. Тимофеевичева и П. П. Пугачевич. Поверхностное натяжение металлического индия	1093	А. И. Окунев, А. К. Кирьянов и Б. И. Сергин. Равновесные условия восстановления окиси цинка металлическим железом	1282	
• З. Утянская, А. У. Степанянц, М. И. Винник и Н. М. Чирков. Расчет функции кислотности и молекулярного состава плавиковой кислоты по данным ядерного магнитного резонанса	1095	Н. Д. Томашов и Ю. Н. Михайловский. Механизм анодного растворения металлов в почвах	1285	
• М. Чижиков и Л. Г. Березкина. Влияние добавок соединений щелочных металлов на кинетику восстановления силиката цинка окисью углерода	1099	<i>XV. ГЕОЛОГИЯ</i>		
• А. Шрейнер и П. И. Зубов. Определение внутренних напряжений при склеивании твердых поверхностей	1102	В. А. Амантов и Г. П. Радченко. О континентальных пермо-триасовых отложениях Центральной Монголии (Хангайское нагорье)	159	
• Ф. Васильев, О. Н. Карпухин, В. Я. Шляпинтох и Н. М. Эмануэль. Газовое инициирование озоном в реакции окисления изодекана и связанная с ним хемилюминесценция	1258	А. К. Крылова. О верхнем девоне острова Столб в устье Лены	162	
• И. Гольданский. Роль туннельного эффекта в кинетике химических реакций при низких температурах	1261	Ц. Е. Мирцхулава. О зависимости со- противления размыву связных грунтов от сцепления	165	
• Ф. Капустинский. Эффективный радиус электрона в кристаллических решетках	1265	Г. Г. Моор и С. И. Зыков. Щелочные породы северной окраины Сибирской платформы и изотопный со-став свинца в них	168	
• И. Китайгородский. К теории напряжения органических молекул .	1267	Е. Я. Ранцман. Геоморфология и сей-смичность долины р. Сурхоб	171	
• И. А. Ловачев. Теория цепочечно-теплового распространения пламени с двумя активными центрами	1271	А. А. Алексин и Р. Л. Мерклин. О при- сутствии среднемиоценовых устрич-ников в останцах юго-восточного Устютора	380	
• И. Попов и С. З. Рогинский. Кинети-ческий изотопный эффект окис-ления водорода на платине	1275	В. П. Горский. К вопросу о страти-графии и тектонике Челябин- ского буроугольного бассейна	383	
• А. Шарптий, В. Д. Орехов и М. А. Проксуркин. О характере и роли промежуточных продуктов при радиолитическом восстанов-лении нитрата	1279	Г. Г. Моор. О возрастных взаимоот-ношениях траппов и пород щелочно-ультраосновного комплекса севера Сибирской платформы	387	
<i>XIV. ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ</i>				
• И. Н. Перевалов, Б. М. Могутнов и Л. А. Шварцман. Влияние ос-новности шлака на окисление элементов подгруппы хрома, рас-творенных в жидким железе	150	П. А. Мchedлишвили. О возрасте угле-носных отложений Дилижанского района Армении	390	
• И. Н. Плакин и В. И. Солнышкин. Ин-фракрасные спектры некоторых фотореагентов	153	В. Ф. Никонов. Аутигенное железо, сера, органический углерод и битумы в осадках мезозоя Восточ-ного Приуралья	392	
• И. Е. Филоненко, И. В. Лавров и С. В. Андреева. Об оксикарбидах алюминия	155	И. М. Сухов. О возрасте немых толщ нижнего палеозоя в Приднестровье	395	
• А. Гольдберг и В. И. Загорянский. Получение меламина из дициан-диамида	635	С. Г. Букия. Новые данные о возрасте десской свиты	646	
• В. Гончаров и Е. А. Прокофьева. О фазовых изменениях хромошине-лидов при нагревании	638	И. П. Варламов. Кинельские отло-жения в долине р. Нукуша (правый приток р. Белой)	649	
• Е. Плющев. О взаимодействии сподумена с сульфатами щелоч-ных металлов	642	В. И. Конивец. О фациальном составе угленосных отложений Алдано-Олекминского водораздела	652	
		И. А. Коробков. Новые данные о фаунистической характеристике бучакской и киевской свит Юж-ной Украины	656	
		А. Я. Крылов, Ю. И. Силин и А. В. Ловчюс. Возраст гранито-идов северной зоны Тянь-Шаня	658	
		К. Г. Войновский-Кригер. К вопросу о тектоническом сближении фаций	890	
		К. А. Кабанов. Признаки опреснения гортеривского моря в Ульянов-ском Поволжье	893	

Г. А. Казенкина. Ломонит в конгломератах березовской свиты Тугнуйской впадины (Западное Забайкалье)	896	путей метаморфизма разных типов гумусовых углей	66
Д. В. Наливкин. Возраст соленосных толщ Русской платформы	898	Л. С. Алексеев. О минеральных примесях в ископаемых углях	902
Р. Г. Гарецкий, В. И. Самодуров и А. Л. Яншин. К стратиграфии верхненемеловых отложений Кассарминской антиклинали на западном берегу Аральского моря	1109	А. И. Гинзбург. Сульфидные конкреционные образования в угольных пластах Ангренского месторождения	907
В. Г. Морозова. Стратиграфия датско-монтских отложений Крыма по фораминиферам	1113	Н. В. Логвиненко, Г. В. Карпова, К. Г. Шандыба и Д. П. Шапошников. К минерало-петрографической характеристике таврической формации Крыма	911
С. В. Нечаев. К вопросу о генезисе доломитов и доломитизированных известняков юго-западной окраины Донбасса	1117	А. А. Маракушев. Гипогенные бораты в кембрийских доломитах Алданского щита	915
Г. И. Теодорович, Л. П. Гроздилова, Н. С. Лебедева и Р. О. Хачатрян. К подразделению нижнего визе и пограничных слоев визе—турне горной Башкирии по фауне фораминифер	1120	XIX. ГЕОХИМИЯ	
И. Н. Тихвинский. К вопросу о возрасте соликамской свиты	1124	Л. П. Листова. Осаждение родохрозита из хлоридных, сульфатных и бикарбонатных растворов марганца	183
П. В. Федоров. О колебаниях уровня Черного моря в послеледниковое время	1127	Я. И. Ольшанский, В. В. Иваненко и А. В. Хромов. О растворимости сернистого серебра в водных растворах, насыщенных сероводородом	410
Л. А. Русинов. Структурно-тектоническая классификация фосфоритовых месторождений	1289	Е. Ф. Станкевич. О подземных водах хлор-кальциевого типа с повышенным содержанием CaSO_4 в Урало-Волжской области	915
Г. П. Тамразян. Об одной особенности распределения нефтегазовых месторождений АзербССР и газовых месторождений РСФСР	1292	А. М. Лурье. К вопросу о генезисе баритов Сумсарского цинково-свинцового месторождения	129
XVI. ГИДРОГЕОЛОГИЯ			
Н. В. Рябков. Древняя речная сеть бассейна Камы и миграция русел ее основных артерий	175	XX. ПОЧВОВЕДЕНИЕ	
XVII. МИНЕРАЛОГИЯ			
В. Б. Александров и Ю. А. Пятенко. Рентгенометрическое исследование некоторых метамиктных титано-ниобатов	179	Н. И. Пьявченко и З. А. Сибирева. О роли атмосферной пыли в питании болот	41
И. М. Голованов. О находке хантита в месторождении Кургашинкан (УзССР)	398	В. А. Чернов и В. С. Максимова. О реакции замещения в глине поглощенных ионов водорода ионами алюминия и магния	415
Д. Г. Сапожников и А. И. Цветков. Выделения водного карбоната кальция на дне оз. Иссык-Куль	402	XXI. ОКЕАНОЛОГИЯ	
И. А. Шамрай и В. И. Радушев. Глауконит из меловых отложений р. Белой на Северном Кавказе	900	Ю. И. Сорокин, В. Г. Снопков и В. М. Гринберг. Определение зависимости фотосинтеза фитопланктона от подводной освещенности в водах центральной части Атлантического океана	43
XVIII. ПЕТРОГРАФИЯ			
Л. С. Кулакова. О минеральном составе современных осадков восточного побережья Южного Каспия	406	Н. В. Парин. О сходстве в географическом распространении сардин и субтропических летучих рыб	113
М. П. Баскаков. Фосфоритоносные фации в палеозое Кызылкумов	661	А. П. Жузе, В. П. Петелин и Г. Б. Удинцев. К вопросу о происхождении диатомовых илов с <i>Ethmodiscus</i> rex (Wallich) Hendey	130
С. Е. Верболоз. Новые данные об изверженных породах восточной части Донбасса	663	Е. А. Романкевич. О составе и распределении растительных пигментов в отложениях северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки	130
Л. Е. Штеренберг, К. Т. Мазанкина и В. И. Касаточкин. Особенности		Г. И. Семина. Распределение диатомовой водоросли <i>Ethmodiscus</i> rex (Wall.) Hendey в планктоне	130

XXII. ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

Г. А. Кузнецова. Спорово-пыльцевые комплексы плиоценовых отложений Нижней Камы	187	3. М. Зайцева и Н. В. Орлова. К вопросу о значении фосфора для образования окситетрациклина	436
Д. Е. Макаренко. Первая находка <i>Nerinea inkermannica</i> sp. n. из монского яруса Крыма	191	Г. Ф. Гаузе, Г. В. Кочеткова и Г. Б. Владимира. О действии противораковых веществ на биохимических мутантов микроорганизмов с поврежденным окислением	674
П. И. Дорофеев. О раннечетвертичной флоре д. Жидовщины на Немане .	421	А. А. Имшенецкий, Л. И. Солицева и Н. Ф. Куранова. Экспериментальное получение активных вариантов <i>Aspergillus niger</i> , образующих лимонную кислоту	925
И. Т. Журавлев. Археоциаты базаихского горизонта р. Кии	424	Б. А. Фихман. Принцип иммерсионной микрорефрактометрии для прямого определения живых и мертвых клеток бактерий	1141
Н. П. Сидорова. О филогенетических взаимоотношениях сарматских мактрид Мангышлака и Устюрта	671		
А. Г. Вологдин. Терсииды кембрийских отложений Читинской области	1133		
В. Х. Рошка. Изменчивость и систематическое положение <i>Nassidae</i> из нижнего сармата Молдавской ССР	1137		
М. Н. Королева. Новые роды трилобитов из среднего и верхнего ордовика Северного Казахстана	1313		

XXIII. ЦИТОЛОГИЯ

Л. Б. Левинсон, Л. Д. Попова и Д. А. Сахаров. Гистохимия нервных клеток слухового ганглия в связи с формированием их функций в онтогенезе зародышей аксолотля	1317	Б. М. Граевская. О механизме влияния ионизирующей радиации на содержание гликогена в печени	202
В. Н. Майоров. Прижизненные наблюдения над перицеллюлярными аппаратами	1321	М. М. Громаковская. Действие рентгеновских лучей на рефлекторную возбудимость центра блуждающего нерва	205

XXIV. ГИСТОЛОГИЯ

Г. М. Цехмистренко. О нервных клетках в мозжечковом намете овец	193	А. Ф. Иваницкая. Изучение действия γ -лучей Co^{60} на кровяные и соединительнотканые клетки селезенки мыши при эксплантации	209
И. И. Гутнер, С. В. Зубряков и Е. Н. Соловьева. К иннервации желудка и кишечника у человека в эмбриональном периоде	428	Н. В. Лучник и Л. С. Царапкин. Об обратимости цитогенетических лучевых повреждений	213
П. А. Мотовкин и С. Н. Смирнова. О некоторых гистофизиологических особенностях вегетативных нейронов мозгового ствола	1324	Б. Я. Бродский, Э. Я. Граевский и И. А. Суетина. О путях влияния ионизирующей радиации на содержание свободных нуклеотидов и нуклеозидов в клетках костного мозга	440

XXV. ГЕНЕТИКА

Г. С. Воскресенская и В. И. Шпата. Генетические опухоли у отдаленных растительных гибридов и их использование в селекции	195	А. Ф. Иваницкая. Изучение действия облученной среды γ -лучами Co^{60} при эксплантации в ней селезенки мыши	444
М. Л. Бельговский, Э. А. Абелева и Н. А. Потехина. Характер зависимости частоты леталей, возникающих на разных стадиях сперматогенеза, от дозы рентгеновских лучей		И. Б. Литвинова. Влияние температуры культивирования после воздействия ионизирующей радиации на лучевую реакцию у парамеций	448

XXVI. МИКРОБИОЛОГИЯ

В. Н. Шапошников, М. Н. Бехтерева, Н. А. Кошелева и В. Э. Хржановская. Возможность регулирования процесса образования антибиотика у <i>Actinomyces violaceus</i>	922	— Влияние температуры после облучения на реакцию парамеций, вызванную разными дозами ионизирующей радиации	678
--	-----	--	-----

3. М. Зайцева и Н. В. Орлова. К вопросу о значении фосфора для образования окситетрациклина	
---	--

Г. Ф. Гаузе, Г. В. Кочеткова и Г. Б. Владимира. О действии противораковых веществ на биохимических мутантов микроорганизмов с поврежденным окислением	
А. А. Имшенецкий, Л. И. Солицева и Н. Ф. Куранова. Экспериментальное получение активных вариантов <i>Aspergillus niger</i> , образующих лимонную кислоту	
Б. А. Фихман. Принцип иммерсионной микрорефрактометрии для прямого определения живых и мертвых клеток бактерий	

XXVII. БИОФИЗИКА

Б. М. Граевская. О механизме влияния ионизирующей радиации на содержание гликогена в печени	202
М. М. Громаковская. Действие рентгеновских лучей на рефлекторную возбудимость центра блуждающего нерва	205
А. Ф. Иваницкая. Изучение действия γ -лучей Co^{60} на кровяные и соединительнотканые клетки селезенки мыши при эксплантации	209
Н. В. Лучник и Л. С. Царапкин. Об обратимости цитогенетических лучевых повреждений	213
Б. Я. Бродский, Э. Я. Граевский и И. А. Суетина. О путях влияния ионизирующей радиации на содержание свободных нуклеотидов и нуклеозидов в клетках костного мозга	440
А. Ф. Иваницкая. Изучение действия облученной среды γ -лучами Co^{60} при эксплантации в ней селезенки мыши	444
И. Б. Литвинова. Влияние температуры культивирования после воздействия ионизирующей радиации на лучевую реакцию у парамеций	448
— Влияние температуры после облучения на реакцию парамеций, вызванную разными дозами ионизирующей радиации	678
И. М. Шапиро. О ядерных повреждениях покоящихся клеток животного организма, вызванных ионизирующей радиацией	681
И. М. Васильев, О. И. Парфенова и Н. Д. Рыбалка. Влияние рентгеновского облучения на содержание азотистых веществ в растениях пшеницы	928
Е. Н. Копылова. Влияние хронического гамма-облучения на кровь мышей	930
Л. А. Блюменфельд, А. Э. Калмансон и Шэн Пэй-гэн. Об особенностях электронной структуры нуклеиновых кислот и их комплексов с белками	1144

XXVIII. БИОХИМИЯ

В. Л. Кретович и Э. Галас. Синтез аминокислот из щавелевоуксусной

кислоты в экстрактах из проростков	217	Н. П. Максютина и Д. Г. Колесников.
Б. А. Кудряшов, Г. В. Андреенко и Г. В. Кукушкина. Электрофоретические свойства некоторых белковых компонентов свертывания крови	452	Фурокумарины плодов пастернака посевного <i>Pastinaca sativa</i> L.
С. Р. Мардашев и Л. А. Семина. Влияние пеницилламина на декарбоксилирование аминокислот микробными препаратами	456	М. С. Резниченко, В. П. Моисеева, Л. И. Полотнова и С. Е. Тукачинский. Некоторые данные об N-концевых группах гамма-глобулина кролика в норме и патологии
Е. А. Шилов и А. А. Ясников. Об участии аланина в биосинтетических процессах в растениях	459	Н. М. Сисакян и Е. А. Пинус. О митохондриальных факторах, влияющих на гликозил
Г. А. Деборин, М. И. Быстрова и В. П. Иванова. Изменение хода протеолиза сывороточного альбумина трипсином при образовании комплексов фермента или субстрата с эстрадиолом	685	С. М. Стрепков. Исследование ангидридов фруктозы вегетативных органов <i>Helianthus tuberosus</i>
Т. Н. Евреинова и А. Ф. Кузнецова. Определение веса отдельных коацерватных капель с помощью интерференционной микроскопии	688	А. И. Шульмина и П. В. Афанасьев. О катализном процессе
В. Б. Евстигнеев, В. А. Гаврилова и И. Г. Савкина. О фотовосстановлении билирубина и протопорфирина в связи с изучением фотовосстановления хлорофилла	691	XXIX. БОТАНИКА
В. Б. Полевой. Динамика β-индолилуксусной кислоты в созревающих и прорастающих семенах кукурузы	695	Е. С. Татаренко. Паразитизм плесневых грибов
Л. П. Гаврилова, А. С. Спирин и А. Н. Белозерский. Спектрофотометрическое изучение влияния pH и ионной силы на стабильность высокополимерной рибонуклеиновой кислоты в растворе	933	XXX. МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ
Л. А. Зильбер, Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт и З. Л. Байдакова. О различиях антигенической структуры цитоплазматических гранул печени и гепатомы мышей	937	Т. М. Покровская. Этапы формирования куста лугового клевера в условиях Московской области
Е. Бухович и А. Н. Белозерский. Некоторые данные о механизме синтеза и использования полифосфатов в дрожжах	1147	XXXI. АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ
Г. И. Семененко. О предшественниках пуринов нуклеиновых кислот у высших растений	1150	А. Я. Штромберг. Деятельность камбия в листьях некоторых древесных двудольных растений
Н. М. Сисакян и Н. А. Гумилевская. О нуклеотидном составе нуклеиновых кислот тутового шелкопряда (Вотуха ноги <i>L.</i>)	1154	И. А. Борзова. К вопросу о структуре эзинны у сем. губоцветных
Н. М. Эманэль, Л. П. Липчина, И. И. Пелевина и Г. Э. Липатова. Избирательное подавление активности окислительно-восстановительных ферментов в опухолевых клетках при воздействии ингибиторов цепных реакций	1157	XXXII. ЭМБРИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ
Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт, З. Л. Байдакова и Г. И. Степанченок-Рудник. Органоспецифический антиген печени, отсутствующий в гепатоме	1328	Е. Н. Герасимова-Навашина и Т. Б. Батыгина. О ходе слияния половых ядер при оплодотворении у злаков
3. Г. Броновицкая. Окислительное фосфорилирование в печени при действии высокого давления кислорода и введении J^{131}	1331	XXXIII. ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ
		С. С. Баславская и Г. Вебер. Действие света на превращение фосфатов в растениях
		С. М. Маштаков, С. М. Гольдина и Б. Ф. Матросов. Влияние молибдена на поступление в растения элементов минерального питания и развития микрофлоры в условиях торфяно-болотных почв
		М. С. Бардинская, А. М. Смирнов и В. И. Сафонов. Некоторые данные об активности инвертазы в изолированных корнях люцерны
		В. Ф. Верзилов и Л. В. Рункова. Влияние условий среды на интенсивность дыхания черенков, обработанных гетероауксином
		Н. П. Воскресенская и Г. С. Гришина. О действии интенсивности и спектрального состава радиации на обмен веществ и урожай
		Г. В. Поруцкий и С. В. Чередниченко. Летучие выделения цветов и изменение признаков пола у кукурузы

Л Калинин. Некоторые морфо-физиологические особенности эмбриогенеза растений	703	аральского шипа <i>Acipenser nuditensis</i> Lov.	489
А. Качан и М. А. Шерстобоева. Действие света на электропроводность листьев картофеля	707	Н. В. Кокшайский. О некоторых связанных с полетом различиях между колпацией (<i>Platalea leucorodia</i> L.) и каравайкой (<i>Plegadis falcinellus</i> L.)	949
А. Одуманова. О связи между фотосинтезом и фотопериодизмом растений	711		
И. Пашкарь. Динамика полифенолов в процессе заживления поранений у картофеля	715	XXXVIII. ФИЗИОЛОГИЯ	
А. Рубин и В. Ф. Германова. О синтезе пигментов в корнях	940	В. К. Городецкий. Возрастные особенности крови северного оленя	234
Е. Шпилена. Влияние внекорневого питания на содержание алкалоидов и хлорофилла в листьях дурмана	944	Р. П. Ольянская и Викт. К. Федоров. Основной обмен и типологические особенности нервной системы у мышей	237
А. Рубин и М. Е. Ладыгина. Влияние стрептомицина на зеленение проростков	1163	А. М. Александри и Г. А. Наследов. О переходе возбуждения с нерва на мышцу	719
С. Кружилин и З. М. Шведская. Влияние листьев и корневой системы на дифференциацию почек и рост семенников двухлетних растений	1353	Н. П. Веселкин. Влияние одностороннего удаления верхнего шейного симпатического узла на электрическую активность мозжечка у голубей	723
		А. Н. Циммерман. Некоторые данные по изучению спонтанных речевых реакций у детей дошкольного возраста	726
		И. С. Никольская. Объем крови и общее количество гемоглобина у каркаульских ягнят	953
Ф. Поликарпова. Овариогенез ягнят породы советский меринос	947	А. И. Ройтбак и Ц. М. Дедабришвили. О механизме «активного отдыха» (феномена Сеченова)	957
П. Лукашевич. Развитие морфологического субстрата периферического отдела тактильно-кинетического анализатора человека	1167	М. И. Ефимов. Метод получения толерантности к гомотрансплантату у реципиента в постэмбриональном периоде	1171
		Т. А. Шляхтер. Изменение возбудимости седалищного нерва крысы после его перерезки	1174
		Р. А. Дуринян. О представительстве тазового нерва в <i>Thalamus opticus</i> кошки	1363
		К. М. Кулланда. Представительство <i>pp. pelyvici et rufendi</i> в коре мозжечка кошек	1367
И. Бухонова. Репаративные процессы в коже молодых собак при введении кортизона и гормонального начала коры надпочечника	477	Г. И. Мчедлишвили. Исследования локализации «замыкателей механизмов» на регионарных артериях мозга (внутренних сонных и позвоночных артериях)	1371
А. Войткевич. Реакция загрудинного узла на гормональное начало коры надпочечника	481		
П. Гиёв. Изучение регенерации поперечнополосатой мышечной ткани в электронном микроскопе	485	XXXIX. ЭМБРИОЛОГИЯ	
К. Богоявленский. Влияние степени разрушения лимфатических узлов белых крыс и кроликов на последующую регенерацию при их трансплантации	1361	Н. В. Попова-Латкина. К вопросу о развитии щитовидной железы в эмбриональном периоде у человека	493
		ПАРАЗИТОЛОГИЯ	
И. Драгомиров. Возрастные соотношения в развитии органов латеральной системы у личинок		Л. Г. Волгарь. О приспособляемости нематоды <i>Thelanderov tba</i> Dinnik, 1930 к особенностям жизненного цикла хозяев	1375

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ*

Абелева Э. А. XXV, 922
 Абелев Г. И. XXVIII, 937
 Абкин А. Д. XIII, 632
 Абрамова Л. В. XII, 602
 Абубакиров Н. К. XII, 822
 Авенирова З. А. XXVIII, 937, 1328
 Агранович М. С. I, 1183
 Агрономов А. Е. XIII, 625
 Агадуров Р. А. IV, 1005
 Айзенберг Л. А. I, 967
 Акимов В. М. XII, 1076
 Алейников Н. А. XIII, 852
 Александров В. Б. XVII, 179
 Александров И. В. XIII, 115
 Александян А. М. XXXVIII, 719
 Алексеев Л. С. XVIII, 903
 Алексин А. А. XV, 380
 Алимарин И. П. XII, 328
 Амантов В. А. XV, 159
 Альтшулер М. З. XII, 595
 Амелина Е. А. XIII, 876
 Амирханов Х. И. VII, 554
 Андреева С. В. XIV, 155
 Андреев Б. А. VIII, 311
 Андреенко Г. В. XXVIII, 452
 Андрианкин Э. И. VI, 57
 Андриевский А. И. XI, 321
 Апин А. Я. XIII, 338
 Арест-Якубович И. Л. XII, 1083
 Арифов У. А. VII, 60
 Афанасьев П. В. XXVIII, 1347
 Афанасьев В. А. XII, 1076
 Аюханов А. Х. VII, 60

Бабарэко А. А. VII, 789
 Бабиевский К. К. XII, 589
 Багдуев Г. Б. VII, 554
 Байдакова З. Л. XXVIII, 937
 Бакельман И. Я. I, 249
 Баландин А. А. XII, 598
 Бардинская М. С. XXXIII, 462
 Барон С. I, 751
 Бартошевич М. А. I, 970
 Баскаров М. П. XVIII, 661
 Баславская С. С. XXXIII, 227
 Батыгина Т. Б. XXXII, 223
 Белозерский А. Н. XXVIII, 933, 1147
 Бельговский М. Л. XXV, 922
 Березкина Л. Г. XIII, 1099
 Берлянд О. С. I, 507
 Берман Д. Л. I, 11
 Бернштейн С. Н. I, 735
 Бехтерева М. Н. XXVI, 198
 Биленский С. М. VII, 63

Блюменфельд Л. А. XXVII, 1144
 Богданова А. В. XII, 107
 Боголюбов Н. Н. VII, 1011
 Бойко П. Н. VIII, 803
 Боковой А. П. XII, 1251
 Бокштейн М. I, 1187
 Болховитинов Л. Г. XIII, 338
 Бонч-Бруевич В. Л. VII, 1015
 Борзова И. А. XXXI, 1350
 Боровский И. Б. IX, 1042
 Борщевская А. З. XIII, 613
 Борский Б. В. I, 15
 Бреховских Л. М. VII, 1018
 Бродский А. М. XIII, 340
 1089
 Бродский В. Я. XXVII, 440
 Броновицкая З. Г. XXVIII, 1331
 Брудный Ю. А. I, 739
 Бубен Н. Я. XIII, 127
 Будак Б. М. I, 1191
 Будевский Е. XIII, 342
 Букия С. Г. XV, 646
 Буров В. А. IX, 571
 Бухович Е. XXVIII, 1147
 Бухонова А. И. XXXVI, 477
 Бушманов Б. Н. XIII, 346
 Быстрова М. И. XXVIII, 685
 Бютнер Э. К. V, 53
 Вайнштейн Б. К. XI, 87
 Варламов И. П. XV, 649
 Вартанян А. Т. VII, 295
 Васильев И. М. XXVII, 928
 Васильев Р. Ф. XIII, 1258
 Васильева А. Б. I, 509
 Вдовин Ю. А. XIII, 350
 Вебер Г. XXXIII, 227
 Верболоз С. Е. XVIII, 663
 Верзилов В. Ф. XXXIII, 466
 Веркин Б. И. VII, 557
 Вермель Е. Е. XII, 842
 Вернов С. Н. VII, 1022
 Веселкин Н. П. XXXVIII, 723
 Виденский В. С. I, 973
 Видович Г. Л. XIII, 855
 Винник М. И. XIII, 1095
 Виткин А. И. XIV, 1105
 Владимирова Г. Б. XVI, 674
 Воеводский В. В. XIII, 127
 Воздвиженский Г. С. XIII, 346
 Войновский-Кригер К. Г. XV, 890
 Войткевич А. А. XXXVI, 481
 Волгарь Л. Г. XXXX, 1375
 Вологдин А. Г. XXII, 1133
 Воробьев Н. Н. I, 253
 Ворович И. И. III, 542
 Воскресенская Г. С. XXV, 195

Воскресенская Н. П. XXIII, 469
 Вырский Ю. П. XIII, 14
 Гаврилова В. А. XXVII, 691
 Гаврилова Л. П. XXVIII, 933
 Гальперн Г. Д. XII, 583
 Галляс Э. XXVIII, 217
 Гарецкий Р. Г. XV, 1109
 Гаузе Г. Ф. XXVI, 674
 Гегузин Я. Е. IX, 1045
 Гельман А. Д. X, 815
 Гельфанд И. М. I, 19
 Герасимова-Навашина Е. Н. XXXII, 223
 Герман Л. С. XII, 1065
 Германова В. Ф. XXXII, 940
 Гершуни Г. З. VII, 298
 Гильёв В. П. XXXVI, 48
 Гинзбург А. И. XVIII, 901
 Гинзбург Г. С. XII, 1069
 Гласко В. Б. VII, 1015
 Годовикова Т. И. XII, 836
 Голованов И. М. XVII, 399
 Голубцова Р. Б. XII, 99
 Гольданский В. И. XIII, 1261
 Гольдберг В. Н. I, 513
 Гольдберг Н. А. XIV, 62
 Гольденгершель Э. И. 1195
 Гольдина С. М. XXXIII, 21
 Гончаров В. В. XIV, 638
 Горбунов А. Д. I, 1191
 Городецкий В. К. XXXVII, 234
 Горский В. П. XV, 383
 Граевская Б. М. XXVII, 20
 Граевский Э. Я. XXVII, 44
 Григоров Н. Л. VII, 1022
 Григорян С. С. II, 48, 28
 Гринберг В. М. XXI, 43
 Гришина Г. С. XXXIII, 466
 Гроздилова Л. П. XV, 112
 Громаковская М. М. XXVI, 205
 Гуань Дин-хуа. VII, 99
 559
 Гумилевская Н. А. XXVII, 1154
 Гуревич М. И. III, 998
 Гусева Л. Н. VII, 789
 Гуткин Т. И. VII, 301
 Гутнер И. И. XXIV, 42
 5
 Деборин Г. А. XXVIII, 68
 Дедабришвили Ц. М. XXXVIII, 957
 Демиденко С. Г. XIII, 108
 Демирханов Р. А. VII, 301
 Джрабашян М. М. I, 22
 Дицман С. А. IX, 1042
 Дмитренко И. М. VII, 55
 Дмитриев М. А. XII, 58

* Первое число после фамилии и инициалов автора обозначает номер раздела по систематическому указателю, второе — страницу.

Днестровский Ю. Н. VII, 792, 1026
 Догонадзе Р. Р. XIII, 123
 Долгоплоск Б. А. XII, 595
 Дорофеев П. И. XXII, 421
 Дорохов В. В. VII, 301
 Драгомиров Н. И. XXXVII, 489
 Дубовицкий Ф. И. XIII, 362
 Дудкин Л. Д. XII, 94
 Дуринян Р. А. XXXVIII, 1363
 Дяткин Б. Л. XII, 1065
 Евреинова Т. Н. XXVIII, 688
 Евстигнеев В. Б. XXVIII, 691
 Елагина Н. В. XII, 1053
 Еникеев Э. Х. XIII, 606
 Ерасова Е. Л. XII, 1255
 Ерусалимчик И. Г. XIII, 609
 Ефимов Е. А. XIII, 609
 Ефимов М. И. XXXVIII, 1171
 Ефремова К. М. XII, 1057
 Жаброва Г. М. XIII, 354
 Жигулов В. Н. III, 1001, 1226
 Жузе А. П. XXI, 1301
 Жукова И. Ф. XII, 598
 Жукова Л. Н. VIII, 567
 Журавлева И. Т. XXII, 424
 Жуховицкий Е. М. VII, 298
 Забидаров Е. И. IX, 314
 Заграницный В. И. XIV, 635
 Зайдель Р. М. VI, 57
 Зайцева З. М. XXVI, 436
 Закумбаева Г. Д. XIII, 880
 Зархина Р. Б. I, 743
 Захаров В. К. I, 747
 Зельманов А. Л. VII, 1030
 Зиза О. А. I, 257
 Зилова Т. К. IX, 1236
 Зильбер Л. А. XXVIII, 937
 Золотов Ю. А. XII, 328
 Зубов П. И. XIII, 1102
 Зубряков С. В. XIV, 428
 Зуев Ю. С. XIII, 613
 Зыков С. И. XV, 168
 Иваненко В. В. XIX, 410
 Иваненко И. П. VII, 1022
 Иваницкая А. Ф. XXVII, 209, 444
 Иванова В. П. XXVIII, 685
 Ивлев Д. Д. IV, 546
 Имшенецкий А. А. XVI, 925
 Ипполитова Е. А. XII, 1057
 Исаев О. В. XIII, 858
 Кабанов Б. Н. XIII, 855
 Кабанов К. А. XV, 893
 Кабачник М. И. XII, 1061
 Кажлаев М. А. VII, 554
 Казанский Б. А. XII, 1053
 Казанцев В. Ф. IX, 79
 Казанцев В. А. IX, 806
 Казенкина Г. А. XV, 896
 Калиненко Р. А. XIII, 340
 Калинин Ф. Л. XXXIII, 703
 Калмансон А. Э. XXVII, 1144
 Кандро Г. I, 751
 Капустинский А. Ф. XIII, 1265
 Карапулова Е. Н. XII, 583
 Карпелевич Ф. И. I, 1199
 Карпова Г. В. XVIII, 911
 Карпухин О. Н. XII, 1258
 Касаточкин В. И. XVIII, 666
 Качан А. А. XXXIII, 707
 Кесаев И. Г. VII, 563
 Кирьянов А. К. XIV, 1282
 Киселев А. В. XIII, 617
 Китайгородский А. И. XIII, 861
 Клейменов Н. А. XIII, 119
 Климов Д. М. II, 537
 Кнунянц И. Л. XII, 581, 1065
 Ковалева Н. В. XIII, 617
 Коваль П. И. I, 1203
 Когаловский С. Р. I, 260
 Козаренко Т. Д. XII, 105
 Кокшайский Н. В. XXXVII, 949
 Колесников Д. Г. XXVIII, 1335
 Колесников-Свинарев
 В. И. IX, 314
 Колмогоров А. Н. I, 754
 Коломыцев П. Т. XII, 1247
 Комник Ю. Ф. IX, 808
 Конивец В. И. XV, 652
 Копылова Е. Н. XXVII, 930
 Корбут В. М. IX, 72
 Корицкий А. Т. XIII, 127
 Корецкий А. Ф. XIII, 358
 Коробейников В. П. III, 51
 Коробков И. А. XV, 656
 Коробов Н. М. I, 1207
 Королев А. Я. XIII, 617
 Королева М. Н. XXI, 1313
 Корсакова И. С. XII, 589
 Костомаров Д. П. VII, 792
 1026
 Котов Е. И. XIII, 865
 Кочеткова Г. В. XXVI, 674
 Кочешков К. А. XII, 602
 Кошелева Н. А. XXVI, 198
 Крайц З. С. XII, 1251
 Красильников В. А. IX, 571
 Кренцель Б. В. XII, 1255
 Кретович В. Л. XXVIII, 217
 Крипякевич П. И. XI, 321
 Кристальный Э. В. XIII, 632
 Крицкая В. К. IX, 76
 Кричмар С. И. XIII, 621
 Крохмалев С. И. XII, 838
 Кружилин А. С. XXXIII,
 1353
 Крылов А. Л. I, 264
 Крылов А. Я. XV, 658
 Крылова А. К. XV, 162
 Курдяшов Б. А. XXVIII,
 452
 Кузина А. Ф. XII, 846
 Кузнецова А. И. XII, 586
 Кузнецова А. Ф. XXVIII, 688

Кузнецова Т. А. XXII, 187
 Кукушкина Г. В. XXVIII,
 452
 Кулакова Л. С. XVIII, 406
 Кулланда К. М. XXXVIII,
 1367
 Кулькова Н. В. XIII, 628
 Куранова Н. Ф. XXVI, 925
 Курдюмов Г. В. IX, 76
 Кухтин В. А. XII, 819
 Кучеров В. Ф. XII, 1080
 Кушнерев М. Я. XIII, 858
 Лавров И. В. XIV, 155
 Лавровский К. П. XIII, 340
 Ладыгина М. Е. XXXIII,
 1163
 Ладыженская О. А. I, 26,
 VI, 551
 Латайко П. А. IX, 76
 Латош Н. И. XII, 98
 Лебедева Н. С. XV, 1120
 Лебединский А. И. VII, 1022
 Левинсон Л. Б. XXIII, 1317
 Левич В. Г. XIII, 123, 350,
 869
 Лейкис Д. И. XIII, 855
 Лескевич И. Е. XI, 575
 Лившиц Г. Ш. VIII, 803
 Линник В. П. V, 1009
 Линник Ю. В. I, 29
 Липатова Г. Э. XXVIII,
 1157
 Липцина Л. П. XXVIII,
 1157
 Листова Л. П. XIX, 183
 Литвинова И. Б. XXVII,
 448, 678
 Лихтман В. И. VII, 307
 Ловачев Л. А. XIII, 1271
 Ловчюс А. В. XV, 658
 Логвиненко Н. В. XVIII,
 911
 Лукашевич Т. П. XXXV,
 Лурье А. М. XIX, 1296
 Луценко И. Ф. XII, 1173
 Лучник Н. В. XXVII, 213
 Любицына Н. А. XII, 1083
 Мазанкина К. Т. XVIII, 666
 Майоров В. Н. XXIII, 1321
 Макаренко Д. Е. XXII, 191
 Макарова А. М. XIII, 852
 Максимова В. С. XX, 418
 Максимюк Е. А. XII, 1069
 Максютина Н. П. XXVIII,
 1335
 Маракушев А. А. XVIII, 915
 Марголис Л. Я. XIII, 606
 Мардашев С. Р. XXVIII, 456
 Марей А. И. XII, 595
 Масленникова В. А. XII, 822
 Мастрюкова Т. А. XII, 1061
 Матросов Б. Ф. XXXIII, 231
 Маштаков С. М. XXXIII,
 231
 Медведев С. С. XII, 335
 Медведева В. М. XII, 1080
 Мейман Н. Н. I, 1211
 Мелентьева Т. А. XII, 1061
 Мелешко П. С. XII, 1071
 Мержанов А. Г. XIII, 362
 Мерклин Р. Л. XV, 380

Мефодьева М. П. X, 815
 Мешеряков А. П. XII, 826
 Минц Р. М. I, 1215
 Минц Р. С. IX, 240
 Миронов В. Ф. XII, 102
 Мирцхулава Ц. Е. XV, 165
 Михайлова Н. В. XIII, 873
 Михайловский Ю. Н. XIV, 1285
 Михул А. К. VII, 66
 Могутнов Б. М. XIV, 150
 Модель М. С. XIV, 887
 Моисеева В. П. XXVIII, 1339
 Мокеева В. И. XI, 578
 Молин Ю. Н. XIII, 127
 Моор Г. Г. XV, 168, 387
 Морозова В. Г. XV, 4113
 Мотовкин П. А. XXIV, 1324
 Мурзин В. С. VII, 1022
 Мчедлишвили Г. И. XXXVIII, 1371
 Мчедлишвили П. А. XV, 390
 Мышикис А. Д. I, 976
 Мямлин В. А. XIII, 350
 Набитович И. Д. XI, 321
 Назаренко В. А. IX, 314
 Назаров И. Н. XII, 586
 Налбандян А. Б. XIII, 119
 Наливкин Д. В. XV, 898
 Наследов Г. А. XXXVIII, 719
 Наумович А. Ф. I, 976
 Невзглядов В. Г. III, 288
 Несмеянов А. Н. XII, 331 1073
 Нефедов Б. К. XII, 111
 Нечаев С. В. XV, 1117
 Нижник Л. П. I, 517
 Никаноров Ю. И. XXXIV, 947
 Никитин В. Н. XIII, 873
 Никитин Е. Е. XIII, 366, 1085
 Николаев Н. С. XII, 830
 Никольская И. С. XXXVIII, 953
 Никонов В. Ф. XV, 392
 Новиков С. С. XII, 589, 834
 Обашев С. О. V, 786
 Одабашян Г. В. XII, 838
 Одуманова Г. А. XXXIII, 711
 Окунев А. И. XIV, 1282
 Олейник О. А. I, 1219
 Ольянская Р. П. XXXVIII, 237
 Ольшанский Я. И. XIX, 410
 Онищик А. Л. I, 520
 Опаловский А. А. XII, 830
 Орехов В. Д. XIII, 1279
 Орехова К. М. XII, 819
 Орлова Н. В. XXVI, 436
 Ормонт Б. Ф. XIII, 129
 Осипьян Ю. А. IX, 76
 Остраница А. П. XII, 94
 Павликовский А. VII, 69
 Палатник Л. С. IX, 808
 Пальшин Е. С. XII, 328
 Парин Н. В. XXI, 1130
 Парфенова К. С. XII, 592
 Парфенова О. И. XXVII, 928
 Пархоменко П. П. X, 83
 Пашкарь С. И. XXXIII, 715
 Пелевина И. И. XXVIII, 1157
 Первина Ю. А. I, 31
 Перевалов Н. Н. XIV, 150
 Перевалова Э. Г. XII, 331
 Перекалин В. В. XII, 592
 Перов А. И. I, 756
 Петелин В. П. XXI, 1301
 Петрашку М. Г. VII, 66
 Петров А. Д. XII, 102, 838
 Петрухина Н. И. IX, 1236
 Пинус Е. А. XXVIII, 1342
 Писаренко В. В. XII, 102
 Плаксин И. Н. XIV, 153
 Плотникова Г. И. XII, 107
 Плющев В. Е. XIV, 742
 Поволоцкий А. И. I, 524
 Покатило Н. А. XII, 1255
 Покровская Т. М. XXX, 1160
 Покровский В. VII, 304
 Полевой В. В. XXVIII, 695
 Поликарпова Е. Ф. XXV, 1167
 Полотнова Л. И. XXVIII, 1339
 Пономарева В. I, 268
 Пономарев С. В. XII, 1073
 Пономаренко В. А. XII, 838
 Попов В. И. XIII, 1275
 Попова Л. Д. XXIII, 1370
 Попова Н. И. XII, 842
 Попова-Латкина Н. В. XXXIX, 493
 Порошин К. Т. XII, 105
 Поруцкий Г. В. XXXIII, 473
 Потехина Н. А. XXV, 922
 Праведников А. Н. XII, 335
 Прибыткова Н. А. XII, 1076
 Прокофьева Е. А. XIV, 638
 Проскурин М. А. XIII, 1279
 Пугачевич П. П. XIII, 1093
 Пуцейко Е. VII, 796
 Пушкирева З. В. XII, 98
 Пушкирева С. А. XIII, 370
 Пьячченко Н. И. XX, 414
 Пятенко Ю. А. XVII, 179
 Пятецкий-Шапиро И. И. I, 272, 760
 Рабинович Е. А. XIII, 146
 Радушев В. И. XVII, 900
 Радченко Г. П. XV, 159
 Ракова Г. В. XIII, 873
 Ранцман Е. Я. XV, 171
 Ребиндер П. А. XIII, 876
 Резниченко М. С. XXVIII, 1339
 Ремнев Ю. И. II, 540
 Рогинский С. З. XIII, 354, 606
 Роде Т. В. XIII, 625
 Роев Л. М. XIII, 373
 Розенберг Л. Д. IX, 79
 Розенштейн Л. Д. VII, 295
 Ройтбак А. И. XXXVIII, 957
 Романкевич Е. А. XXI, 1305
 Романовский Б. В. XIII, 135
 Рохлин В. А. I, 980
 Рошка В. Х. XXII, 1137
 Рубин Б. А. XXXIII, 940, 1163
 Рубинштейн А. М. XII, 1076
 Руманов И. М. XI, 324
 Румянцев В. В. III, 291
 Рункова Л. В. XXXIII, 466
 Русинов Л. А. XV, 1289
 Рутман М. А. I, 764
 Рыбалка Н. Д. XXVII, 928
 Рыбкин С. М. VII, 1034
 Рыжов О. С. VI, 57
 Рындин Р. М. VII, 63
 Рябков Н. В. XVI, 175
 Рязанов Е. В. III, 51
 Савиных С. VII, 304
 Савкина И. Г. XXVIII, 691
 Самарский А. А. I, 529, 779
 Самодуров В. И. XV, 1109
 Сандакова Н. Н. I, 274
 Сапожников Д. Г. XVII, 402
 Сафонов В. И. XXXIII, 462
 Сахаров В. Н. IX, 314
 Сахаров Д. А. XXIII, 1317
 Сегалова Е. Е. XIII, 876
 Семененко Г. И. XXVIII, 1150
 Семеновский А. В. XII, 1080
 Семина Г. И. XXI, 1309
 Семина Л. А. XXVIII, 456
 Сергин Б. И. XIV, 1282
 Сибирева З. А. XX, 414
 Сидорова Н. П. XXII, 671
 Силин Ю. И. XV, 658
 Симанов Ю. П. XII, 1057
 Симоненко И. Б. I, 278
 Синай Я. I, 768
 Синицына М. Д. XIII, 354
 Сисакян Н. М. XXVIII, 1154
 Скипетрова Т. И. XI, 324
 Славнов Д. А. VI, 1229
 Словецкая К. И. XII, 1076
 Смирнов А. М. XXXIII, 462
 Смирнов С. В. I, 34
 Смирнова С. Н. XXIV, 1324
 Смит В. А. XII, 1080
 Снопков В. Г. XXI, 432
 Соколов А. Г. II, 48
 Соколов Н. Д. XIII, 115, 366
 Сокольский Г. А. XII, 581
 Сокольский Д. В. XIII, 880
 Солицева Л. И. XVI, 925
 Солнышков В. И. XIV, 153
 Соловьев В. Г. VII, 1011
 Соловьева Е. Н. XXIV, 428
 Солонников В. А. I, 26
 Сорокин Ю. И. XXI, 432
 Спасибухов Ю. И. II, 48
 Спирина А. С. XXVIII, 933
 Спицын В. И. XII, 846, 1057
 Стабникова Т. В. XII, 1243
 Станкевич Е. Ф. XIX, 919
 Стародубцев С. В. VII, 60
 Степанов А. В. VII, 800
 Степанов Б. В. I, 984
 Степанченок-Рудник Г. И. XXVIII, 1328

Станепянц А. У. XIII, 1095
Стрепков С. М. XXVIII, 1344
Стрижак Л. Л. XIII, 1089
Строева С. С. XIII, 628
Строкан Н. Б. VII, 1034
Суворов Г. Д. I, 772
Суворова А. И. XIII, 133
Сутина И. А. XXVII, 440
Суханов А. Д. VI, 1229
Сухов И. М. XV, 395
Ся До-шин I, 1223

Тагер А. А. XIII, 133
Галалян А. А. I, 987
Тамразян Г. П. XV, 1292
Гартаковский В. А. XII, 834
Гатарский В. И. VIII, 567
Гатаренко Е. С. XXIX, 220
Гатарченко Л. П. I, 775
Гаубман А. Б. XIII, 358
Темкин М. И. XIII, 628
Гемляков А. А. I, 38
Геодорович Г. И. XV, 1120
Геренин А. Н. XIII, 373, 865
Гернов И. М. VII, 1038
Гиман М. Ф. I, 527
Тимофеевичева О. А. XIII, 1093
Тинякова Е. И. XII, 595
Тихвинский И. Н. XV, 1124
Тихонов А. Н. I, 529, 779
Томашов Н. Д. XIV, 1285
Топоногов В. А. I, 282
Топчиева К. В. XIII, 135
Топчиев А. В. XII, 1255
Горопова Т. П. VIII, 803
Титова Ю. А. XII, 586
Тукачинский С. Е. XXVIII, 1339
Туловская З. Д. XIII, 876
Туманов В. С. VII, 1038

Удинцев Г. Б. XXI, 1301
Укше Е. А. XIII, 370
Улиннич Ф. VII, 304
Устынюк Ю. А. XII, 331
Утянская Э. З. XIII, 1095
Файнзильберг А. А. XII, 589

Федоров В. К. XXXVIII, 237
Федоров П. В. XV, 1127
Филоненко Н. Е. XIV, 155
Фирсов А. П. XIII, 139
Фихман Б. А. XXVI, 1141
Фрейдлин Л. Х. XII, 598, 849
Фридман Я. Б. IX, 1236
Фурман М. С. XII, 1083

Хаджимухamedов Х. Х. VII, 60
Хамитов Ш. Ш. X, 318
Хачатрян Р. О. XV, 1120
Хржановская В. Э. XXVI, 198
Христулас Ф. С. XII, 822
Хромов А. В. XIX, 410
Хургин Ю. И. XII, 105

Царапкин Л. С. XXVII, 213
Цветков А. И. XVII, 402
Цветкова В. И. XIII, 139
Цепалов В. Ф. XIII, 883
Цехмистренко Г. М. XXIV, 193
Цилипокина М. В. XIII, 133
Циммерман А. Н. XXXVIII, 726
Цыпкин Я. З. X, 812

Чаевский М. И. IX, 1049
Чередниченко С. В. XXXIII, 473
Чернов В. А. XX, 418
Чижиков Д. М. XIII, 1099
Чизмаджев Ю. А. XIII, 142
Чирков Н. М. XIII, 139, 1095
Чудаков А. Е. VII, 1022

Шамрай И. А. XVII, 900
Шандыба К. Г. XVIII, 911
Шапиро И. М. XXVII, 681
Шапошников В. Н. XXVI, 198
Шапошников Д. П. XVIII, 911
Шарпатый В. А. XIII, 1279
Шарф В. З. XII, 849

Шатенштейн А. И. XIII, 146
Шафаревич И. Р. I, 42
Шварцман Л. А. XIV, 150
Шведская З. М. XXXIII, 589
Шевелев С. А. XII, 589
Шевердина Н. И. XII, 602
Шейнкер А. П. XIII, 632
Шерстобоева М. А. XXXIII, 707

Шестакова А. Д. XII, 1083
Шилов Е. А. XXVIII, 459
Шиловцева Л. С. XII, 331
Шипов А. Э. XII, 1061
Шляпинтох В. Я. XIII, 883, 1258
Шляхтер Т. А. XXXVIII, 1174
Шостаковский М. Ф. XII, 107
Шпилена С. Е. XXXIII, 944
Шпотова В. И. XXV, 195
Шрейнер С. А. XIII, 1102
Штеренберг Л. Е. XVIII, 666
Штромберг А. Я. XXXI, 699
Шульмина А. И. XXVIII, 1347
Шэн Пэй-гэнь. XXVII, 1144

Щегольков Е. А. I, 783
Щербакова К. Д. XIII, 617
Щукин Е. Д. VII, 307
Щурувна В. VII, 69

Эйдус Я. Т. XII, 111
Эмануэль Н. М. XIII, 1258
Эмануэль Н. М. XXVIII, 1157
Энгельгардт Н. В. XXVIII, 937, 1328
Эрзютова Е. И. XII, 826

Юдович В. И. III, 542
Юрьев В. М. XII, 335
Юхтанова В. Д. XIII, 377

Яблонский С. В. I, 44, 990
Яковлева М. К. XIII, 632
Якубович В. А. I, 533, 994
Яншин А. Л. XV, 1109
Ясников А. А. XXVIII, 459

